Title - TABEE'I MUNAZIR.

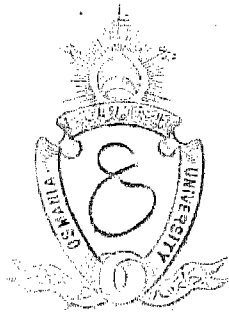
Creator - Mohd. Abdul Rehman Khan.

Publisher - Darul Taba Jamia Usmania (Hyderabad)

Date - N.A.

Pages - 446.

Subject - Science - Physics; Physical Optics;
Science - Tabee'i Munazir.

سلسلۂ نصابات علمیہ جامعۂ عثمانیہ

طبیعی مناظر

(برائے بی۔ ایس سی)

تالیف

مولوی محمد عبد الرحمن خانصاحب، بی۔ ایس سی آنرز (لندن)

اسوسئیٹ آف دی رائل کالج آف سائنس (لندن)۔ فیلو آف دی رائل اسٹرونامیکل سوسائٹی۔ فیلو آف دی فزیکل سوسائٹی لندن

سابق صدر کلیۂ جامعۂ عثمانیہ حیدرآباد دکن

سنہ ۱۳۵۸ھ م سنہ ۱۳۴۸ف م سنہ ۱۹۳۹ء

الف

تمہید منجانب مؤلف

طبیعی مناظر پر بطور ایک علیحدہ مضمون کے عموماً بہت کم کتابیں لکھی گئی ہیں۔ مستند اساتذہ کی جتنی بھی درسی کتابیں شایع ہوئی ہیں (مثلاً پرسٹن - آر' ڈبلیو' ووڈ - شوسٹر ایڈازمر وغیرہ کی) ان میں ہندسی و طبیعی مناظر دونوں شامل ہیں۔ اس کی وجہ سے مصنف جب علم المناظر کے دونوں حصوں پر مساوی اور خاطر خواہ توجہ کرنا چاہتا ہے تو کتاب ضخیم ہو جاتی ہے اور جامعات کے طیلسان کے خواہشمند طالب علموں کو اپنی ضروریات کی چیزیں ڈھونڈنے میں بڑی دقت پیش آتی ہے۔

مؤلف نے اپنی اس کتاب میں ان دقتوں کو رفع کرنے کی کوشش کی ہے۔ باوجود اختصار تقریباً ان تمام امور پر بحث کی گئی ہے جن کا جاننا طبیعی مناظر کے مبتدی کے لیے لازمی ہے۔ معہذا تحقیقات حالیہ کے سمجھنے کے لیے جن شعبوں پر بطور خاص توجہ کی ضرورت ہے ان کو ممکنہ سہولت اور وضاحت کے ساتھ پیش کرنے کے لیے اساتذہ کی تقریباً تمام درسی کتابوں سے مدد لی گئی ہے۔ طیف نگاری اور نظریۂ طیوف پر کافی تفصیل سے لکھا گیا ہے۔ رامن اثر کی بڑھتی اہمیت اور اس کی ہندوستانی نژاد کو پیش نظر رکھ کر اس کے لیے آخری باب مخصوص کر دیا گیا ہے۔

جدید شعبوں کی اہمیت کے ساتھ قدیم شعبوں مثلاً 'تداخل' انکسار نور' قلمی مناظر' وغیرہ' کا بھی حتی الامکان پورا لحاظ رکھا گیا ہے۔

طلبہ کی سہولت کی خاطر اگرچہ معمولی ریاضی ہی سے کام لیا گیا ہے مگر ہر نتیجہ ضروری استدلال اور تجربی مواد پیش کرنے کے بعد حاصل کیا گیا ہے۔ فقط

محمد عبدالرحمن خاں

طبیعی مناظر

صفحہ	مضامین
الف	تمہید
۱	
۴۴	

بسم اللہ الرحمٰن الرحیم

طبیعی مناظر

پہلا باب

نور کا موجی نظریہ

مختصر تاریخی واقعات —— آنکھ کو رویت کا احساس نور ہی کی وجہ سے ہوتا ہے۔ نور اپنے مبدا سے نکل کر آنکھ تک پہنچنے کے لیے کسی مادّی واسطہ کا محتاج نہیں ہے۔ اگر ایسا ہوتا تو آفتاب اور ستاروں کے وجود کا ہمیں احساس نہ ہوتا۔ پس نور کی اشاعت کے لیے مادّی واسطہ کی ضرورت نہیں۔

افلاطون کے زمانہ (۴ صدی قبل مسیح) سے لوگوں کو معلوم ہے کہ نور کسی چکنی سطح سے جب لوٹتا ہے تو زاویۂ وقوع اور زاویۂ انعکاس عین مساوی ہوتے ہیں۔

انعطافِ نور کے کلیے اگرچہ اندلس کے عربوں کو ضابطہ کی شکل میں معلوم نہ تھے تاہم انہوں نے دریافت کر لیا تھا کہ پانی میں جب نور منعطف ہوتا ہے تو زاویۂ وقوع کی خاص خاص قیمتوں کے لیے زاویۂ انعطاف کی بھی خاص خاص قیمتیں ہوتی ہیں اور یہ قیمتیں جدولوں کی شکل میں تیار کر لی گئی تھیں۔ انھیں مشاہدات کی بدولت اوائل سترہ صدی عیسوی میں اسنل (Snell) نے ہالینڈ میں اور ڈیکارٹ (Descartes) نے فرانس میں جیب زاویۂ وقوع اور جیب زاویۂ انعطاف کی مستقل نسبت کا کلیہ دریافت کیا۔ عرصۂ دراز سے لوگوں کو اس کا

بھی علم چلا آرہا ہے کہ نور دو شفاف واسطوں کی فاصل سطح سے وقتِ واحد میں منعکس بھی ہوتا ہے اور منعطف بھی۔

نور کی خطِ مستقیم میں اشاعت جس کی وجہ سے سایے پیدا ہوتے ہیں یونان کے علما بھی بخوبی جانتے تھے۔ البتہ ان کا یہ غلط مفروضہ کہ نور آنکھ سے نکل کر مرئی شے تک سفر کرتا ہے نہ کہ مرئی شے سے آنکھ تک اندلس کے عربوں نے ردّ کیا۔

۱۶۶۶ء میں نیوٹن نے انتشارِ نور کا تجربہ کرکے بتایا کہ سفید نور چند رنگوں کا مرکب ہے۔

ان تمام واقعات کی کم از کم سرسری توجیہ کے لیے ۱۶۷۸ء سے پہلے یہ مفروضہ کافی سمجھا گیا تھا کہ نور کی شعاعیں دراصل بہت ہی چھوٹے چھوٹے جسیمات ہیں جو مبدا سے نکل کر خطوطِ مستقیم میں حرکت کرتے ہیں۔ اگرچہ ۱۶۷۶ء میں رؤمر (Römer) نے مشتری کے چاند کی حرکتوں کا مشاہدہ کرکے نور کی رفتار کا تخمینہ علمی دنیا کے سامنے پیش کردیا تھا لیکن نور کے جسیمی نظریہ کے حامی نور کی اس انتہا درجہ تیز رفتار کی اہمیت سے متاثر ہوئے اور جسیمات کو کافی چھوٹا تصور کرکے مطمئن تھے کہ ان کا نظریہ برقرار رہیگا۔

۱۶۷۰ء میں بارتھولینس (Barthölenus) نے یک محوری قلموں میں نور کے دوہیلے انعطاف کا انکشاف کیا اور ھویگنز (Huygens) نے ۱۶۷۸ء میں نور کے موجی نظریہ کو واضح صورت میں پیش کرکے انعکاس اور انعطاف کی بخوبی توجیہ کی۔ اسی نظریہ کے ذریعہ اُس نے ۱۶۹۰ء میں نور کے دوہیلے انعطاف کو بھی سمجھایا۔

ھویگنز نے اگرچہ تقطیبِ نور دریافت کیا لیکن چونکہ اس کے موجی نظریہ میں نور کی موجیں طولی فرض کی گئی تھیں تقطیب کا مسئلہ اس سے حل نہ ہوسکا۔ معہٰذا نور کا خطِ مستقیم میں اشاعت پانا بھی موجی نظریہ کے خلاف ایک بڑا بھاری اعتراض تھا جو ھویگنز سے رفع نہ ہوسکا۔ جسیمی نظریہ کے حامی جن میں نیوٹن اور لاپلاس جیسی شخصیت کے لوگ شریک تھے موجی نظریہ کے خلاف یہ سوال پیش کرتے تھے کہ

اگر نور موجی حرکت کا نتیجہ ہے تو غیر شفاف اجسام کا سایہ کوئی معنے نہیں رکھتا اس لیے کہ عام طور پر موجیں ایسے اجسام کے بازو سے مُڑ جاتی ہیں۔ موجی نظریہ کے طرفداروں کو نور کی موجوں کے طول کا ابھی صحیح اندازہ نہ تھا اور نہ وہ اس سے واقف ہو سکے تھے کہ نور باڑھ دار اجسام یا باریک تاروں کے پاس فی الحقیقت مُڑ جاتا ہے۔ یہ واقعات جو اب انکسارِ نور کے نام سے مشہور ہیں گریمالڈی (Grimaldi) کو ۱۶۶۵ء میں منکشف ہوتے ہوتے رہ گئے۔ اُنیسویں صدی کے آغاز میں تھامس ینگ نے تداخلِ نور کے تجربے کیے اور ان کی مدد سے نور کے موجی نظریے کو بڑی تقویت پہنچائی۔ اگرچہ ینگ نے ھویگنز کی طرح نور کی موجوں کو طولی تصور کیا اور اس لیے تقطیبِ نور کا مسئلہ حل نہ کر سکا۔ تاہم اس نے تداخلی دھاریوں اور پتلی جھلیوں کے رنگوں کی خاطر خواہ توجیہ کی۔

موجی نظریہ کا سب سے زبردست مؤید فرینیل (Fresnel) تھا۔ اس نے ۱۸۱۴ء میں مناظری تحقیقات شروع کی اور سب سے پہلے بتایا کہ نور کی موجیں عرضی متصور ہونی چاہییں۔ اس تصور سے تقطیبِ نور کا مسئلہ آسانی سے حل ہو گیا۔ فرینیل ایک غیر معمولی ذہانت اور فراست کا عالم تھا۔ اُس نے نہ صرف نور کی خطِ مستقیم میں اشاعت ثابت کی بلکہ دوہیلے انعطاف اور انکسارِ نور کے پیچیدہ سے پیچیدہ مسئلوں کو بھی حل کر کے بتایا۔ ۱۸۵۰ء میں جسیمی نظریہ کو شکست فاش نصیب ہوئی جبکہ فوکو (Foucault) نے اپنے مشہور تجربہ سے ثابت کر دیا کہ نور کی رفتار پانی میں بہ نسبت ہوا کے کمتر ہے۔ جسیمی نظریہ اس نتیجہ پر پہنچاتا ہے کہ ہوا کی بہ نسبت پانی کی کثافت زیادہ ہونے کی وجہ سے نور کے جسیمات جب ہوا سے نکل کر پانی میں داخل ہوتے ہیں تو ان کی رفتار تیز تر ہو جانی چاہیے۔ جب تک تجربہ سے اس امر کا امتحان نہ ہو سکا تھا جسیمی نظریہ بالکلیہ متروک نہیں ہوا تھا۔ لیکن فوکو کے تجربہ کے بعد اس کا کوئی حامی نہ رہا اور موجی نظریہ کو عام مقبولیت حاصل ہوئی۔

کلارک میکسول سے قبل موجی نظریہ کا مفہوم یہ تھا کہ فضا ایتھر سے بھری ہوئی ہے جو باوجود انتہائی رقت کے فولاد سے کروڑہا درجہ زیادہ صلب ہے۔

گویا ایتھر کو ایک طرف بہت ہی لچکدار ٹھوس ماننا پڑتا ہے اور دوسری طرف اس قدر رقیق کہ اس میں زمین اور سیارے وغیرہ نہایت آسانی کے ساتھ بغیر کسی بھی مزاحمت کے حرکت کرتے ہیں۔

ایتھر کے اس تصور کا لازمی نتیجہ یہ ہے کہ اس میں جب کبھی نور کی نوعیت کی عرضی موجیں پیدا ہونگی ان کے ساتھ ساتھ طولی موجوں کا وجود بھی لازمی ہو جاتا ہے۔ نور کے ساتھ ایسی موجیں اب تک باوجود تلاش کے مشاہدہ نہ ہو سکیں۔

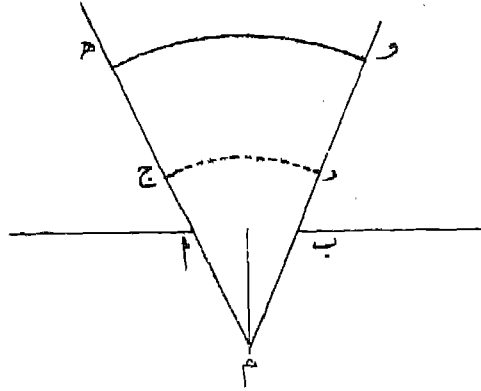
سنہ ۱۸۶۰ء میں کلارک میکسول نے ان دقتوں سے بچنے کے لیے اور بعض نظری دلائل کی بناء پر نور کا برقی مقناطیسی نظریہ پیش کیا جس میں یہ فرض کیا جاتا ہے کہ نور اس کی دوری طریقہ پر تبدیل ہونے والی برقی قوت اور اس کی متعلقہ دوری مقناطیسی قوت کے مشترکہ عمل کا نتیجہ ہے۔ اس موجی حرکت کی رفتار مقدارِ برق کے لیے برقی مقناطیسی اور برقی سکونی اکائیوں میں جو قیمتیں برآمد ہوتی ہیں اُن کی نسبت کے مساوی برآمد ہوتی ہے۔ عام برقی مقناطیسی موجوں اور نور کی موجوں میں محض طولِ موج کا فرق ہے۔ میکسول نے برقی مقناطیسی موجوں کے وجود کا ثبوت نظری دلائل سے پیش کیا تھا۔ سنہ ۱۸۹۲ء میں ھرٹس (Hertz) نے عملاً ایسی موجیں پیدا کر کے دکھائیں۔

میکسول کے برقی مقناطیسی نظریۂ نور کے لیے بھی ایتھر کا وجود لازمی ہے لیکن اس نظریہ میں ایتھر کے خواص اور طریقۂ عمل سے کوئی بحث نہیں۔

ایچ۔اے۔ لورنٹس (H: A. Lorentz) نے بعد کو میکسول کے نظریہ کی تکمیل کی۔ اس نے فرض کیا کہ مادّے کے سالمات اور جواہر میں جو برقیے ہیں اپنی وضعِ توازن سے ہٹ کر جب اہتزاز کرتے ہیں تو نور کی اشاعت عمل میں آتی ہے۔ لورنٹس کا نظریہ مقناطیسی مناظرِ انتشارِ نور وغیرہ کے مظاہر کی بخوبی توجیہ کر سکا۔ لیکن طیوف کی حقیقت اور ضیاء برقی مظاہر پر کافی روشنی نہ ڈال سکا۔

سنہ ۱۹۰۰ء میں پلانک (Planck) نے اپنا نظریۂ قدریہ علمی دنیا کے سامنے پیش کیا۔ ابتداءً بہت کم عالموں نے اس کو قبول کیا لیکن سنہ ۱۹۱۷ء میں

آئینسٹائین (Einstein) نے اس میں چند ترمیمات تجویز کیے اور اس کے ذریعہ ضیا برقی مظاہر کی توجیہ کی۔ ساتھ ہی بور (Bohr)، سومرفلڈ (Sommerfeld) وغیرہ نے اس نظریۂ قدریہ کا طیف پیمائی پر اطلاق کر کے اس کو نہایت کامیاب ثابت کیا۔

ہویگنز کا اصول —— موجی نظریہ کے ذریعہ انعکاس و انعطافِ نور کی توجیہ کے لیے ھویگنز نے ایک نتیجہ خیز اصول پیش کیا جس کی رُو سے ناصیۂ موج کا ہر ذرہ ابتدائی خلل کے مماثل ثانوی خللوں کا مرکز بن جاتا ہے۔ اس طرح پر جو ثانوی موجیں پیدا ہوتی ہیں ان کا لفّاف ناصیۂ موج کی بعد کو آنے والی شکل کی تعبیر کرتا ہے۔ مثلاً فرض کرو کہ ا ب جھری میں سے نور کی کروی شکل کی موجیں

شکل ۱

نکل رہی ہیں اور م ان کا مرکز ہے۔ اگر قوس ج د ناصیۂ موج کی ایک وضع کو تعبیر کرتی ہے تو د ثانیہ بعد کی وضع معلوم کرنے کے لیے ج د پر کے ہر نقطہ کو مرکز مان کر ر د نصف قطر والے دائروں کی قوسیں کھینچو جہاں ر نور کی رفتار ہے۔ اس طرح جو ثانوی قوسیں دستیاب ہونگی ان کا لفّاف ھ و ناصیۂ موج کی مطلوبہ وضع کو تعبیر کریگا۔ اس اصول کے ذریعہ ھویگنز کو انعکاس و انعطاف سمجھانے میں کامیابی حاصل ہوئی۔ لیکن اگر بغور دیکھا جائے تو اس اصول کی

نسبت چند اعتراض پیش ہو سکتے ہیں :۔

(۱) کیا وجہ ہے کہ ناصیۂ موج نور کی اشاعت کے مخالف سمت میں ثانوی موجوں کا ایک دُوسرا ناصیۂ موج پیدا نہیں کرتا۔

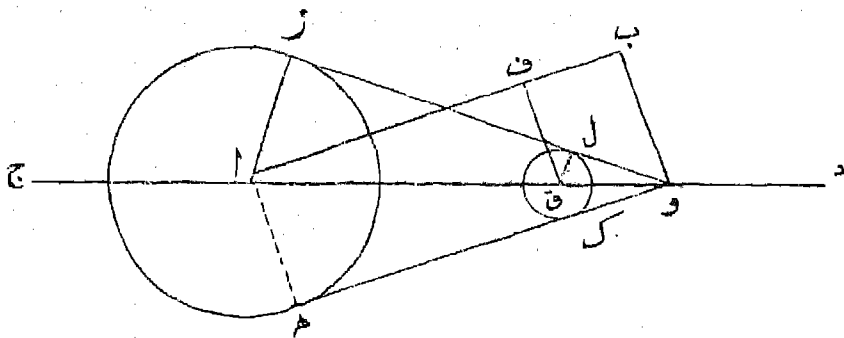
(۲) لفّاف سطح کے مماس کے علاوہ ثانوی موجوں کے جو ٹکڑے رہ جاتے ہیں کہاں غائب ہو جاتے ہیں۔

پہلے اعتراض کا یہ جواب دیا جا سکتا ہے کہ ناصیۂ موج پر کے ثانوی خللوں کے مرکز آزاد مبدائے خلل نہیں ہیں بلکہ مبداء م سے آنے والی موجی حرکت کی وجہ سے متحرک ہیں ۔ اس بات کو پیش نظر رکھ کر بغیر کسی غیر معمولی دقت کے یہ ثابت کیا جا سکتا ہے کہ پیچھے کی طرف ناصیۂ موج کیوں نہیں پھیل سکتا۔ دوسرے اعتراض کے ساتھ وہی امور شامل ہیں جو انکسارِ نور اور خطِ مستقیم میں نور کی اشاعت کی توجیہ میں پیش آتے ہیں۔ ھویگنز کا سادہ اصول کافی ترمیم بغیر ان مظاہر کو سمجھانے میں قاصر ہے۔ فرینیل نے یہ فرض کرکے کہ ثانوی موج کا اثر پورے سامنے کے نصف کرہ پر حاوی ہوتا ہے اور مخالف ہیئت کی موجیں ایک دوسرے کو تلف اور مماثل ہیئت کی موجیں ایک دوسرے کی تائید کرتی ہیں (یعنی اصولِ تداخل سے کام لے کر) ان مظاہر کی خاطر خواہ توجیہ کی۔

اس وقت ہم ھویگنز کے ابتدائی اصول کے ذریعہ سے مستوی اور کُروی موجوں کے انعکاس اور انعطاف کے کلیے ماخوذ کرینگے۔

مائل مستوی موج کا انعکاس

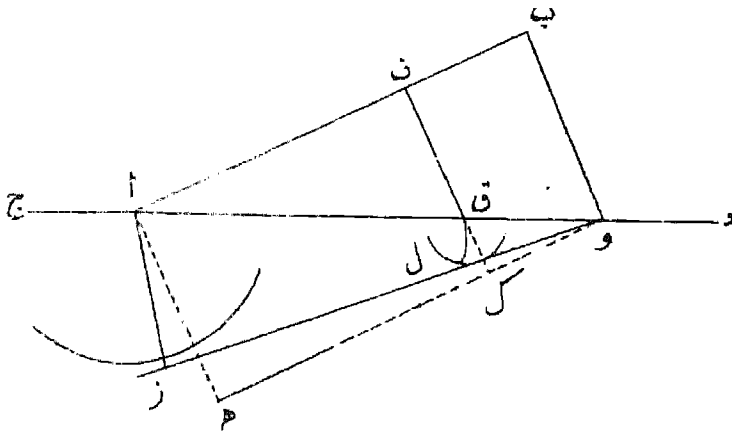
شکل ۲ میں فرض کرو کہ اب اور ج د علی الترتیب ایک مستوی ناصیۂ موج اور انعکاس انگیز مستوی سطح کو تعبیر کرتے ہیں جو اس صفحہ کے مستوی کے علی القوائم ہیں۔ ب سے اب کے علی القوائم ایک خط ب و کھینچو جو ج د سے نقطۂ و پر ملے۔ اھ خط ب د کے متوازی اور مساوی کھینچ کر ھ اور و کو ملا دو۔ اگر انعکاس پیدا کرنے والی سطح ج د حائل نہ ہوتی تو خط ھ و ناصیۂ موج کی $\frac{اھ}{ع}$ ثانیہ بعد کی وضع کو تعبیر کرتا جس میں ع نور کی رفتار فی ثانیہ ہے۔ اب پر کوئی ایک نقطہ ف لے کر

اس سے ف ق ک ایک عمودی خط کھینچو۔ ھوئیگنز کے اصول کے بموجب ا ب کا ہر ایک نقطہ ثانوی خلوں کا مرکز بنتا ہے۔ جتنی دیر میں ب سے نکلی ہوئی

شکل ۲

ثانوی موج و تک پہنچتی اتنی دیر میں ا سے نکلی ہوئی ثانوی موج ا ھ فاصلہ اور ف سے نکلی ہوئی ثانوی موج ف ک فاصلہ طے کرتی۔ لیکن سطح ج د کے حائل ہونے کی وجہ سے یہ ثانوی موجیں ج د کے اس جانب جس جانب ناصیۂ موج ا ب واقع ہے علی الترتیب ا ھ اور ق ل کے مساوی فاصلے طے کرتی ہیں۔ پس مرکز ا سے نصف قطر ا ھ کا دائرہ کھینچو اور مرکز ق سے ق ل نصف قطر کا دائرہ۔ چونکہ و ک ھ ان دونوں دائروں کا خطِ مماس ہے اس لیے ج د کے دوسرے جانب و ل ز ان دائروں کا ایک دوسرا خطِ مماس کھینچا جا سکتا ہے۔ ہم نے ف ناصیۂ موج ا ب پر کوئی سا ایک نقطہ لیا تھا پس ف ز انعطاف انگیز سطح کے جزو ا و کے ہر نقطہ سے نکلنے والی تمام ثانوی موجوں کو مس کریگا۔ بالفاظِ دیگر ف ز ان ثانوی موجوں کا لفاف ہے اور اس لیے منعکس ناصیۂ موج کو تعبیر کرتا ہے۔ شکل کے ہندسہ پر غور کرنے سے فوراً معلوم ہوجاتا ہے کہ واقع موج کا انعکاس انگیز سطح کے ساتھ جو میلان ہے منعکس موج کا میلان اس کے مساوی ہے۔ پس زاویۂ وقوع اور زاویۂ انعکاس مساوی ہیں۔

مائل مستوی موج کا انعطاف

---- شکل ۳ - ا ب اور ج د واقع ناصیۂ موج اور انعطاف پیدا کرنے والی سطح کو تعبیر کرتے ہیں۔ ج د کے اوپر والے واسطہ میں نور کی رفتار س۱ فرض کرو اور اس کے نیچے والے واسطہ میں س۲ - ج د سطح کی عدم موجودگی میں ناصیۂ موج ا ب و ثانیوں میں وضع وھ اختیار کر لیتا جہاں و = ا ھ / س۱ - ا ب پر کوئی ایک نقطہ ف لے کر اس سے عمودی خط ف ق ک کھینچو - ب کی ثانوی موج د تک پہنچنے سے پہلے ف سے نکلی ہوئی ثانوی موج ق پر چل کر رک جاتی ہے اور یہاں سے اس کو دوسرے واسطہ میں سفر کرنا پڑتا ہے - ا کی ثانوی موجوں کو اپنا پورا راستہ دوسرے واسطہ ہی میں طے کرنا پڑتا ہے - پس ا کو مرکز مان کر س۲ و یعنی ا ھ س۲/س۱ نصف قطر کا دائرہ کھینچو اور ق کو مرکز مان کر ق ل س۲/س۱ نصف قطر کا دائرہ کھینچو - چونکہ وھ نقطہ ا اور نقطہ ق سے کھینچے جانے والے علی الترتیب ا ھ اور ق ک نصف قطر کے دائروں کے لیے خطِ مماس ہے اس لیے وہ جو خط مرکز ا اور ا ھ س۲/س۱ نصف قطر والے

شکل ۳

دائرہ پر مماسی کھینچا جائیگا وہ مرکز ق اور ق ل س۲/س۱ نصف قطر کے دائرہ پر بھی مماسی ہوگا - پس و ل ز منعطف ناصیۂ موج کو تعبیر کرتا ہے - شکل ---- سے

ظاہر ہے کہ ا ھ واقع شعاع کی سمت ہے اور ا ز منعطف شعاع کی سمت۔ ا و ھ زاویۂ وقوع کے مساوی ہے اور ا و ز زاویۂ انعطاف کے مساوی۔ پس ان دو واسطوں کے لیے

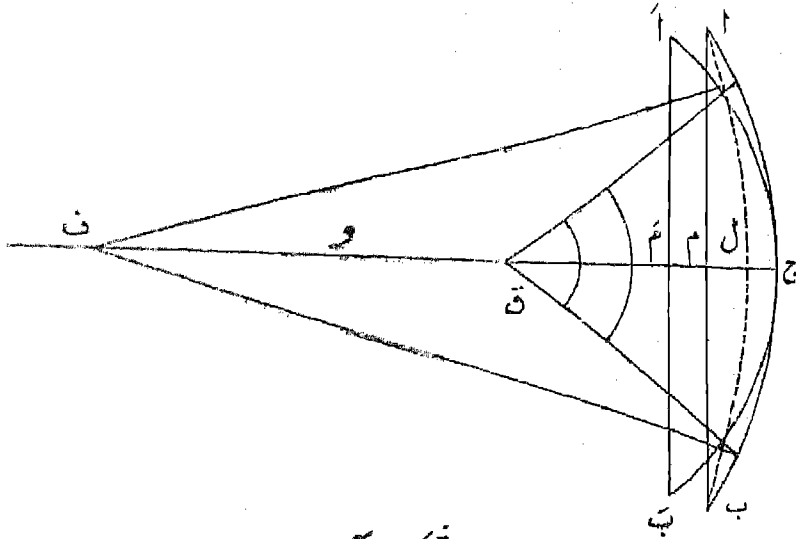
$$\text{انعطاف نما } \mu = \frac{\text{جیب ا و ھ}}{\text{جیب ا و ز}} = \frac{\frac{\text{ا ھ}}{\text{ا و}}}{\frac{\text{ا ز}}{\text{ا و}}} = \frac{\text{ا ھ}}{\text{ا ز}} = \frac{ر_1}{ر_2}$$

اگر پہلا واسطہ ہوا اور دوسرا پانی یا شیشہ ہے تو چونکہ μ یعنی انعطاف نما کی قیمت اس صورت میں اکائی سے زیادہ ہے اس لیے ہویگنز کے اس نظریہ سے ہوا میں نور کی رفتار بہ نسبت پانی یا شیشہ کے زیادہ ہے۔ جیسا کہ ہم آگے چل کر بتائینگے۔ فوکو کے تجربہ سے بھی یہی ثابت ہوتا ہے۔ نیوٹن کا جسیمی نظریہ اس کے خلاف نتیجہ ظاہر کرتا ہے اس لیے غلط مانا جاتا ہے۔

مقعر آئینہ میں کروی موجوں کے انعکاس کا ضابطہ

—— فرض کرو شکل ۲ میں نقطۂ ف مبدائے نور ہے جس سے نکل کر نور کی موجیں مقعر آئینہ ا ج ب سے منعکس ہوتی ہیں۔ ہم فرض کرینگے کہ ف مقعر آئینہ کے مرکز و سے دور واقع ہے۔ ایسی صورت میں نور کی کروی موج ا ل ب آئینہ کے کناروں ا اور ب کو مس کریگی تو اس کا وسطی حصہ ل آئینہ کے وسطی حصہ ج سے بقدر فاصلہ ج ل آگے کو بڑھا ہوا ہوگا۔ ل سے نکلی ہوئی ثانوی موجیں جب ج کو مس کرینگی تو ا اور ب سے نکلی ہوئی ثانوی موجیں علی الترتیب اَ اور بَ تک پہنچ جائینگی۔ چونکہ آئینہ کا سہوہ ا ج بمقابل آئینہ کے مرکز کے بہت چھوٹا مانا جاتا ہے اس لیے ا اَ اور ب بَ نہ صرف ل ج کے مساوی بلکہ اس کے متوازی بھی متصور ہو سکتے ہیں۔ پس اَ ج بَ منعکس ثانوی موجوں کا لفاف اور اس لیے منعکس ناصیۂ موج ہے۔ سہوہ چھوٹا ہونے کی وجہ سے ہم اس کو بھی کروی مان سکتے ہیں۔ فرض کرو اس کا مرکز ق ہے تو ف سے نکلی ہوئی کروی موجیں آئینہ سے منعکس ہو کر ق میں سے گزرینگی۔ اس لیے ق آئینہ میں

ف کا خیال ہوگا۔

شکل ۴

اب اور اَ بَ محور ف ج کو علی الترتیب م اور مَ نقطوں پر قطع کرتے ہیں۔ اگر ص آئینہ کا نصف قطر ہو تو دائرہ کے خواص سے

$$\text{۲ص} \times \text{مج} = \text{ام}^{2}$$

$$\text{پس}\quad \frac{1}{\text{ص}} = \frac{\text{۲ مج}}{\text{ام}^{2}}$$

$$\text{ام} = \text{اَمَ} = \text{ی}\ \text{بالفرض}\quad \text{تو}\quad \frac{1}{\text{ص}} = \frac{\text{۲ مج}}{\text{ی}^{2}}$$

$$\text{اسی طرح}\quad \frac{1}{\text{فل}} = \frac{\text{۲ مل}}{\text{ی}^{2}}\quad \text{اور}\quad \frac{1}{\text{قج}} = \frac{\text{۲ مَج}}{\text{ی}^{2}}$$

ف ل تقریباً ج ل کے مساوی ہے اس لیے اس کو آئینہ سے شخص کا فاصلہ ش تصور کرسکتے ہیں ق ج آئینہ سے خیال کا فاصلہ خ ہے۔

$$\text{پس}\quad \frac{1}{\text{ص}} = \frac{\text{۲ مج}}{\text{ی}^{2}}،\quad \frac{1}{\text{ش}} = \frac{\text{۲ مل}}{\text{ی}^{2}}\quad \text{اور}\quad \frac{1}{\text{خ}} = \frac{\text{۲ مَج}}{\text{ی}^{2}}$$

لیکن شکل سے واضح ہے کہ مَ ج - م ج = ۲ اُ = م ج - م ل

$$\therefore\ \text{مَ ج} + \text{م ل} = \text{۲ م ج}$$

مساوات کی ہر ایک رقم کو $\frac{۲}{\text{ی}^2}$ سے ضرب دینے سے

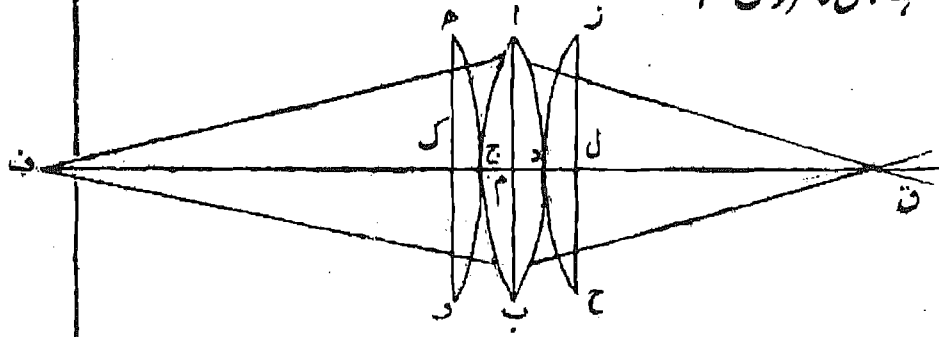
$$\frac{\text{۲ مَ ج}}{\text{ی}^2} + \frac{\text{۲ م ل}}{\text{ی}^2} = ۲\,\frac{\text{۲ م ج}}{\text{ی}^2}$$

$$\therefore\ \frac{۱}{\text{خ}} + \frac{۱}{\text{ش}} = \frac{۲}{\text{ص}}$$

جو چھوٹے سہوہ کے کُروی آئینوں کے انعکاس کا ضابطہ ہے۔

پتلے عدسہ کے ماسکی فصل کا ضابطہ ——— شکل ۵ میں

فرض کرو ا ج ب د ایک محدّب الطرفین پتلا عدسہ ہے اس کے محور پر ف ایک شخص (نقطہ) ہے جس سے کُروی موجیں نکل کر عدسہ میں داخل ہوتی ہیں۔ ھ ج و ایک کُروی موج عدسہ کو ٹھیک نقطہ ج پر مس کر رہی ہے۔ عدسہ میں سے خارج ہونے کے بعد موج کا اِنحنا دوسری طرف ہوتا ہے یعنی موجیں بجائے موسّع ہونے کے مستدق ہوتی ہیں اور بالآخر نقطۂ ق پر اکٹھی ہوتی ہیں۔ نقطۂ ق نقطہ ف کا خیال ہے۔

فرض کرو عدسہ سے ٹھیک خارج ہونے کے وقت موج کی تعبیر ز د ح سے ہوتی ہے جس کا مرکز ق ہے۔

شکل ۵

اب کو ملاؤ۔ فرض کرو اس کا تقاطع محور ف ق کے ساتھ نقطہ م پر ہے۔

اسی طرح عمود ھ و اور زح محور کو علی الترتیب ک اور ل نقطوں میں قطع کرتے ہیں۔

ف سے جو شعاعیں ق تک جاتی ہیں ان سب کا مناظری طول مساوی ہے۔ پس

ھ ا + از = مر (ج د)

اس لیے ک م + م ل = مر (ج د)

∴ ک ج + ج م + م د + د ل = مر (ج م + م د)

∴ ک ج + د ل = (مر - ۱) (ج م + م د)

پس اگر ا م = ھ ک = ز ل کو ی سے تعبیر کریں تو مساوات کو $\frac{۲}{ی^۲}$ سے ضرب دینے سے

$$\frac{۲\,ک\,ج}{ی^۲} + \frac{۲\,د\,ل}{ی^۲} = (مر-۱)\left(\frac{۲\,ج\,م}{ی^۲} + \frac{۲\,م\,د}{ی^۲}\right)$$

لیکن از رُوئے خواص دائرہ ۲ (ف ج) (ک ج) = ی² ∴ $\frac{۲\,ک\,ج}{ی^۲} = \frac{۱}{ف\,ج}$

اسی طرح مساوات کی دوسری رقموں کے لیے بھی ایسے ہی نتائج برآمد ہونگے۔ پس

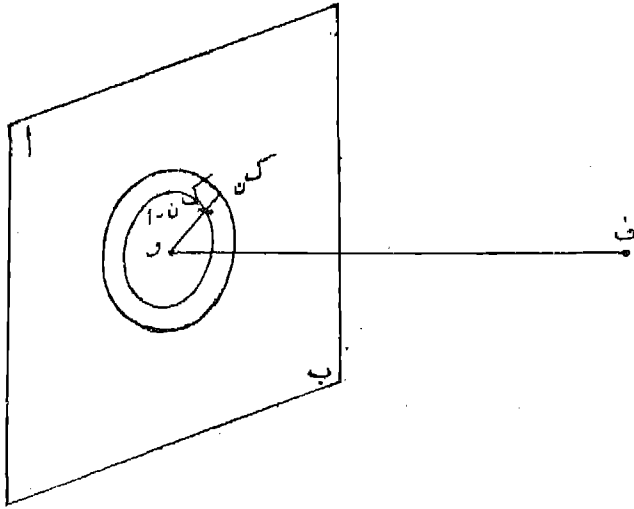
$$\frac{۱}{ش} + \frac{۱}{-خ} = (مر-۱)\left(\frac{۱}{-ص_۱} + \frac{۱}{ص_۲}\right)$$

جس میں ش = ف ج اور خ = د ق۔ عام قرار داد کے لحاظ سے ہی مثبت منفی علامتیں فرض کی گئی ہیں۔

∴ $\frac{۱}{خ} - \frac{۱}{ش} = (مر-۱)\left(\frac{۱}{ص_۱} - \frac{۱}{ص_۲}\right)$ جو عدسوں کا عام ضابطہ ہے۔

نور کی اشاعت خطِ مستقیم میں۔ (فرینیل کی توجیہ)

فرینیل نے ناصیۂ موج کو نصف دَوری عناصر میں تقسیم کرکے کسی دیے ہوئے مقام پر ان کے مجموعی اثر کی تخمین کی اور بتایا کہ وسیع پہلو سے نور کی اشاعت خطِ مستقیم میں ہوتی ہے۔ فرینیل کے استدلال میں بعض خامیاں ہیں جن کو کرخ ہوف (Kirchhoff) نے بعد کو رفع کیا۔ ہم یہاں فرینیل ہی کا ثبوت دینگے۔ اور اس کے سقم کی طرف اشارہ کرنے پر اکتفا کرینگے۔

فرض کرو ا ب ایک مستوی ہے جس میں سے یک لونی نور کے مستوی ناصیۂ موج گزر رہے ہیں۔ ہمیں یہ دریافت کرنا مقصود ہے کہ ا ب کے سامنے نقطہ ف پر ناصیۂ موج کا کیا اثر ہوگا۔ یہ تصور کیا جاتا ہے کہ موجوں کا ایک سلسلہ قائم ہے اور اُن کی ساخت جیبی ہے۔ ف سے عمود ف و مستوی ا ب پر گراؤ۔

شکل ۶

اور اُس کے طول کو ط مانو۔ و کو ف کا قطب کہتے ہیں۔ ف کو مرکز مان کر

ط، ط + ۱/۲ لہ، ط + لہ، ط + ۳لہ/۲ ...... ط + (ن-۱)لہ/۲ اور ط + ن لہ/۲

نصف قطر کے کُرے کھینچو جو مستوی ا ب کو دائروں میں قطع کرینگے۔ شکل میں صرف آخری دو نصف قطر کے دائرے بتائے گئے ہیں۔ و سے ایک خط

کھینچو جو اِن دائروں کو $\text{ک}_{\text{ن}-1}$ اور $\text{ک}_{\text{ن}}$ نقطوں میں قطع کرے۔ آخری دو دائروں کے درمیانی منطقہ کا رقبہ

$$= \pi \left(\text{وک}_{\text{ن}}^{2} - \text{وک}_{\text{ن}-1}^{2} \right)$$

$$= \pi \left\{ \left(\text{فک}_{\text{ن}}^{2} - \text{ط}^{2} \right) - \left(\text{فک}_{\text{ن}-1}^{2} - \text{ط}^{2} \right) \right\}$$

$$= \pi \left(\text{فک}_{\text{ن}}^{2} - \text{فک}_{\text{ن}-1}^{2} \right)$$

$$= \pi \left\{ \left(\text{ط} + \frac{\text{ن ل}}{2} \right)^{2} - \left(\text{ط} + \frac{(\text{ن}-1)\text{ل}}{2} \right)^{2} \right\}$$

$= \pi$ ط ل　اگر ہم ل^{2} کو دوسرے مقادیر کے مقابلہ میں نظر انداز کر دیں۔ چونکہ ن کی کوئی سی قیمت لی جا سکتی ہے اس لیے کسی بھی دو متصل کروں کے مابین کا مستوی ا ب کا مقطوعہ تقریباً مستقل رقبہ رکھتا ہے۔

چونکہ ا ب مستوی ناصیۂ موج ہے اس کا ہر نقطہ حالتِ اہتزاز میں ہے اور کسی وقت بھی ان تمام نقطوں کے اہتزاز کی ہیئت ایک ہی ہے۔ پہلے منطقہ سے نقطہ ف کا فاصلہ ط اور $\text{ط} + \frac{\text{ل}}{2}$ کے مابین ہے۔ دوسرے منطقہ سے اس کا فاصلہ $\text{ط} + \frac{\text{ل}}{2}$ اور ط + ل کے مابین ہے۔ اِسی طرح بقیہ منطقوں کے فاصلے بھی دو حدود کے مابین واقع ہیں۔ پس اگر یہ فرض کیا جائے کہ ف پر پہلے منطقہ سے آنے والی ثانوی موجوں کا حاصل اثر مثبت ہے تو دوسرے منطقہ سے آنے والی موجوں کا حاصل اثر منفی ہوگا۔ اسی طرح طاق عدد والے منطقوں کا مثبت اور جفت عدد والوں کا منفی۔ پس اگر $\text{ح}_{\text{ن}+1}$ حاصل اثر ہے تو

$$\text{ح} = \text{م}_{1} - \text{م}_{2} + \text{م}_{3} - \text{م}_{4} \ldots\ldots + (-1)^{\text{ن}+1}\,\text{م}_{\text{ن}}$$

جس میں جملہ کی رقمیں ترتیب وار متناظر منطقوں سے پیدا ہونے والے اثروں کو تعبیر کرتی ہیں۔

ذرا سا غور کر کے دیکھنے سے معلوم ہوگا کہ ان منطقوں کا رقبہ صرف ن کی چھوٹی قیمتوں کے لیے مساوی ہو سکتا ہے۔ اس لیے کہ ل^{2} والی رقم

صرف اسی صورت میں نظر انداز ہوسکتی ہے ۔ ن کی قیمت اگر زیادہ ہوتی جائے تو منطقوں کا رقبہ بھی خفیف سا بڑھتا جائیگا ۔ لیکن اس کے ساتھ ہی ہمیں یہ یاد رکھنا چاہیے کہ ن کی قیمت جیسے جیسے بڑھیگی اس کے متعلقہ منطقہ کا فاصلہ بھی ف سے بڑھتا جائیگا اور چونکہ ف پر پہنچنے والی موجوں کا حیطہ فاصلہ کے بالعکس بدلتا ہے ن کی قیمت بڑھنے سے فاصلہ کی زیادتی کا اثر رقبہ کے اضافہ کے اثر پر سبقت لے جاتا ہے ۔ اس لیے حاصل اثر کے جملہ کی ہر رقم اس سے پہلے آنے والی رقم سے خفیف سی کمتر قیمت رکھتی ہے ۔

رقموں کے اس سلسلہ کا حاصل جمع معلوم کرنے کے لیے ہم شوسٹر (Schuster) کا طریقہ اختیار کرتے ہیں ۔ فرض کرو کہ اس سلسلہ کی آخری رقم طاق ہے تو ہم ان رقموں کو دو مختلف طریقوں پر ترتیب دے سکتے ہیں ۔

$$ح = \frac{م_۱}{۲} + \left(\frac{م_۱}{۲} - م_۲ + \frac{م_۳}{۲}\right) + \left(\frac{م_۳}{۲} - م_۴ + \frac{م_۵}{۲}\right) + \cdots$$

اور $$ح = م_۱ - \frac{م_۲}{۲} - \left(\frac{م_۲}{۲} - م_۳ + \frac{م_۴}{۲}\right) - \left(\frac{م_۴}{۲} - م_۵ + \frac{م_۶}{۲}\right) - \cdots$$

پس اگر ہر ایک رقم اس سے عین پہلے اور عین بعد کی رقموں کے حسابی اوسط سے بڑی ہے تو قوسین کے اندر کے تمام جملے منفی ہوتے ہیں اور مندرجۂ بالا مساواتیں اس طرح لکھی جا سکتی ہیں :-

$$ح < \frac{م_۱}{۲} + \frac{م_ن}{۲}$$

اور $$ح > م_۱ - \frac{م_۲}{۲} - \frac{م_{ن-۱}}{۲} + م_ن$$

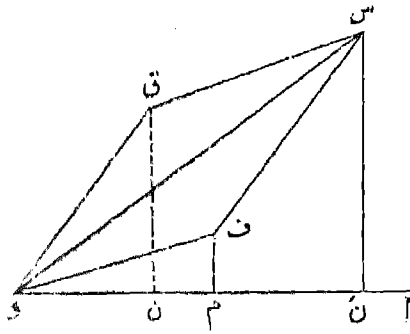
لیکن چونکہ قیمت کے لحاظ سے $م_۱$، $م_۲$ ..... $م_ن$ بہت ہی بہ تدریج گھٹتے ہیں اس لیے $م_۲$ کے بجائے $م_۱$ اور $م_{ن-۱}$ کے بجائے $م_ن$ لکھا جا سکتا ہے ۔ پس ح جن حدود میں واقع ہے وہ مساوی ہو جاتے ہیں اور اس لیے

$$ح = \frac{م_۱}{۲} + \frac{م_ن}{۲}$$

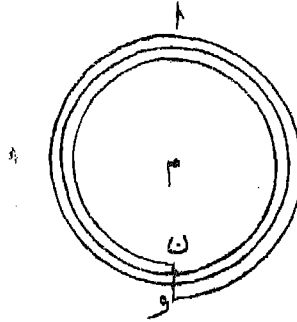
یعنی نقطۂ ف پر ناصیۂ موج کا حاصل اثر صرف پہلے اور آخری منطقوں کے اثروں کا نصف ہے۔

ہم ترسیمی طریقہ سے بھی اس نتیجہ پر پہنچ سکتے ہیں۔ چنانچہ شکل ۔۔۔ کے ملاحظہ سے معلوم ہوگا کہ ایک ہی وقتِ دوران کی دو سادہ موسیقی حرکتیں سمتیوں کے متوازی الاضلاع کے ذریعہ مرکب ہو سکتی ہیں۔

فرض کرو و ف، و ق دی ہوئی دو سادہ موسیقی حرکتوں کے حیطۂ ارتعاش ہیں یعنی ان حرکتوں سے نسبت رکھنے والے دائروں کے نصف قطر ہیں۔ ف اور ق ایک ہی زاویئی رفتار سے کے ساتھ اپنے اپنے دائروں میں حرکت کرینگے۔ حوالہ کے خط و ا پر ف اور ق سے جو عمود ف م اور ق ن گرائے جائینگے ان کے سروں م اور ن کی حرکت سادہ موسیقی ہوگی۔ دونوں حرکتوں کی زاویئی رفتار

شکل ۔۔۔

ایک ہونے کی وجہ سے زاویہ ف و ق مستقل ہوگا اور و س حاصل مجموعی سادہ موسیقی حرکت کے دائرہ کا نصف قطر ہوگا۔ یعنی س سے جو عمود س نَ خط ا ب پر ڈالا جائیگا۔ اِس کے سرے نَ کی حرکت حاصل سادہ موسیقی ہوگی۔ اس لئے کہ م نَ = و ن اگر دو سے زائد لیکن ایک ہی زاویئی رفتار کی سادہ موسیقی حرکتوں کا حاصل دریافت کرنا ہو تو سمتیوں کے کثیر الاضلاع کے ذریعہ حاصل موسیقی حرکت کی تعیین ہو سکتی ہے۔ واضح ہو کہ کسی بھی نصف دوری منطقہ کے اندرونی اور

بیرونی کناروں سے آنے والی حرکتوں میں کامل π کا تفاوتِ ہیئت پایا جاتا ہے۔ پس پہلے منطقہ سے آنے والی ثانوی موجوں کے حاصل اثر کی تعبیر خط و ا سے ہوگی (دیکھو شکل ۸) ۔ چونکہ شکل ۶ میں نقطہ ف سے منطقوں کے اندرونی کنارے ان کے بیرونی کناروں سے ذرا سے قریب تر ہوتے ہیں اس لیے شکل ۸ میں و ا کا منحنی ٹھیک نصف دائرہ نہ ہوگا بلکہ و کی بہ نسبت ا مرکز م سے خفیف سا قریب تر ہوگا۔ اسی طرح دوسرے منطقوں کے اثر کی اگر تعیین کی جائے تو لولبی کی سی شکل بنیگی۔ شکل ۸ میں چند منطقوں کا اثر د ن بتایا گیا ہے۔ اگر مزید منطقوں کا حاصل اثر معلوم کرنا ہو تو اسی ترسیم کا سلسلہ جاری رکھا جاسکتا ہے حتیٰ کہ بالآخر لولبی چل کر مرکز م پر ختم ہو جائیگی۔ جس کا مفہوم یہ ہے کہ جملہ ممکن منطقوں کا حاصل اثر پہلے منطقہ کے حاصل کا تقریباً نصف ہوتا ہے۔

شکل ۸

اگر نقطہ ف پر (شکل ۶) صرف پہلے منطقہ ہی سے نور کی ثانوی موجیں آئینگی تو ف بہت منور ہوگا اور اگر پہلے دو منطقوں سے تو ف تاریک ہوگا۔ اور اگر ف پر منطقے کافی بڑی تعداد میں عمل کرینگے تو حاصل اثر صرف پہلے منطقہ کے اثر کا نصف ہوگا جیسا کہ ابھی ابھی بیان کیا گیا۔ ہم انکسارِ نور کے باب میں مکرر ان امور پر بحث کرینگے۔

واضح ہو کہ اگر پہلے منطقہ کو (شکل ۶) متعدد حلقوں میں تقسیم کریں تو

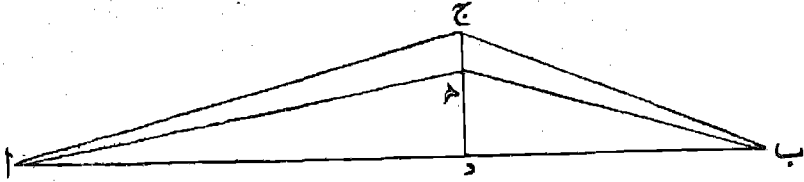
یہ ثابت کیا جاسکتا ہے کہ اس منطقہ کی وجہ سے ف پر حاصل موج کی ہیئت ایک ایسی موج کی ہیئت ہوتی ہے جو نقطہ و سے فاصلہ ط + $\frac{\text{ل}}{\text{۴}}$ طے کرتی ہے لیکن موج و اور ف کے درمیان فی الواقع فاصلہ ط طے کرتی ہے۔ پس ہویگنز کا اصول فرینیل کے طریقۂ عمل کے باوجود آنے والی موج کی ہیئت غلط بتاتا ہے اور اس امر کی بھی توجیہ نہیں کرتا کہ موج پیچھے کیوں نہیں جاتی۔ ڈروڈے (Drude) نے اپنی کتاب (Optics) میں اس مسئلہ کو کسی قدر آسان شکل میں ثابت کیا ہے۔ شوقین طالب علم اس کا مطالعہ کرسکتے ہیں۔

منطقی تختی ـــــ شکل ۸ کے منطقوں میں سے ن ۔ ویں منطقہ کا نصف قطر

$$\text{ص}_{\text{ن}} = \sqrt{\left(\text{ط} + \frac{\text{ن ل}}{\text{۲}}\right)^{\text{۲}} - \text{ط}^{\text{۲}}} = \text{ط ن ل}$$

اگر ہم ایک مستوی پردے پر ایسے ہم مرکز دائروں کا سلسلہ کھینچیں جن کے نصف قطروں کی تعیین مندرجۂ بالا ضابطے سے ہو اور یہ منطقے متبادلاً شفاف و غیر شفاف ہوں تو پردے پر جب کبھی نور کی مستوی موج عمود وار واقع ہوگی پردے کے محور پر فاصلہ ط پر جو موجیں واقع ہونگی ان کی ہیئتیں باہم موافق ہونگی۔ پس ایسی منطقی تختی کے محوری فاصلہ ط پر تمام شفاف منطقوں سے آنے والے نور کی موجیں ایک دوسرے کی تائید کرینگی جس کی وجہ سے نقطہ ف بہت منور ہوگا۔ گویا کہ تختی ایک خاص ماسکی فاصلہ ط والے عدسہ کے مشابہ عمل کریگی۔ ہم اس تختی سے متعلق چند ضابطے اخذ کرینگے۔

فرض کرو کہ ج د منطقی تختی ہے اور ا ب اس کا محور ہے ا اور ب اس محور پر تختی کے مقابل جانب اور اس سے کافی دور دو نقطے ہیں۔

ج اور ھ تختی کے دو متواتر شفاف منطقوں کے متناظر نقطے

شکل ۹

فرض کرو۔ چونکہ ج د بمقابل ا د اور د ب بہت چھوٹا ہے۔ اس لیے

$$\text{اج} = \text{اد}\left(1+\frac{\text{جد}^2}{\text{اد}^2}\right)^{\frac{1}{2}} = \text{اد}\left(1+\frac{1}{2}\,\frac{\text{جد}^2}{\text{اد}^2}\right) = \text{اد} + \frac{\text{جد}^2}{2\,\text{اد}}$$

اور اسی طرح

$$\text{جب} = \text{دب} + \frac{\text{جد}^2}{2\,\text{دب}}$$

پس

$$\text{اج} + \text{جب} = \text{اد} + \text{دب} + \frac{\text{جد}^2}{2}\left(\frac{1}{\text{اد}} + \frac{1}{\text{دب}}\right)$$

اور

$$\text{اھ} + \text{ھب} = \text{اد} + \text{دب} + \frac{\text{ھد}^2}{2}\left(\frac{1}{\text{اد}} + \frac{1}{\text{دب}}\right)$$

∴ نور کے راستوں ا ج ب اور ا ھ ب میں تفاوت

$$\frac{1}{2}\left(\frac{1}{\text{اد}} + \frac{1}{\text{دب}}\right)\left(\text{جد}^2 - \text{ھد}^2\right) = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{\text{اد}} + \frac{1}{\text{دب}}\right) 2\,\text{ط}\,\text{ل}$$

جس میں ط تختی کا مستقل ہے یعنی اس کے نصف دوری منطقے اسی فاصلہ کے لحاظ سے تیار کیے گئے ہیں۔

$$\left(\text{واضح ہو کہ } \text{ص}_{\text{ن}}^2 = \left(\text{ط} + \frac{\text{ن}\,\text{ل}}{2}\right)^2 - \text{ط}^2 = \text{ط}\,\text{ن}\,\text{ل}\right)$$

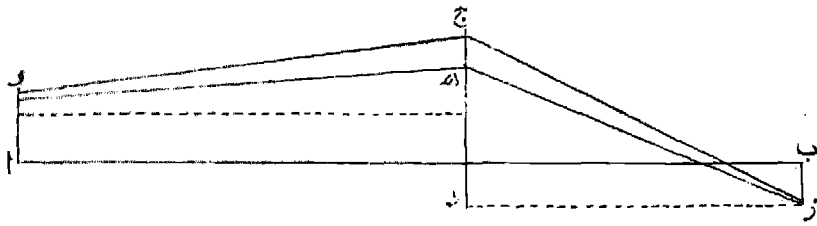
اگر $\frac{1}{\text{اد}} + \frac{1}{\text{دب}} = \frac{\text{ن}}{\text{ط}}$ تو تفاوتِ راہ ن ل ہے۔
اور نور کی موجیں کوئی ط سے دو متواتر شفاف منطقوں سے ایک دوسرے کی تائید کرتی ہیں۔ واضح ہو کہ ن کوئی ایک صحیح عدد ہو سکتا ہے۔

پس ا پر کوئی روشن جسم ہو تو ب پر اس کا خیال مشروط بہ مساوات ذیل بن سکیگا:-

$$\frac{1}{\text{اد}} + \frac{1}{\text{دب}} = \frac{\text{ن}}{\text{ط}}$$

چونکہ ن کوئی ایک صحیح عدد ہے اس لیے ب کے متعدد محل ہونگے یعنی منطقی تختی عدسہ سے اس خاصیت میں مختلف ہے کہ عدسہ میں شخص کے ایک محل کے ساتھ خیال کا بھی ایک ہی محل ہوتا ہے لیکن منطقی تختی میں خیال کے متعدد محل ہوتے ہیں۔

فرض کرو شکل ۱۰ میں ایک چھوٹے جسم ا د کی بلندی م ہے اور اُس کے خیال ب ز کی بلندی مَ ہے۔

شکل ۱۰

و سے ز کو جانے والی موجوں کے دو راستے وج + ج ز اور وھ + ھ ز بتائے گئے ہیں۔

ان کا تفاوت = (وج + ج ز) - (وھ - ھ ز) ہے اور

$$\text{وج}^2 = \text{اد}^2 + (\text{جد} - \text{او})^2 \quad \text{پس} \quad \text{وج} = \text{اد} + \frac{(\text{جد} - \text{او})^2}{2\,\text{اد}}$$

$$\text{اور}\quad \text{جز}^2 = \text{دب}^2 + (\text{جد} + \text{بز})^2 \quad \therefore \quad \text{جز} = \text{دب} + \frac{(\text{جد} + \text{بز})^2}{2\,\text{دب}}$$

$$\text{اس لیے}\quad \text{وج} + \text{جز} = \text{اد} + \text{دب} + \frac{(\text{جد} - \text{او})^2}{2\,\text{اد}} + \frac{(\text{جد} + \text{بز})^2}{2\,\text{دب}}$$

اسی طرح $\text{ءھ} + \text{ھز} = \text{اد} + \text{دب} + \frac{(\text{ھد} - \text{او})^{2}}{\text{۲اد}} + \frac{(\text{ھد} + \text{بز})^{2}}{\text{۲دب}}$

پس تفاوتِ راہ $= \frac{1}{\text{۲اب}}\left\{(\text{جد} - \text{او})^{2} - (\text{ھد} - \text{او})^{2}\right\} + \frac{1}{\text{۲دب}}\left\{(\text{جد} + \text{بز})^{2} - (\text{ھد} + \text{بز})^{2}\right\}$

$= \frac{1}{2}\left(\frac{1}{\text{اد}} + \frac{1}{\text{دب}}\right)\left\{\text{ج}\text{د}^{2} - \text{ھ}\text{د}^{2}\right\} - \frac{\text{او}}{\text{۲اد}}(\text{۲جھ}) + \frac{\text{بز}}{\text{۲دب}}(\text{۲جھ})$

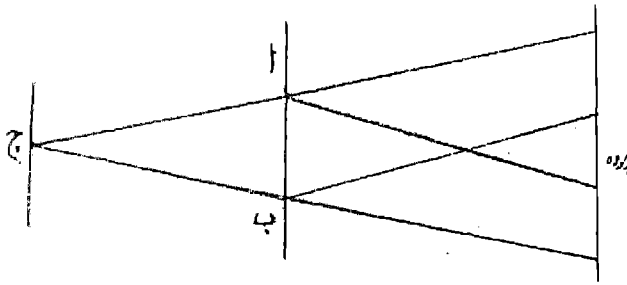
$= \frac{1}{2}\left(\frac{1}{\text{اد}} + \frac{1}{\text{دب}}\right)\left(\text{ج}\text{د}^{2} - \text{ھ}\text{د}^{2}\right) - \text{جھ}\left(\frac{\text{او}}{\text{اد}} - \frac{\text{بز}}{\text{دب}}\right)$

اگر $\left(\frac{1}{\text{اد}} + \frac{1}{\text{دب}}\right) = \frac{\text{ن}}{\text{ط}}$ یعنی پہلی رقم = ن لہ اور دوسری رقم = صفر ہو تو نقطہ ب نقطہ ا کا خیال ہوگا اور نقطہ ز نقطہ و کا خیال ہوگا۔

کیونکہ $\frac{\text{ما یعنی شخص کی بلندی}}{\text{شخص کا فاصلہ تختی سے}} = \frac{\text{مَا یعنی خیال کی بلندی}}{\text{خیال کا فاصلہ تختی سے}}$

پس منطقی تختی چھوٹے طول کے اجسام کے خیال پیدا کرتی ہے اور خیال کے طول کو شخص کے طول کے ساتھ وہی نسبت ہوتی ہے جو عدسوں میں پائی جاتی ہے۔

دُوسرا باب

نور کا تداخل ــــ تھامس ینگ نے اُنیسویں صدی کے آغاز میں نور کے تداخل کا تجربہ شایع کیا۔ آواز کی موجوں کی طرح اگرچہ اس نے غلطی سے نور کی موجوں کو بھی طولی تصور کیا لیکن تداخل کی حد تک موجی نظریہ کے ذریعہ اُس نے جو نتائج اخذ کیے صحیح ثابت ہوئے۔ اس نے نور کی ایک پنسل جھری ج میں سے گزاری جو دو باریک سوراخوں ا اور ب میں سے ہو کر پھیل گئی۔ اِن سوراخوں کے سامنے جب ایک پردہ رکھا گیا تو اس پر روشن اور تاریک بند نظر آئے (ملاحظہ ہو شکل ۱۱)۔

شکل ۱۱

اس تجربہ سے ظاہر ہوا کہ دو مبداؤں سے نکل کر نور کہیں روشنی پیدا کرتا ہے اور کہیں تاریکی۔ افسوس ہے کہ اس زمانہ کے سائنس دانوں نے ینگ کے استدلال پر غور نہیں کیا۔ اور چونکہ اُس وقت بھی باریک سُوراخوں سے نکلنے والے نور کے انکساری مظاہر سے

لوگ کسی قدر واقفیت رکھتے تھے اس لیے یہ رائے قائم کرلی گئی کہ یہ بھی انکسارِ نور کا ایک معمولی مظہر ہے۔ فرینیل نے ینگ کے تجربہ کو کئی طریقوں سے دُہرایا اور مخالفین کے اعتراضوں کو رفع کرنے کے لیے باریک سوراخوں کو بطور مبدائے نور استعمال کرنے کے عوض جھری کے دو مناظری خیالوں کو مبدا بنا کر نور کا تداخل ثابت کیا ہم فرینیل کے تجربے آگے چل کر بیان کرینگے۔ یہاں یہ بتانا چاہتے ہیں کہ نور کو ایتھر (یا فضا) میں موجی حرکت ماننے سے دو مبداؤں کا نور کس طرح تداخل پیدا کرتا ہے۔

اگر ما سے مُراد مقام لا پر کا نقلِ مکان ہے جو عرضی موجی حرکت سے وقوع میں آتا ہے تو

$$\text{ما} = \text{ا جب}\,\frac{2\pi}{\text{ت}}\left(\text{و} - \frac{\text{لا}}{\text{سہ}}\right) = \text{ا جب}\,2\pi\left(\frac{\text{و}}{\text{ت}} - \frac{\text{لا}}{\text{لہ}}\right)$$

جس میں ا موجی حرکت کا حیطۂ ارتعاش اور ت اس کا وقتِ دوران ہے و کسی مقررہ آن سے ناپا ہوا وقت ہے سہ موجوں کی رفتار اور لہ اُن کا طولِ موج ہے۔

اِس موجی حرکت میں وقت و اور محل لا کے لیے رفتار کا ضابطہ

$$\frac{\text{فر ما}}{\text{فر و}} = \text{ا}\,\frac{2\pi}{\text{ت}}\,\text{جم}\,\frac{2\pi}{\text{ت}}\left(\text{و} - \frac{\text{لا}}{\text{سہ}}\right) = \text{ا}\,\frac{2\pi}{\text{ت}}\,\text{جم}\,2\pi\left(\frac{\text{و}}{\text{ت}} - \frac{\text{لا}}{\text{لہ}}\right)$$ ہے

پس توانائی حیطۂ ارتعاش ا کے مربع کے متناسب ہوگی۔

اب ہم فرض کرتے ہیں کہ دو سادہ موسیقی موجیں ایک ہی حیطۂ ارتعاش اور وقتِ دوران کی ایک مقام پر سے ایک خطِ مستقیم اور ایک ہی سمت میں گزرتی ہیں صرف ان کی ہیئتوں میں فرق ہے۔ چونکہ ہر ایک موج آزادانہ اپنا پورا اثر ظاہر کریگی اس لیے نقلِ مکان ان دونوں موجوں کے نقولِ مکان کا حاصل ہوگا۔

یعنے $$\text{ما} = \text{ا جب}\,2\pi\left(\frac{\text{و}}{\text{ت}} - \frac{\text{لا}}{\text{لہ}}\right) + \text{ا جب}\,2\pi\left(\frac{\text{و}}{\text{ت}} - \frac{\text{لا} + \text{فر}}{\text{لہ}}\right)$$

واضح ہو کہ $2\pi\,\frac{\text{فر}}{\text{لہ}}$ ان موجوں کی ہیئتوں کا تفاوت ہے جو مستقل مانا جاتا ہے۔

یعنی ایک موج دوسری موج سے ہمیشہ پورا فاصلہ فہ آگے بڑھی ہوئی ہوتی ہے۔ موجوں کے آزادانہ عمل کا استدلال نور کی موجوں پر بھی عائد کیا جا سکتا ہے۔ اس لیے کہ جیسا کہ ھوایگنز نے بتایا ایک ہی سوراخ سے مختلف اشخاص مختلف اشیاء کو وقتِ واحد میں دیکھتے ہیں تو اشیاء کی وضع و قطع وغیرہ میں کوئی فرق دکھائی نہیں دیتا۔

مندرجۂ بالا مساوات میں جملہ کی رقموں کو جمع کرنے سے حاصل نقلِ مکان

$$ما = ۲ا جم \frac{\pi فہ}{لہ} جب ۲\pi \left(\frac{و}{ت} - \frac{لا + \frac{فہ}{۲}}{لہ} \right)$$

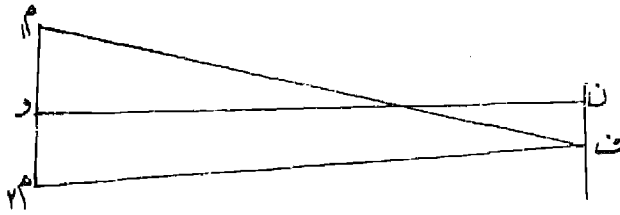
جو ایک ایسی موج کی مساوات ہے جس کا وقتِ دوران اور طول موج ترکیب کھانے والی موجوں کا وقتِ دوران اور طول موج ہے لیکن حیطۂ ارتعاش ۲ا جم $\frac{\pi فہ}{لہ}$ ہے جس کی قیمت علی التواتر ۲ا سے گھٹتے ہوئے صفر اور ـ ۲ا ہو جاتی ہے اور پھر بڑھتے ہوئے صفر ہو کر ۲ا ہو جاتی ہے۔ پس اس موج کی حدت ۴ا^2 سے لے کر صفر تک بدلتی رہتی ہے۔ جس سے صاف ظاہر ہوتا ہے کہ نور کی ایسی دو موجوں کے ملنے سے کہیں زیادہ نور اور کہیں تاریکی پیدا ہوتی ہے۔

جب $\frac{\pi فہ}{لہ} = ن \pi$ یعنی فہ = ن لہ تو ایک موج کے اوج (یا حضیض) دوسری موج کے اوجوں (یا حضیضوں) سے منطبق ہوتے ہیں اور اس لیے وہاں نور کی حدت اعظم ہوتی ہے اور جب $\frac{\pi فہ}{لہ} = (ن + \frac{۱}{۲})\pi$ یعنی فہ = $(ن + \frac{۱}{۲})$ لہ تو ایک موج کے اوج دوسری موج کے حضیضوں کے ساتھ منطبق ہوتے ہیں اور اس لیے وہاں نور کی حدت اقل یعنی صفر ہو جاتی ہے۔

اگر کسی کم تعدد ارتعاش کے دو شاخے کے سروں پر مناسب سوئیاں باندھ کر اس کو مرتعش کریں اور پارے سے بھری ہوئی ایک رکابی کے قریب اس کو تھامے رکھیں اس طرح پر کہ سوئیاں پارے کی سطح کو خفیف سا چھوتی رہیں تو ارتعاش کی وجہ سے پارے کی سطح پر لہریں پیدا ہونگی اور اگر ذرا توجہ سے دیکھا جائے تو پارے کی سطح خاص خاص مقاموں پر شدت کے ساتھ متحرک

نظر آئیگی اور بعض دُوسرے مقامات پر بالکل ساکن - اول الذکر مقامات پر دونوں سوئیوں کی حرکت سے پیدا ہونے والی موجیں ایک دوسرے کی تائید کرینگی اور ثانی الذکر مقاموں پر ایک دوسرے کو تلف کرینگی - اس طرح مایع کی سطح پر ہم ناقص قطع زائد بنینگے جن کے ماسکے سوئیوں کے تماس کے نقطے ہونگے -

فرض کرو شکل ۱۲ میں م۱ اور م۲ دو متوازی ہم ہیئت سادہ موسیقی حرکتوں کے نقطئی مبدا ہیں جن کے حیطۂ ارتعاش اور وقتِ دَوران بھی مساوی ہیں - ف ایک نقطہ ہے جو م۱ اور م۲ کو ملانے والے خط سے دُور ہٹ کر لیکن اسی مستوی میں واقع ہے - ہمیں یہ معلوم کرنا مقصود ہے کہ ف پر ان موجوں کا حاصل اثر کیا ہوگا -

شکل ۱۳

خط م۱ م۲ کی نقطہ و پر تنصیف کرو اور و ن خط م۱ م۲ کے علی القوائم کھینچو - نقطہ ف سے خط ف ن اس کے علی القوائم کھینچو - اگر طول م۱ م۲ کو ۲ ط سے اور و ن کو ل سے تعبیر کریں اور فاصلہ ن ف کو لا مانیں تو

$$م_1 ف^2 = ل^2 + (ط + لا)^2 \quad \text{اور} \quad م_2 ف^2 = ل^2 + (ط - لا)^2$$

$$\text{لہذا} \quad م_1 ف^2 - م_2 ف^2 = (ط + لا)^2 - (ط - لا)^2 = ۴ \, ط \, لا$$

$$\text{اور} \quad م_1 ف - م_2 ف = \frac{۴ \, ط \, لا}{م_1 ف + م_2 ف}$$

اگر فاصلہ ل کے مقابلہ میں ط اور لا چھوٹے ہوں تو $\text{م}_1\text{ف} + \text{م}_2\text{ف}$ کے عوض ہم ۲ ل لکھ سکتے ہیں۔ اور اس لیے

$$\text{م}_1\text{ف} - \text{م}_2\text{ف} = \frac{\text{۲ ط لا}}{\text{ل}}$$

اگر $\text{م}_1\text{ف} - \text{م}_2\text{ف}$ طولِ موج کا صحیح عددی ضعف ہے یعنے ن لہ ہے (جس میں ن ایک صحیح عدد اور لہ طول موج ہے) تو $\frac{\text{۲ ط لا}}{\text{ل}} = \text{ن لہ}$ اور $\text{لا} = \frac{\text{ن ل لہ}}{\text{۲ ط}}$ اور دونوں موجیں ایک دوسری کی تائید کرتی ہیں اور اس لیے نقطہ ف پر حدت اعظم ہے۔

اگر $\text{م}_1\text{ف} - \text{م}_2\text{ف}$ نصف طولِ موج کا طاق عددی ضعف ہے یعنے

$(\text{ن} + \frac{1}{2})$ لہ کے مساوی ہے تو $\frac{\text{۲ ط لا}}{\text{ل}} = (\text{ن} + \frac{1}{2})\,\text{لہ}$

اور اس لیے $$\text{لا} = \frac{(\text{ن} + \frac{1}{2})\,\text{ل لہ}}{\text{۲ ط}}$$

یہاں موجیں ایک دوسری کو تلف کرتی ہیں اور اس لیے نقطۂ ف پر حدت صفر ہوگی یعنے وہ تاریک ہوگا۔

واضح ہو کہ ف مستوی $\text{م}_1\,\text{م}_2\,\text{ن}$ میں صرف ایک نقطہ مانا گیا تھا۔ اگر اس مستوی کے علی القوائم ف ن میں سے ایک پردہ قائم کیا جائے اور ف ق اس پردہ میں ف ن کے علی القوائم ایک چھوٹا خطِ مستقیم کھینچا جائے تو یہ معلوم کرنے کے لیے کہ ف ق پر نور کی موجوں کا کیا عمل ہوگا ہم ف ق = ما فرض کرتے ہیں اور دیکھتے ہیں کہ

$$\text{م}_1\text{ق}^2 = \text{ل}^2 + (\text{ط} + \text{لا})^2 + \text{ما}^2$$

اسی طرح $$\text{م}_2\text{ق}^2 = \text{ل}^2 + (\text{ط} - \text{لا})^2 + \text{ما}^2$$

اور $$\text{م}_1\text{ق}^2 - \text{م}_2\text{ق}^2 = (\text{ط} + \text{لا})^2 - (\text{ط} - \text{لا})^2 = \text{م}_1\text{ف}^2 - \text{م}_2\text{ف}^2$$

پس $$\text{م}_1\text{ق} - \text{م}_2\text{ق} = \frac{(\text{م}_1\text{ف} - \text{م}_2\text{ف})(\text{م}_1\text{ف} + \text{م}_2\text{ف})}{(\text{م}_1\text{ق} + \text{م}_2\text{ق})}$$

اگر ف ق کافی چھوٹا ہو تو (م$_1$ف + م$_2$ف) کو (م$_1$ق + م$_2$ق) کے مساوی تصور کرسکتے ہیں

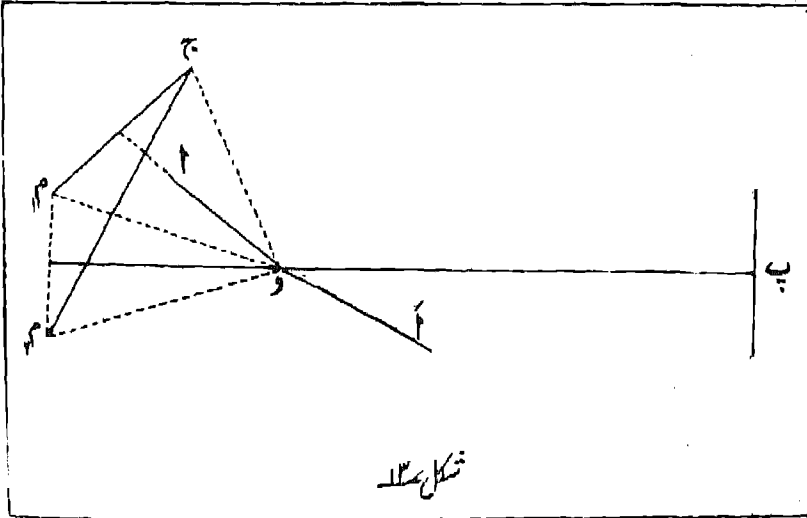
اور م$_1$ق - م$_2$ق = (م$_1$ف - م$_2$ف) تقریباً

پس اگر ف ایک اعظم حدّت کا مقام ہے تو ق بھی اعظم حدّت کا مقام ہوگا۔ اور اگر م$_1$، م$_2$ مستوی م$_1$ م$_2$ ن کے علی القوائم دو چھوٹی منوّر جھریاں ہیں جن میں سے ایک ہی حیطۂ ارتعاش اور وقتِ دوران کی موجیں ایک ہی ہیئت اور ایک ہی سمت میں نکلتی ہیں تو پردہ پر ان کے متوازی کافی روشن اور تاریک لکیریں نظر آئینگی جو تداخلی بندوں کے نام سے موسوم ہیں۔ واضح ہے کہ دو متصل روشن یا تاریک بندوں کا درمیانی فاصلہ $\frac{\text{ل لہ}}{\text{۲ ط}}$ ہوگا۔

یہ تجربہ نہ صرف نور کا تداخل ثابت کرتا ہے بلکہ اس سے نور کے طولِ موج کی پیمائش بھی ہو سکتی ہے۔ م$_1$، م$_2$ مبداؤں سے نکلنے والی موجوں کی ہیئت ایک ہی ہونے یا ان کے مابین مستقل تفاوتِ ہیئت ہونے کے لیے ضروری ہے کہ وہ خود بھی ایک ہی مبدا سے نکلیں۔ چنانچہ ینگ والے تجربہ میں اس کا انتظام موجود ہے۔

مندرجۂ بالا بیان میں ہم نے م$_1$ف کو م$_2$ف کے تقریباً مساوی اور اس طرح م$_1$ق کو م$_2$ق کے تقریباً مساوی مانا ہے۔ یہ صرف اس حد تک درست ہے جب تک کہ لا اور ما کا مربع ناقابلِ لحاظ ہے۔ اگر یہ شرط پوری نہ ہو تو بھی ظاہر ہے کہ نقطۂ ف یا ق پر تنویر اعظم یا اقل ہونے کے لیے صرف اس امر کی ضرورت ہے کہ م$_1$ف - م$_2$ف مستقل ہو۔ جو سطحیں اس شرط کو پورا کرتی ہیں م$_1$ اور م$_2$ ماسکوں والی دو چادریں مجسم زائد نمائی سطحیں ہیں۔ پردہ سے ان مجسم شکلوں کا جب تقاطع ہوتا ہے تو تقاطع کے منحنیوں کی شکل قطع زائد کی ہوتی ہے نہ کہ خطِ مستقیم کی۔ لیکن م$_1$ اور م$_2$ میں جب فاصلہ چھوٹا ہوتا ہے اور صرف پردہ کے مرکز کے قریب والے بندوں پر غور کیا جاتا ہے تو ان شکلوں کا انحنا بہت ہی قلیل ہوتا ہے اور وہ خطوطِ مستقیم تصور کیے جاسکتے ہیں۔

فرینیل (Fresnel) کے آئینے۔ ینگ کے تجربہ میں چونکہ تداخل دو باریک سوراخوں یا جھریوں سے آنے والی موجوں سے پیدا ہوتا ہے معترضین نے اعتراض کیا کہ یہ انکسارِ نور کی مثال ہے تداخل کی نہیں۔ انکسارِ نور کی توجیہ بھی دراصل تداخلِ نور ہی کے ذریعہ ہوتی ہے لیکن اُس وقت لوگ اس کو ایک علیحدہ ہی کیفیت سمجھتے تھے۔ بہرحال اس اعتراض کو رفع کرنے کے لیے فرینیل نے جھریوں سے براہِ راست آنے والی موجوں میں تداخل پیدا کرنے کے عوض ایک ہی مبداء کے دو خیالوں کو ایک دوسرے کے قریب ترتیب دے کر ان کی موجوں میں تداخل پیدا کیا۔ ایک تجربہ میں دو مستوی آئینے ا و ا' استعمال کیے گئے جو باہمدگر تقریباً ۱۸۰° پر مائل تھے (دیکھو شکل ۱۴)۔ ان پر نور جھری ج سے نکل کر منعکس ہوا۔ اور اس سے م، م مجازی خیال پیدا ہوئے۔ گویا نور کی موجیں ان ہی سے نکل کر پردہ پ پر پہنچیں اور وہاں تداخل روشن اور تاریک بندوں کی شکل میں ظاہر ہوا۔

شکل ۱۴

جھری ج کے مجازی خیالوں (م اور م) کے مقام معلوم کرنے کے لیے آئینوں و ا اور ا' و کو علی الترتیب ع اور ع' تک آگے بڑھاؤ اور ان پر ج ع اور ج ع' عمود گراؤ۔ پھر ج ع کو م تک اتنا آگے بڑھاؤ کہ ع م = ج ع اور اسی طرح

ج عَ کو اتنا آگے بڑھاؤ کہ عَ م۲ = ج عَ۔ تب م۱ اور م۲ جھری کے مجازی خیال ہونگے۔ ہندسی عمل سے واضح ہے کہ د ج، د م۱ اور د م۲ باہم دیگر مساوی ہیں۔ پس د کو مرکز مان کر د ج نصف قطر کی جو قوس کھینچی جائیگی م۱ اور م۲ اس پر واقع ہونگے۔ زاویہ م۱ د م۲ کی خط د پ سے تنصیف کرو۔

اب نصف قطر د ج کو ص سے تعبیر کرو اور فاصلہ د پ کو ل سے۔

اگر آئینوں کا درمیانی زاویہ حادّہ سہ مانا جائے تو زاویہ م۱ ج م۲ بھی سہ ہوگا چونکہ م۱ ج م۲ اور م۱ د م۲ ایک ہی قاعدہ پر واقع ہیں مگر علی الترتیب دائرہ کے محیط اور مرکز پر کے زاویے ہیں اس لیے م۱ د م۲ = ۲ سہ اور قوس م۱ م۲ = ۲ ص سہ

چونکہ زاویہ بہت چھوٹا ہے اس لیے وتر م۱ م۲ بھی ۲ ص سہ کے مساوی ہے۔

پس خیالوں کا درمیانی فاصلہ (جس کو ہم نے ینگ والے تجربہ میں ۲ ط سے تعبیر کیا تھا) = ۲ ص سہ اور پردہ سے ان کا فاصلہ (جو پہلے تجربہ میں ل سے تعبیر ہوا تھا) اب ص + ل ہوگا۔ لہذا

دو متصل روشن بندوں کا فاصلہ لا = (ص + ل) لہ / ۲ ص سہ اور لہ = ۲ ص سہ لا / ص + ل

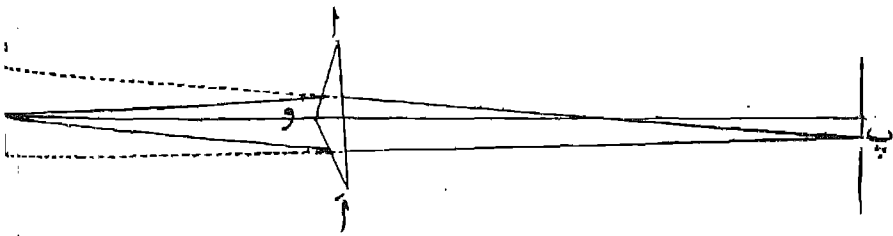
اگر محدب عدسہ استعمال کرکے جھری کو اس کے ماسکہ پر ترتیب دیں تو شعاعیں متوازی ہونگی اور ص اور ص + ل دونوں نا متناہی بڑے ہوجائینگے۔ اس لیے ان کی نسبت اکائی ہوگی۔ اور تب لہ = ۲ سہ لا

فرینیل کا دوئیلا منشور۔ اس تجربہ میں فرینیل نے انعطافِ نور کے ذریعہ ایک مبدار کے دو مجازی خیال ایک دوسرے کے قریب پیدا کیے اور جن موجوں سے ان کی تکوین عمل میں آتی ہے اُن کے تداخل کا انتظام کیا۔ جھری ج کے سامنے ایک بڑے زاویہ منفرجہ والے متساوی الساقین منشور ا و اَ کو اس طرح ترتیب دیا کہ منشور کا انعطافی کنارہ جھری کے متوازی تھا (دیکھو شکل ۱۴)۔ یہ منشور دو مساوی مشترک قاعدہ کے منشوروں کا مرکب سمجھا جا سکتا ہے جن کے انعطافی زاویے ا، اَ قاعدہ کے باہم دیگر مقابل جانبوں پر متشاکلاً واقع ہیں۔

واضح ہے کہ یہ زاویے حادّہ ہونگے اور اس لیے جھری کے مجازی خیال م۱، م۲ جھری سے بالکل قریب اور اس کے باہمدگر متقابل جانبوں پر تتشاکلاً واقع ہونگے۔ ہم ان کو جھری کے انتصابی مستوی میں تصور کر سکتے ہیں۔

منشور کے سامنے پردہ پ پر نور کے تداخل کا مشاہدہ ہوسکتا ہے۔ عام طور پر جو طریقہ اختیار کیا جاتا ہے اس میں مناظری تختہ سے کام لیا جاتا ہے۔ انتصابی جھری یک لونی نور مثلاً سوڈیئم کے چراغ یا خلائی نلی کے کسی طیفی خط سے منور کی جاتی ہے۔ دوئیلے منشور کو مناسب ٹیکن پر اس کے سامنے انتصاباً کھڑا کر کے مناسب پیچوں کے ذریعہ اس کو اس مستوی میں گھماتے ہیں یہاں تک کہ منشور کا انعطافی کنارہ جھری کے عین متوازی ہو جاتا ہے۔ تداخل نور سے اس طرح جو روشن اور تاریک بند تیار ہوتے ہیں ان کا ایک حرکت پذیر خردبین کے ماسکی مستوی میں مشاہدہ کیا جاتا ہے۔ واضح ہے کہ جھری، منشور کا انعطافی کنارہ اور خردبین کے چلیپی تاروں کا نقطۂ تقاطع ایک ہی خطِ مستقیم میں مناظری تختہ کے محور کے متوازی ہونا ضروری ہے۔

خردبین اس محور کے علی القوائم مناسب پیچ کے ذریعہ متوازی الافق حرکت کرتی ہے اور پیچ کو حسبِ ضرورت گھما کر کسی ایک منور بند کے وسطی حصہ کو چلیپی تاروں کے نقطۂ تقاطع سے منطبق کرتے ہیں۔

شکل ۱۴

ان تداخلی بندوں کو بغور ملاحظہ کرنے سے معلوم ہوگا کہ ان میں بعض بند

ترتیب وار بعض دوسرے بندوں سے زیادہ روشن ہے۔ اس کی وجہ یہ ہے کہ منشور کے دونوں پہلو دو مستطیل مبداؤں کی طرح عمل کرکے انکسارِ نور پیدا کرتے ہیں۔ ہمیں چونکہ یہاں محض تداخلی بندوں سے کام ہے اس لیے اس انکسارِ نور کے اثر کو نظرانداز کردیا جاتا ہے۔

اگر متصل کے دو منوّر بندوں کا درمیانی فاصلہ لا ہو اور م$_{1}$ م$_{2}$ فاصلہ ۲ ط اور ان کے وسطی مقام کا فاصلہ خردبین کے ماسکی مستوی سے ل ہو تو سابقہ تجربوں کی طرح طولِ موج

$$\text{لہ} = \frac{\text{۲ ط لا}}{\text{ل}}$$

عملی طور پر ل کی پیمائش جھری اور خردبین کے ماسکی مستوی کے درمیانی فاصلہ کو براہِ راست میتری پیمانہ کے ذریعہ ناپ لینے سے ہوجاتی ہے۔ لا کی تعیین کا بہترین طریقہ غالباً یہ ہوسکتا ہے کہ کوئی دس باہم دیگر متصل روشن بندوں کے نشان پڑھ لیے جائیں اور اس کے بعد چھٹے بند کے نشان میں سے پہلے بند کا نشان تفریق کیا جائے، ساتویں بند کے نشان میں سے دوسرے بند کا نشان تفریق کیا جائے اور اس طرح بالآخر دسویں بند کے نشان میں سے پانچویں بند کا نشان تفریق کیا جائے۔ اور پھر ان سب کے اوسط کو پانچ پر تقسیم کرلیا جائے۔ لا کی یہی صحیح ترین قیمت ہوگی۔

م$_{1}$ م$_{2}$ خیالوں کے درمیانی فاصلہ ۲ ط کی تعیین کے دو طریقے ہیں۔ ایک یہ کہ دوئیلے منشور اور خردبین کے مابین کافی بڑا فاصلہ رکھ کر ان کے درمیان ایک مناسب ماسکی طول کا محدب عدسہ منشور کے قریب ایسے مقام پر ترتیب دیا جاتا ہے کہ خردبین میں م$_{1}$ م$_{2}$ کا نہایت واضح خیال نظر آتا ہے۔ خردبین سے اس وضع میں ان خیالوں کا درمیانی فاصلہ فہ$_{1}$ ناپ لیا جاتا ہے۔ اور پھر عدسہ کو خردبین کے قریب لے جاکر ایک دوسرے مقام پر ترتیب دیتے ہیں جہاں م$_{1}$ م$_{2}$ کا خیال مکرر واضح نظر آتا ہے۔ خردبین کے ذریعہ اس دوسری وضع میں خیالوں کے درمیانی فاصلہ کی دوبارہ پیمائش کی جاتی ہے۔ اگر اس کو فہ$_{2}$ قرار دیں تو م$_{1}$ م$_{2}$ کا حقیقی طول $= \sqrt{\text{فہ}_{1}\ \text{فہ}_{2}}$

دوسرے طریقہ میں طیف پیما کے ذریعہ دوئیلے منشور کے حادّہ زاویے ا اور ا' ناپ لیے جاتے ہیں۔ اگر ان کو ع سے تعبیر کیا جائے تو چونکہ انحراف بہت قلیل

ہوگا اس لیے منشور کے انعطاف نما م کے ضابطے

$$\text{م} = \frac{\text{جب}\ \frac{(\text{ح} + \text{ا})}{۲}}{\text{جب}\ \frac{\text{ا}}{۲}}$$

میں جس میں ح زاویہ اقلِ انحراف ہے ہم بجائے جیب زاویہ خود زاویہ ہی کی قیمت درج کر سکتے ہیں۔ پس

$$\text{م} = \frac{\text{ح} + \text{ا}}{\text{ا}} = \frac{\text{ح}}{\text{ا}} + ۱$$

اور اس لیے $\text{ح} = \text{ا}\ (\text{م} - ۱)$

پس زاویہ $\text{م}_۱$ و $\text{م}_۲$ = $۲\text{ا}\ (\text{م} - ۱)$ اور $\text{م}_۱ \text{م}_۲$ کا طول = $۲\text{ا}(\text{م}-۱)\text{ص}$

جس میں ص منشور سے جھری کا فاصلہ ہے۔

یعنی $۲\ \text{ط} = ۲\text{ا}\ (\text{م}-۱)\ \text{ص}$

ظاہر ہے کہ اس طریقہ میں یہ فرض کر لیا جاتا ہے کہ منشور کا انعطاف نما پہلے ہی سے معلوم ہے۔

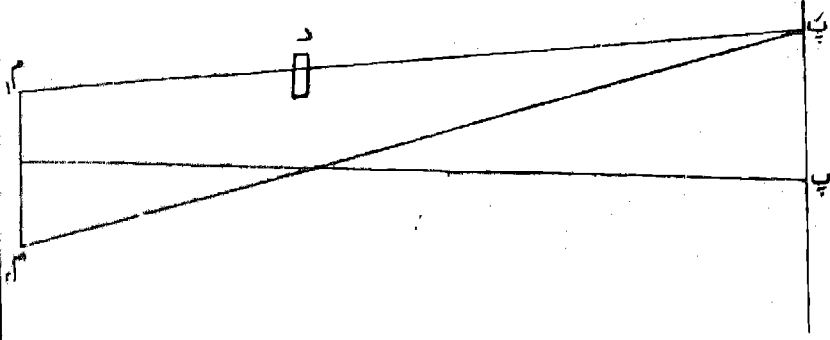
تداخلِ نور کے تجربے صرف اُسی وقت کامیاب ہوتے ہیں جبکہ مبداء جن سے نور کی موجیں نکلتی ہیں خود ایک ہی مبداء سے پیدا ہوتے ہیں۔ یہ ایک امر واقعی ہے کہ دو بالکلیہ مختلف مبداؤں کی موجوں سے کبھی تداخل عمل میں نہیں آتا ہے۔ اس کی دو طریقوں سے توجیہ کی جاتی ہے۔

پُرانے طریقہ کی رُو سے یہ فرض کیا جاتا ہے کہ ہر مبدائے نور کے ارتعاشات کی ہیئت ایک ثانیہ میں آپ سے آپ کئی مرتبہ تبدیل ہو جاتی ہے۔ جن سالمات کے ارتعاش سے نور پیدا ہوتا ہے ممکن ہے کہ وہ آپس میں ٹکرا کر اچانک اپنی ہیئتِ ارتعاش بدل دیتے ہوں۔ دو مبداؤں کی اضافی ہیئت جب بدل جاتی ہے تو پردہ پر تداخل کے بند بھی اپنا مقام تبدیل کر دیتے ہیں۔ اگر یہ عمل ایک ثانیہ میں بارہا وقوع میں آئے تو تداخل کے بند بھی جلد جلد مقام بدلتے جائینگے جس کی وجہ سے ان کا مشاہدہ ناممکن ہوگا۔ اگر دونوں مبداء ایک ہی مبداء سے مشتق ہوں تو تبدیلیٔ ہیئت کا اثر دونوں مبداؤں میں یکساں ہوگا اور اس لیے

تداخلِ نور سے مستقل بند پیدا ہو نگے۔ شوسٹر (Schuster) کا اس پر یہ اعتراض ہے کہ نور کی کسی بھی موج کو جب اس کے ہارمانک اجزاء میں تحلیل کرتے ہیں تو یہ اجزاء کبھی اپنی ہیئت اچانک نہیں بدلتے۔ اس لیے اس نے یہ توجیہ کی کہ خالص یک لونی نور کا استعمال ناممکن ہے۔ دو بالکل جداگانہ مبداء کے نوروں کی یہ کیفیت ہوتی ہے کہ کسی ایک طولِ موج کے نور کے ساتھ اس کے متصل کے طولِ موج والے جو دوسرے نور ہوتے ہیں ان کی اضافی ہیئتیں کبھی ایک نہیں ہوتی ہیں۔ اس لیے ان متصلہ طولِ موج والی موجوں کے تداخل سے جو بند بنتے ہیں اُن کے وسطی حصّے پردہ کے مختلف مقاموں پر واقع ہوتے ہیں۔ اس کا نتیجہ یہ ہوتا ہے کہ مختلف نظاموں کے بند ایک دوسرے کے ساتھ منطبق ہو کر اپنی وضاحت کھو دیتے ہیں۔ پُرانی توجیہ کو نئی توجیہ پر اس لیے سبقت حاصل ہے کہ اس میں نور کی موجوں کی حاصل مجموعی شکل ہی سے بحث کی جاتی ہے نہ کہ اس کے فورئیر (Fourier) والے اجزائے ترکیبی سے۔ معہذا ان اجزائے ترکیبی کا وجود کس حد تک حقیقی ہے اس کا اندازہ کرنا مشکل ہے۔

تداخلِ نور کے ذریعہ پتلی شفاف پرت کی موٹائی کی تعیین۔

دو پیلے منشور کے تجربہ میں اگر ایک خیال سے آنے والی موجوں کے راستہ میں معلوم انعطاف نما کی ایک پتلی متوازی السطوح شفاف پرت استادہ کر دی جائے تو چونکہ پرت میں رفتارِ نور کمتر ہوگی اس لیے مرکزی روشن بند اب کسی دوسرے مقام پر نظر آئیگا۔ فرض کرو کہ انعطاف نما ص ہے اور مرکزی روشن بند پہلے تجربہ کے ن۔ ویں بند کی جگہ نظر آتا ہے۔ م۱، م۲ خیال ہیں جن کی موجوں کے تداخل سے پردہ پ پر روشن اور تاریک بند پیدا ہوتے ہیں دیکھو شکل ۵۱۔ پرت م۱ سے آنے والی موجوں کے راستہ میں رکھی گئی ہے۔ اور مقام پَ پر پرت کی عدم موجودگی میں ن۔ واں روشن بند مشاہدہ ہوا تھا۔ اب پرت کی موجودگی میں پَ پر مرکزی روشن بند دکھائی دیتا ہے۔

پس $م_۲پ - م_۱پ = ن لہ$ جہاں لہ ہوا میں نور کا طولِ موج ہے۔

شکل ۱۵

شفاف پرت کے حائل ہونے کی وجہ سے اب $م_۲پَ - م_۱پَ = ۰$ اس لیے کہ پرت میں نور کی رفتار سست ہونے کی وجہ سے دونوں مناظری راستے مساوی ہو گئے۔

اگر پرت کی موٹائی د فرض کی جائے تو اس کے اندر نور کا راستہ ہوا کے مر د راستے کے مساوی ہوتا ہے ۔ اس لیے $م_۱$ مبداء سے نکل کر پَ تک جانے والی موجوں کے راستہ میں اضافہ بقدر مر د - د یعنے (مر-۱) د ہوتا ہے۔

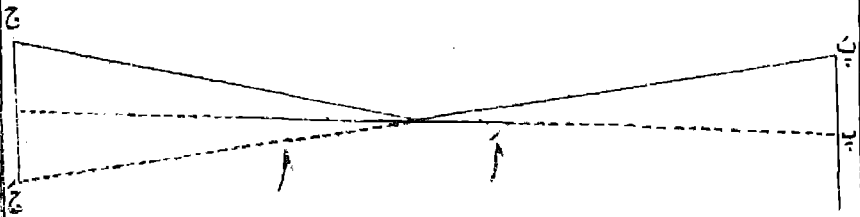
پس (مر-۱) د = ن لہ

مر اور لہ اگر پہلے سے معلوم ہوں تو د کی تعیین ہو جاتی ہے۔

لائیڈ (Lloyd) کے مجرد آئینہ کا طریقہ۔

یہ فرینیل کے تجربوں سے سادہ اور آسان تر ہے۔ دیکھو شکل ۱۶ ۔ آئینہ ا ا انتصابًا استادہ کیا جاتا ہے۔ جھری ج سے اس پر نور کی شعاعیں قائمہ سے ذرا ہی چھوٹا زاویۂ وقوع بناتے ہوئے منعکس ہوتی ہیں اور جَ پر ایک مجازی خیال بنتا ہے۔ ج سے راست اور منعکس ہو کر آنے والی (گویا ج اور جَ سے آنے والی) موجوں میں تداخل ہوتا ہے اور اس سے

جو بند پیدا ہوتے ہیں مقام پ پر چشمہ کے ذریعہ ان کا مشاہدہ ہوسکتا ہے۔ معمولی شیشہ کی پرت کے سامنے کی سطح کو مفضض کرکے یا اس کے پیچھے کی سطح کو کجلا کر بطور آئینہ اُاَ استعمال کرسکتے ہیں تاکہ دوسری سطح سے انعکاس ہوکر دوسرا خیال پیدا ہونے نہ پائے۔ ظاہر ہے کہ اس تجربہ میں عام طور پر تداخلی بندوں کی صرف آدھی تعداد دکھائی دیگی اس لیے کہ منعکس شعاعیں آئینہ کی سطح کے پیچھے نہیں جاسکتی ہیں۔ اگر جملہ تداخلی بندوں کا مشاہدہ مقصود ہو تو راست پنسل ج پ کے راستہ میں ایک پتلی شفاف پرت حائل کی جاسکتی ہے۔ تب تداخلی بندوں کا مرکز آئینہ کے سامنے ہٹ کر آئیگا اور جملہ بند نظر آسکینگے۔

شکل ۱۹

لائیڈ نے یہ تجربہ ۱۸۳۴ء میں شایع کیا۔ اور بتایا کہ عام صورت میں جبکہ جھری سے راست آنے والی موجوں کے راستہ میں کوئی پرت حائل نہیں ہوتی ہے تداخلی بندوں کا مرکز آئینہ کے مستوی میں واقع نہیں ہوتا ہے بلکہ دو متصل بندوں کے نصف فاصلہ کے برابر آگے کو ہٹا ہوا ہوتا ہے۔ پس منعکس پنسل کی ہیئت انعکاس کی وجہ سے بقدر π بڑھ جاتی ہے۔

لائیڈ کے آئینہ اور فرینیل کے آئینوں یا دو پٹیلے منشور کے تجربوں میں ایک اہم فرق یہ ہے کہ فرینیل کے تجربوں میں تداخل نور کی غرض سے جھری کے جو دو خیال بطور مبدا استعمال کیے جاتے ہیں وہ باہم دیگر مشابہ ہوتے ہیں یعنے ایک خیال کی سیدھی جانب دوسرے خیال کی سیدھی جانب کی متناظر ہے اور اسی طرح ایک خیال کی بائیں جانب دوسرے خیال کی بائیں جانب کی متناظر لیکن لائیڈ کے تجربہ میں چونکہ ایک مبدا شخص ہے اور دوسرا اس کا خیال

اِس لیے ایک کی سیدھی جانب دُوسرے کی بائیں جانب کی متناظر ہے اور اس وجہ سے لائیڈ کا یہ تجربہ بے رنگ بندوں کی تیاری کے لیے استعمال ہو سکتا ہے۔

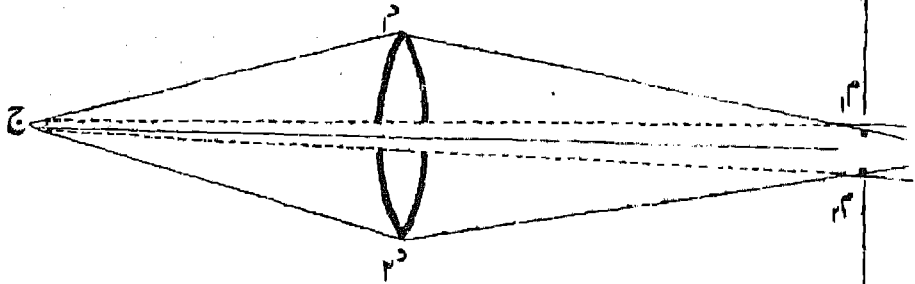
چونکہ دو متصل بندوں کا درمیانی فاصلہ لا = $\frac{ل\,لہ}{۲\,ط}$ ہے جس میں ل مبداء کے پردہ سے فاصلہ ہے اور ۲ ط دونوں مبداؤں کے مابین فاصلہ۔

اس لیے لا نور کے طولِ موج لہ کے متناسب ہے۔ اگر سفید نور استعمال ہو تو ہر رنگ کا طولِ موج اپنا متعلقہ تداخلی نظام تیار کرتا ہے۔ ان تمام نظاموں کا مرکزی بند سفید ہے لیکن باقی تمام بند مختلف مقاموں پر تیار ہوتے ہیں اور اس لیے ایک دُوسرے کو مدّھم کر دیتے ہیں۔ جس کی وجہ سے ایک مرکزی سفید بند کے گرد چھوٹے طولِ موج کے رنگوں سے شروع ہوتے ہیں چند بند ہوتے ہیں اور پھر ان کے بعد عام تنویر ہوتی ہے۔ لیکن اگر کسی طریقہ سے ۲ ط کو مختلف رنگوں کے لیے مختلف اور اس کے متناسب بنائیں تو مختلف رنگوں کے تداخلی نظام ٹھیک ایک دُوسرے پر منطبق ہونگے اور بند بے رنگ۔

اس غرض کو حاصل کرنے کے لیے انکساری جالی کے ذریعہ جھری ج پر ایک تنگ جھری کا طیف بنانا چاہیے۔ چونکہ انکساری جالی کے طیف میں مختلف رنگوں کا انحراف تقریباً اس کے طولِ موج کے متناسب ہوتا ہے۔ اس لیے اگر جھری ج پر طیف آئینہ ا اَ کے علی القوائم اس طرح ترتیب دیا جائے کہ بنفشئی رنگ آئینہ کے مستوی کے قریب ترین ہو تو خیال میں بھی بنفشئی رنگ آئینہ کے قریب ترین ہو گا اور طیف اور اس کے خیال کے درمیانی فاصلہ کو احتیاط کے ساتھ گھٹانے بڑھانے سے طول ط کو نور کے طولِ موج لہ کے متناسب بنا سکتے ہیں۔

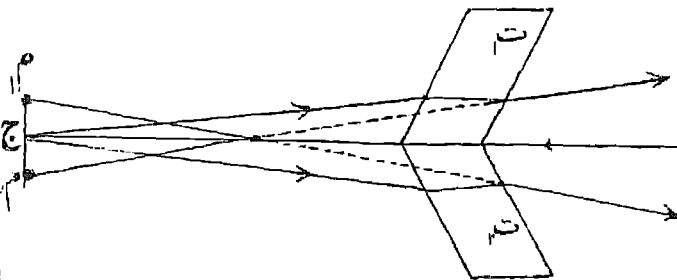
دو خیالوں کے ذریعہ تداخل نور کے دیگر تجربے۔ جھری کے

قریب تشاکلاً دو خیال پیدا کر کے اُن سے آنے والی موجوں کا تداخل اَور طریقوں سے بھی بہ آسانی کیا جا سکتا ہے۔ چنانچہ بلیئے (Billet) نے محدّب عدسہ کو اس کے محیط کے علی القوائم مستوی سے دو مساوی ٹکڑوں میں قطع کر کے ان ٹکڑوں کو ایک دُوسرے سے ذرا ہٹا کر کھڑا کیا (دیکھو شکل ۱۷)۔

ج جھری ہے د۱، د۲ عدسہ کے دو نصف ٹکڑے۔ د۱ سے حقیقی خیال م۱ بنتا ہے

شکل ۱۷

اور د۲ سے حقیقی خیال م۲۔ اِن خیالوں سے نور کی شعاعیں پھیل کر پردہ پر تداخلی بند پیدا کرینگی۔

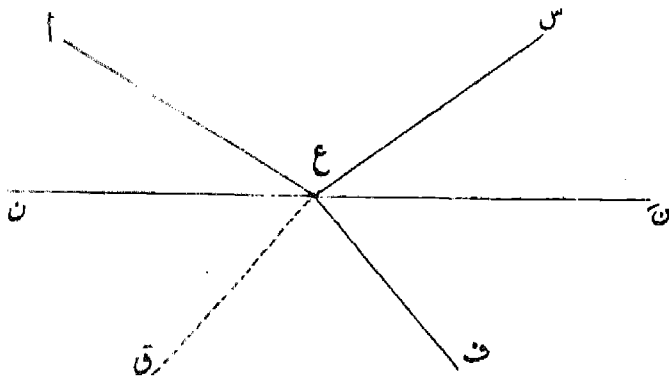
دو شفاف مساوی موٹائی کی ایک ہی مادّے سے بنی ہوئی تختیوں کے ذریعہ بھی تداخلی بند تیار کیے جاسکتے ہیں۔ چنانچہ اس "دوپٹلی تختی" کے استعمال کا طریقہ شکل ۱۸ میں بتایا گیا ہے۔ ت۱، ت۲ تختیاں ہیں جو جھری ج کے لحاظ سے تشاکلاً جمائی گئی ہیں۔ کچھ شعاعیں ت۱ میں سے ہوکر مجازی خیال م۱ بناتی ہیں اور کچھ شعاعیں ت۲ میں سے ہوکر مجازی خیال م۲ بناتی ہیں۔

تختیوں کو مناسب وضعوں میں رکھنے سے م۱ اور م۲ جھری کے بالکل قریب بنینگے۔ اور پردہ پر تداخلی بند پیدا کرینگے۔

شکل ۱۸

انعکاسِ نور کے متعلق اسٹوکس کا طریقۂ عمل۔ فرض کرو کہ اکائی حیطۂ ارتعاش کی ایک شعاع ا ع انعطاف انگیز سطح ن نَ سے نقطہ ع پر دو چار ہوتی ہے۔ چونکہ یہاں شعاع کچھ منعکس ہو کر ع س کے راستے چلی جاتی ہے اور کچھ منعطف ہو کر ع ف کی سمت اختیار کرتی ہے اس لیے فرض کرو کہ منعطف شعاع کا حیطۂ ارتعاش عہ اور طہ ہے جہاں عہ اور طہ دونوں اکائی سے کمتر ہیں اگر ان منعکس اور منعطف شعاعوں کے راستوں کو اُلٹ دیا جائے تو منعکس شعاع س ع سمت ع ا میں عہ² حیطۂ ارتعاش کی ایک شعاع پیدا کرتی ہے اور سمت ع ق میں عہ طہ حیطۂ ارتعاش کی ایک منعطف شعاع پیدا کرتی ہے۔ منعطف شعاع ف ع سمت ع ق میں طہ عہَ حیطۂ ارتعاش کی ایک منعکس شعاع بناتی ہے اور سمت ع ا میں طہ طہَ حیطۂ ارتعاش کی ایک منعطف شعاع۔ لیکن ع س اور ع ف سمتوں کی منعکس اور منعطف شعاعیں جب واپس لوٹائی جاتی ہیں تو ان کی ترکیب سے اکائی حیطۂ ارتعاش والی ابتدائی واقع شعاع پیدا ہونی چاہیے۔

شکل ۱۹

پس ا = عہ² + طہ طہَ اور عہ طہ + طہ عہَ = ۰

یعنی طہ = − طہَ

پس کسی واسطہ کی سطح پر دو شعاعیں واقع ہوں، ایک شعاع واسطہ کے باہر سے

کسی زاویہ پر اور دوسری شعاع اس باہر سے واقع ہونے والی شعاع کے متناظر زاویۂ انعطاف پر، تو باہر منعکس ہونے والی شعاع کے حیطۂ ارتعاش کو اس کی متعلقہ واقع شعاع کے حیطۂ ارتعاش کے ساتھ وہی نسبت ہوتی ہے جو اندر منعکس ہونے والی شعاع کے حیطہ کو اس کی متعلقہ واقع شعاع کے حیطہ کے ساتھ، لیکن اُن کی علامتیں مخالف ہوتی ہیں۔

مستوی متوازی پہلوؤں والی شفاف تختی میں نور کا ضعفی انعکاس و انعطاف

ضعفی انعکاس و انعطاف۔ پتلی جھلیوں کے رنگوں کی توجیہ کے لیے مصرحۂ بالا ضوابطِ انعکاس و انعطاف استعمال کرکے ہم بتا سکتے ہیں کہ شفاف تختی پر واقع موجِ نور کی حدت منعکس موجوں میں کس قدر تقسیم ہوتی ہے اور بعد انعطاف تختی سے خارج ہونے والی موجوں میں کس قدر۔ چونکہ ہر انعکاس کے ساتھ انعطاف اور ہر انعطاف کے ساتھ انعکاس واقع ہوتا ہے اس لیے ہمیں انعکاس و انعطاف دونوں کا لحاظ کرکے نور کی حدت کی تعیین کرنی پڑتی ہے۔

شکل ۲۰ میں اکائی حدّت کی مستوی موج متوازی پہلوؤں والی شفاف تختی ع ف پر سمت ا ع، میں واقع ہوتی ہے ع، پر اس کا ایک جزو ع، س، کی سمت میں منعکس ہوتا ہے اور باقی جزو ع، ف، کی سمت میں منعطف ہوتا ہے ف، پر پہنچ کر اس کا کچھ حصہ ف، ع، کی سمت میں منعکس ہوتا ہے اور کچھ ف، ل، کی سمت میں منعطف ہوکر تختی کے باہر منتقل ہو جاتا ہے۔ اسی طرح ضعفی انعکاس و انعطاف سے ع، س، ع، س، ع، س، وغیرہ شعاعیں تختی کی سامنے کی سطح سے خارج ہوتی ہیں اور ف، ل، ف، ل، ف، ل، وغیرہ اس کے پیچھے کی سطح سے خارج ہوتی رہیں۔ چونکہ تختی کے پہلو مستوی متوازی ہیں اس لیے ع، س، ع، س، وغیرہ باہمدیگر متوازی ہیں اور ف، ل، ف، ل، وغیرہ باہمدیگر متوازی۔

فرض کرو کہ تختی کی سامنے والی سطح پر شعاع ا ع، کا زاویۂ وقوع فہ ہے اور اس کا متناظر زاویۂ انعطاف فہ۔ تختی کی موٹائی ٹ ہے اور عہ، عہ، طہ، طہ ہوا اور تختی کے مادّے میں منعکس اور منعطف موجوں کے حیطۂ ارتعاش کو

تعبیر کرتے ہیں۔ م تختی کا انعطاف نما ہے، ع ن تختی کی سطحوں پر عمود، اور ع$_۲$ ھ خط ع$_۱$ س$_۱$ پر عمود۔ فرض کرو کہ سمت ع$_۱$ س$_۱$ میں منعکس ہونے والی موج اور ع$_۱$ ف$_۱$ ع$_۲$ کی راہ لے کر سمت ع$_۲$ س$_۲$ میں جانے والی موج میں تفاوتِ راہ کی وجہ سے تفاوتِ ہیئت تہ ہے۔ شکل سے ظاہر ہے کہ ہر دو متواتر منعکس موجوں کا تفاوتِ ہیئت تہ ہی ہوگا۔

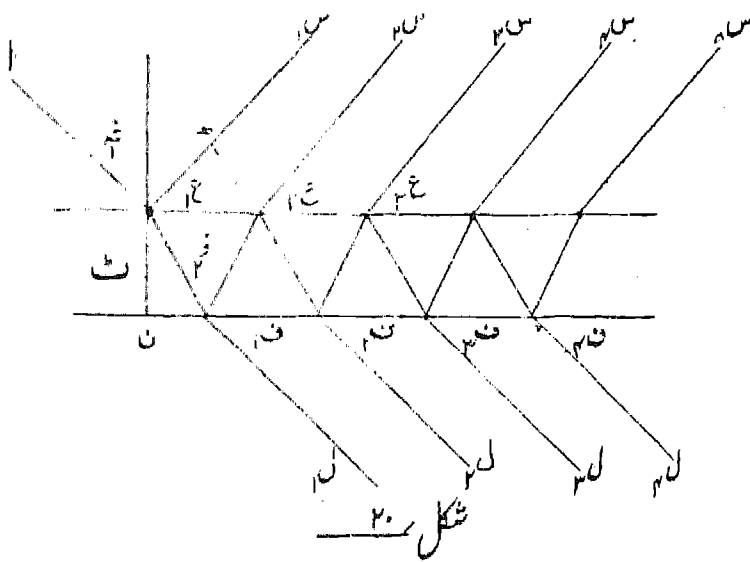
$$ع_۱ ف_۱ = \frac{ٹ}{جم\ فہ_۲}،\quad ع_۲ ھ = ع_۱ ع_۲ \ جم \angle ھ ع_۱ ع_۲$$

پس $ع_۲ ھ = ۲ ن ف_۱ \ جب \ فہ_۱ = ۲ ٹ \ مس \ فہ_۲ \ جب \ فہ_۱ = ۲ م ٹ \frac{جب^۲ فہ_۲}{جم\ فہ_۲}$

اس لیے $تہ = \frac{۲\pi}{لہ}(۲ م ع_۱ ف_۱ - ع_۱ ھ) = \frac{۲\pi}{لہ}\left(\frac{۲ م ٹ}{جم\ فہ_۲} - \frac{۲ م ٹ \ جب^۲ فہ_۲}{جم\ فہ_۲}\right)$

یعنی تفاوتِ ہیئت $تہ = \frac{۲\pi}{لہ}\left(\frac{۲ م ٹ \ جم^۲ فہ_۲}{جم\ فہ_۲}\right) = \frac{۲\pi}{لہ} \ ۲ م ٹ \ جم \ فہ_۲$

اور تفاوتِ راہ $= ۲ م ٹ \ جم \ فہ_۲$

شکل ۲۰

فرض کرو کہ واقع شعاع جب $\frac{۲\pi}{\text{ت}}\left(\text{و} - \frac{\text{ل}}{\text{ہ}}\right)$ ہے۔ پہلی منعکس موج

عہ جب $\frac{۲\pi}{\text{ت}}\left(\text{و} - \frac{\text{ل}}{\text{ہ}}\right)$ ہوگی۔ دوسری منعکس موج

عَہ طہ طَہ جب $\left\{\frac{۲\pi}{\text{ت}}\left(\text{و} - \frac{\text{ل}}{\text{ہ}}\right) - \text{تہ}\right\}$ اور تیسری عَہ^{۳} طہ طَہ جب $\left\{\frac{۲\pi}{\text{ت}}\left(\text{و} - \frac{\text{ل}}{\text{ہ}}\right) - ۲\,\text{تہ}\right\}$

اور چوتھی عَہ^{۵} طہ طَہ جب $\left\{\frac{۲\pi}{\text{ت}}\left(\text{و} - \frac{\text{ل}}{\text{ہ}}\right) - ۳\,\text{تہ}\right\}$ ۔ اسی طرح بقیہ منعکس موجوں کے لیے بھی جملے لکھے جا سکتے ہیں۔ پس حاصل مجموعی منعکس موج

ص جب $\left\{\frac{۲\pi}{\text{ت}}\left(\text{و} - \frac{\text{ل}}{\text{ہ}}\right) - \text{ضہ}\right\}$ سے تعبیر کی جا سکتی ہے جس میں حیطۂ ارتعاش ص اور ہیئت ضہ دریافت شدنی ہیں۔ پس

$$\text{ص جب}\left\{\frac{۲\pi}{\text{ت}}\left(\text{و} - \frac{\text{ل}}{\text{ہ}}\right) - \text{ضہ}\right\} = \text{عہ جب}\,\frac{۲\pi}{\text{ت}}\left(\text{و} - \frac{\text{ل}}{\text{ہ}}\right) +$$

$$\text{عَہ طہ طَہ جب}\left\{\frac{۲\pi}{\text{ت}}\left(\text{و} - \frac{\text{ل}}{\text{ہ}}\right) - \text{تہ}\right\} + \text{عَہ}^{۳}\,\text{طہ طَہ جب}\left\{\frac{۲\pi}{\text{ت}}\left(\text{و} - \frac{\text{ل}}{\text{ہ}}\right) - ۲\,\text{تہ}\right\}$$

$$+ \ldots\ldots + \text{عَہ}^{(۲\text{ن}-۳)}\,\text{طہ طَہ جب}\left\{\frac{۲\pi}{\text{ت}}\left(\text{و} - \frac{\text{ل}}{\text{ہ}}\right) - (\text{ن}-۱)\,\text{تہ}\right\} + \ldots$$

پس ان کو پھیلانے سے ص جب $\frac{۲\pi}{\text{ت}}\left(\text{و} - \frac{\text{ل}}{\text{ہ}}\right)$ جم ضہ - ص جم $\frac{۲\pi}{\text{ت}}\left(\text{و} - \frac{\text{ل}}{\text{ہ}}\right)$ جب ضہ

$$= \text{عہ جب}\,\frac{۲\pi}{\text{ت}}\left(\text{و} - \frac{\text{ل}}{\text{ہ}}\right) + \text{عَہ طہ طَہ جب}\,\frac{۲\pi}{\text{ت}}\left(\text{و} - \frac{\text{ل}}{\text{ہ}}\right)\text{جم تہ}$$

$$- \text{عَہ طہ طَہ جم}\,\frac{۲\pi}{\text{ت}}\left(\text{و} - \frac{\text{ل}}{\text{ہ}}\right)\text{جب تہ} + \ldots$$

$$+ \text{عَہ}^{(۲\text{ن}-۳)}\,\text{طہ طَہ جب}\,\frac{۲\pi}{\text{ت}}\left(\text{و} - \frac{\text{ل}}{\text{ہ}}\right)\text{جم}\,(\text{ن}-۱)\,\text{تہ}$$

- عہَ^(۲ن-۳) طہ طہَ جم ۲π/ت (و - لا/ہ) جب (ن-۱) تہ + ...

یہ مساوات (و - لا/ہ) کی تمام قیمتوں کے لیے صادق آتی ہے۔ اس لیے جب ۲π/ت (و - لا/ہ) اور جم ۲π/ت (و - لا/ہ) کے سر صفر کے مساوی ہیں۔ یعنے

ص جم ضہ = عہ + عہ طہ طہَ (جم تہ + عہَ^۲ جم ۲ تہ + عہَ^۴ جم ۳ تہ + ...
+ عہَ^(۲ن-۲) جم ن تہ) + ...

اور ص جب ضہ = عہ طہ طہَ (جب تہ + عہَ^۲ جب ۲ تہ + عہَ^۴ جب ۳ تہ + ...
+ عہَ^(۲ن-۲) جب ن تہ) + ...

آخرالذکر مساوات کی ہر رقم کو √-۱ یا خ سے ضرب دے کر دونوں مساواتوں کو جمع کرنے سے

ص (جم ضہ + خ جب ضہ) = ص و^(خ ضہ) = عہ + عہ طہ طہَ (و^(خ تہ) + عہَ^۲ و^(خ ۲ تہ)
+ عہَ^۴ و^(خ ۳ تہ) + ... عہَ^(۲ن-۲) و^(خ ن تہ) + ...)

قوسین کے اندر کے جملہ کی رقمیں ایک ہندسی سلسلہ میں ہیں اور وہ صفر کی جانب مستدق ہوتی ہیں۔ اس لیے ان کا حاصل جمع = عہ طہ طہَ و^(خ تہ) / (۱ - عہَ^۲ و^(خ تہ))

پس ص و^(خ ضہ) = ص جم ضہ + خ ص جب ضہ = عہ + عہ طہ طہَ و^(خ تہ) / (۱ - عہَ^۲ و^(خ تہ))

= عہ + عہ طہ طہَ و^(خ تہ) (۱ - عہَ^۲ و^(-خ تہ)) / ((۱ - عہَ^۲ و^(خ تہ)) (۱ - عہَ^۲ و^(-خ تہ)))

= عہ + عہ طہ طہَ (و^(خ تہ) - عہَ^۲) / (۱ - عہَ^۲ و^(خ تہ) - عہَ^۲ و^(-خ تہ) + عہَ^۴)

چونکہ و^(خ تہ) = جم تہ - خ جب تہ اور جم تہ = ½ (و^(خ تہ) + و^(-خ تہ))

اس لیے $\text{ص جم ضہ} + \text{خ ص جم ضہ} = \text{عہ} + \dfrac{\text{عَ طہ طَ}\,(\text{جم تہ} - \text{خ جب تہ} - \text{عَ}^{۲})}{۱ - ۲\,\text{عَ}^{۲}\,\text{جم تہ} + \text{عَ}^{۴}}$

مساوات کی حقیقی اور خیالی مقادیر کو علیحدہ علیحدہ جمع کرنے سے

$$\text{ص جم ضہ} = \text{عہ} + \frac{\text{عَ طہ طَ}\,(\text{جم تہ} - \text{عَ}^{۲})}{۱ - ۲\,\text{عَ}^{۲}\,\text{جم تہ} + \text{عَ}^{۴}}$$

اور $$\text{ص جب ضہ} = \frac{\text{عَ طہ طَ جب تہ}}{۱ - ۳\,\text{عَ}^{۲}\,\text{جم تہ} + \text{عَ}^{۴}}$$

$$\therefore\ \text{ص}^{۲} = \left\{\text{عہ} + \frac{\text{عَ طہ طَ}\,(\text{جم تہ} - \text{عَ}^{۲})}{۱ - ۲\,\text{عَ}^{۲}\,\text{جم تہ} + \text{عَ}^{۴}}\right\}^{۲} + \left\{\frac{\text{عَ طہ طَ جب تہ}}{۱ - ۲\,\text{عَ}\,\text{جم تہ} + \text{عَ}^{۴}}\right\}^{۲}$$

نسب نما $(۱ - ۲\,\text{عَ}^{۲}\,\text{جم تہ} + \text{عَ}^{۴})$ کو سہولت کی خاطر س سے تعبیر کرو۔
چونکہ $\text{عَ} = -\text{عہ}$ اور $\text{طہ طَ} = (۱ - \text{عہ}^{۲})$ لہذا

$$\text{ص}^{۲} = \left\{\text{عہ} - \frac{\text{عہ}\,(۱ - \text{عہ}^{۲})(\text{جم تہ} - \text{عہ}^{۲})}{\text{س}}\right\}^{۲} + \frac{\text{عہ}^{۲}\,(۱ - \text{عہ}^{۲})^{۲}\,\text{جب}^{۲}\,\text{تہ}}{\text{س}^{۲}}$$

$$= \text{عہ}^{۲}\left[\left\{\frac{\text{س} - (۱ - \text{عہ}^{۲})(\text{جم تہ} - \text{عہ}^{۲})}{\text{س}}\right\}^{۲} + \frac{(۱ - \text{عہ}^{۲})^{۲}\,\text{جب}^{۲}\,\text{تہ}}{\text{س}^{۲}}\right]$$

$$= \frac{\text{عہ}^{۲}}{\text{س}^{۲}}\Big\{\text{س}^{۲} - ۲\,\text{س}\,(۱ - \text{عہ}^{۲})(\text{جم تہ} - \text{عہ}^{۲})$$
$$+ (۱ - \text{عہ}^{۲})^{۲}(\text{جم}^{۲}\,\text{تہ} - ۲\,\text{عہ}^{۲}\,\text{جم تہ} + \text{عہ}^{۴} - \text{جب}^{۲}\,\text{تہ}\Big\}$$

$$= \frac{\text{عہ}^{۲}}{\text{س}^{۲}}\left\{\text{س}^{۲} - ۲\,\text{س}\,(۱ - \text{عہ}^{۲})(\text{جم تہ} - \text{عہ}^{۲}) + (۱ - \text{عہ}^{۲})^{۲}(۱ - ۲\,\text{عہ}^{۲}\,\text{جم تہ} + \text{عہ}^{۴})\right\}$$

$$= \frac{\text{عہ}^{۲}}{\text{س}^{۲}}\left\{\text{س}^{۲} - ۲\,\text{س}\,(۱ - \text{عہ}^{۲})(\text{جم تہ} - \text{عہ}^{۲}) - (۱ - \text{عہ}^{۲})^{۲}\,\text{س}\right\}$$

$$= \frac{\text{عہ}^{۲}}{\text{س}}\left\{\text{س} - ۲\,(۱ - \text{عہ}^{۲})(\text{جم تہ} - \text{عہ}^{۲}) - (۱ - \text{عہ}^{۲})^{۲}\right\}$$

$$= \frac{\text{عہ}^{۲}}{\text{س}}\left\{\text{س} - (۱ - \text{عہ}^{۲})(۲\,\text{جم تہ} - ۲\,\text{عہ}^{۲} - ۱ + \text{عہ}^{۲})\right\}$$

$$= \frac{\text{ع}^2}{\text{س}} \left\{ \text{س} + (1 - \text{ع}^2)(1 - 2\,\text{جم}\,\text{تہ} + \text{ع}^2) \right\}$$

$$= \frac{\text{ع}^2}{\text{س}} \left\{ \text{س} + 1 - \text{ع}^2 - 2\,\text{جم}\,\text{تہ} + 2\,\text{ع}^2\,\text{جم}\,\text{تہ} + \text{ع}^2 - \text{ع}^4 \right\}$$

$$= \frac{\text{ع}^2}{\text{س}} \left(1 - 2\,\text{ع}^2\,\text{جم}\,\text{تہ} + \text{ع}^4 + 1 - \text{ع}^2 - 2\,\text{جم}\,\text{تہ} + 2\,\text{ع}^2\,\text{جم}\,\text{تہ} + \text{ع}^2 - \text{ع}^4 \right)$$

$$= \frac{\text{ع}^2 (2 - 2\,\text{جم}\,\text{تہ})}{\text{س}} = \frac{2\,\text{ع}^2}{\text{س}} \left(2\,\text{جب}^2 \frac{\text{تہ}}{2} \right)$$

$$= \frac{4\,\text{ع}^2\,\text{جب}^2 \frac{\text{تہ}}{2}}{1 - 2\,\text{ع}^2\,\text{جم}\,\text{تہ} + \text{ع}^4} = \frac{4\,\text{ع}^2\,\text{جب}^2 \frac{\text{تہ}}{2}}{(1 - \text{ع}^2)^2 + 4\,\text{ع}^2\,\text{جب}^2 \frac{\text{تہ}}{2}}$$

اگر ہم چاہیں تو تختی کی دوسری سطح سے بعد انعطاف خارج ہونے والی موجوں کا حاصل صَ بھی مُصرحۂ بالا طریقہ سے دریافت کر سکتے ہیں۔ لیکن یہ فرض کر کے کہ تختی میں نور ذرا بھی جاذب نہیں ہوتا ہے اصولِ بقائے توانائی کے ذریعہ صَ کی تعیین بہت آسانی سے ہو جاتی ہے۔ چنانچہ

$$\text{ص}^2 + \text{صَ}^2 = 1$$

$$\therefore \quad \text{صَ}^2 = \frac{(1 - \text{ع}^2)^2}{1 - 2\,\text{ع}^2\,\text{جم}\,\text{تہ} + \text{ع}^4}$$

جہاں $\text{جب}^2 \frac{\text{تہ}}{2} = 0$ وہاں $\text{ص}^2 = 0$۔ یعنے منعکس موجوں کی حدّت صفر ہوتی ہے جبکہ $\frac{\text{تہ}}{2}$ یعنی $\frac{2\pi}{\text{لہ}}\,\text{مرٹ}\,\text{جم}\,\text{فہ}_2 = \text{ن}\,\pi$، یعنے $2\,\text{مرٹ}\,\text{جم}\,\text{فہ}_2 = \text{ن}\,\text{لہ}$ جس میں ن ایک صحیح عدد ہے۔

پس اگر دو متواتر منعکس موجوں کا تفاوتِ راہ طولِ موج کا ایک صحیح عددی ضعف ہے تو منعکس نور کی حدّت صفر ہوگی۔

$$\text{چونکہ} \quad \text{ص}^2 = \frac{4\,\text{ع}^2}{\frac{(1 - \text{ع}^2)^2}{\text{جب}^2 \frac{\text{تہ}}{2}} + 4\,\text{ع}^2}$$

اور اس کی قیمت اعظم ہوتی ہے جبکہ جب^2 $\frac{\text{ث}}{2}$ = ۱

پس جہاں $\frac{\text{ث}}{2}$ یعنے $\frac{2\pi}{\text{لہ}}$ مرت جم فہ$_2$ = (۲ ن + ۱) $\frac{\pi}{2}$

یا ۲ مرت جم فہ$_2$ = (۲ ن + ۱) $\frac{\text{لہ}}{2}$ وہاں منعکس نور کی حدّت اعظم ہوگی۔
ہم نے ابھی دیکھا ہے کہ ص^2 کی اقل قیمت صفر ہے۔ اس کی اعظم قیمت $\frac{4\,\text{عہ}^2}{(1+\text{عہ}^2)^2}$ ہے
جہاں ص^2 اقل ہے تو صَ^{2} کی قیمت اعظم اور اکائی ہے۔ اور جہاں ص^2 کی
قیمت اعظم یعنے $\frac{4\,\text{عہ}^2}{(1+\text{عہ}^2)^2}$ ہے تو وہاں صَ^{2} کی قیمت اقل۔ اور $\frac{(1-\text{عہ}^2)^2}{(1+\text{عہ}^2)^2}$
ہے۔

تقریبی نظریہ — اگر تختی مفضّض نہ ہو تو دوسری منعکس شعاع حدّت میں پہلی منعکس شعاع کے تقریبًا مساوی ہوتی ہے اور باقی دوسری شعاعیں بہت مدّہم ہوتی ہیں۔ پس اگر صرف پہلی دوسری شعاعوں ہی کی حدّتوں پر غور کیا جائے اور بقیہ شعاعیں نظر انداز کر دی جائیں تو بھی نتیجہ قریب قریب ویسا ہی برآمد ہوگا جیسا کہ سابقہ نظریہ میں ہم نے ثابت کیا تھا کہ ان دو متواتر موجوں یا شعاعوں میں تفاوتِ راہ ۲ مرٹ جم فہ$_2$ ہے۔

پس اگر یہ فرض کیا جائے کہ تختی کی پہلی سطح پر کے انعکاس اور دوسری سطح پر کے انعکاس میں کوئی فرق نہیں تو ہمیں توقع ہو سکتی ہے کہ اگر یہ تفاوتِ راہ ن لہ کے مساوی ہو یعنے

۲ مرٹ جم فہ$_2$ = ن لہ

جس میں ن کوئی ایک صحیح عدد ہے تو موجیں ایک دوسری کی اعانت کرینگی۔ اور وہاں نور کی حدّت اعظم ہوگی۔ لیکن ہم نے دیکھا ہے کہ اسٹوکس کے استدلال سے عہ = ۔ عَہ پس تختی کی بیرونی اور اندرونی سطحوں پر کے انعکاسوں میں علامتیں مخالف ہیں۔ اس کا یہ مفہوم ہے کہ ایسے انعکاسوں میں ہیئتوں کا فرق بقدر π واقع ہوتا ہے گویا تفاوتِ راہ میں $\frac{\text{لہ}}{2}$ کا اضافہ عمل میں آتا ہے۔
پس اعظم حدّت کی صورت میں

۲ م ن جم فہ = (ن + ½) لہ

یہ نتیجہ سابقہ نتیجہ سے منطبق ہوتا ہے جس میں جملہ منعکس شعاعوں کو ملحوظ رکھا گیا تھا۔

تیل کی پتلی جھلیوں یا صابون کے بلبلوں کا رنگ۔

زیر سطح مٹی کا تیل یا پٹرول جب پانی کی سطح پر پھیل جاتا ہے تو اس پر طرح طرح کے خوبصورت رنگ نظر آتے ہیں۔ اسی طرح صابون کے بلبلے جب پھونکے جاتے ہیں تو اُن کی سطح بھی مختلف رنگوں سے آراستہ دکھائی دیتی ہے۔ صابن کی جھلّی کی موٹائی جیسے جیسے بدلتی جاتی ہے ویسے ہی رنگوں میں بھی تبدیلی واقع ہوتی ہے۔ پھوٹنے سے پہلے بلبلے کا اوپر والا سب سے پتلا حصّہ سیاہ نظر آتا ہے۔

اس کی وجہ نور ہی کا تداخل ہے جو جھلّی کی اوپر اور نیچے کی سطحوں سے منعکس ہوکر یہ کیفیت پیدا کرتا ہے۔ چونکہ ۲ م ٹ جم فہ = ن لہ طول موج لہ والے نور کے اتلاف کا ضابطہ ہے جہاں جھلّی کی موٹائی اس مساوات کی شرط کو پورا کریگی وہاں لہ طول موج کا نور غائب ہوگا اور اس لیے وہ حصّہ باقی ماندہ نور سے رنگین نظر آئیگا چونکہ ایسی صورت میں تنویر ایک ہی مبدا مثلاً آسمان کے منور خطے یا مکان وغیرہ کی سفید سطح سے ہوتی ہے اس لیے نور کا تداخل بھی ممکن ہے۔ جو شعاعیں جھلّی سے نکل کر آنکھ تک پہنچتی ہیں بالکلیہ متوازی نہیں ہوتی ہیں اس لیے ان سب کے لیے جم فہ کی قیمت ایک ہی نہیں ہوسکتی۔ پس جھلّی کے رنگوں میں سے طیف کا کوئی خالص خطّہ غیر موجود ہونے کے لیے ضروری ہے کہ ضابطہ بالا میں ن ایک چھوٹا صحیح عدد ہو یعنی جھلّی کافی پتلی ہو۔ کیچڑ پانی کے ڈبروں میں جب تیل گر کر پھیل جاتا ہے تو رنگ زیادہ شوخ اس لیے نظر آتے ہیں کہ جھلّی کے نیچے کی سطح سے جو نور خارج ہوتا ہے پورا جذب ہوجاتا ہے اور تداخلِ نور کے اثرات میں خلل نہیں پیدا کرتا۔ صدف وغیرہ نیم شفاف پرت دار اجسام کے خوبصورت رنگ بھی اسی قسم کے تداخلِ نور سے وقوع میں آتے ہیں۔

نیوٹن کے رنگین حلقوں کی پیدائش اور ان کے ذریعہ نور کے طولِ موج کی تعیین۔

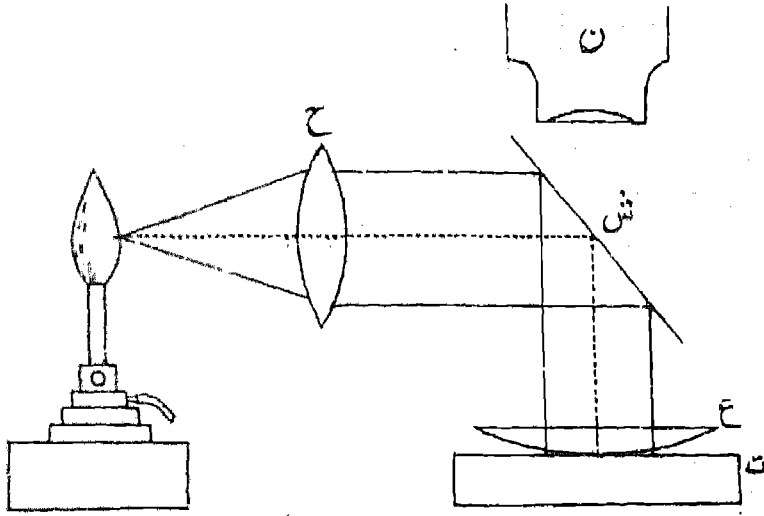
نیوٹن نے دوربین کے دہانہ والے عدسہ کو

جس کے نصف قطر انحنا کئی فٹ لمبے تھے شیشہ کی ایک مناسب تختی پر رکھ کر دیکھا تو اس کو عدسہ اور تختی کے نقطۂ تماس کے گرد ہم مرکز سیاہ اور رنگین حلقے نظر آئے جو مرکز سے جیسے دُور واقع تھے ویسے ایک دوسرے کے قریب بھی تھے۔ نیوٹن نے براہ راست خالی آنکھ سے اُن کے نصف قطر ناپے اور ان کا باہمی ربط دریافت کیا۔ اس سے پہلے هوك (Hooke) نے ۱۶۶۴ء میں ان حلقوں کا مشاہدہ کیا تھا اور ایک حد تک ان کی صحیح توجیہ کی بھی کوشش کی تھی جو تقریباً ایک سو سال بعد ینگ (Young) کے اجتہاد سے کامیاب ہوئی۔

معمل میں یہ تجربہ بآسانی ترتیب پاسکتا ہے۔ شیشہ کی کسی قدر موٹی تختی پر ایک چھوٹا لیکن تقریباً ۱۰ انچ بیشتر ماسکی طول کا عدسہ رکھ کر نقطۂ تماس خردبین میں سے دیکھا جائے تو اس کے گرد اس قسم کے متعدد حلقے نظر آئینگے۔ شکل ۲۱ میں ع عدسہ اور ت تختی ہے۔ ش ایک شیشہ کی پتلی تختی ہے جو عدسہ کے اوپر کو افق کے ساتھ ۴۵° پر استادہ کی جاتی ہے۔ ح ایک محدب عدسہ ہے جس کے ماسکہ پر ایک وسیع ایک لونی مشعل مثلاً سوڈیم کا چراغ روشن کیا جاتا ہے۔ شعاعیں جب اس عدسہ (ح) میں سے متوازی نکلینگی تو تختی ش سے منعکس ہو کر عدسہ ع اور تختی ت پر انتصاباً واقع ہونگی۔ بعد انعکاس اوپر کی طرف کو لوٹینگی۔ اور تختی ش میں سے ہو کر خردبین ن میں داخل ہونگی۔

اس تجربہ میں عدسہ ع اور تختی ت کے مابین ہوا کی جو پتلی جھلّی ہے اس کی اوپر اور نیچے والی سطحوں سے نور کی شعاعوں کا انعکاس ہو کر تداخل پیدا ہوتا ہے۔ منعکس شعاعوں کے تداخل سے جو حلقے بنتے ہیں ان کا سب سے اندرونی حلقہ سیاہ ہوتا ہے۔ ان حلقوں کے مشاہدہ کے لیے خردبین کو اس طرح ترتیب دینا چاہیے کہ جھلّی ماسکہ پر آئے۔ خارج شدہ شعاعوں کے تداخل سے بھی حلقے دکھائی دیتے ہیں لیکن ان کا سب سے اندرونی حلقہ روشن ہوتا ہے۔ منعکس شعاعوں کے تداخل سے جہاں سیاہ حلقہ نظر آتا ہے وہاں خارج شدہ شعاعوں کے تداخل سے روشن حلقہ دکھائی دیتا ہے۔ گویا یہ ایک دوسرے کی تکمیل کرتے ہیں۔

نقطۂ تماس و کے قریب میں (ملاحظہ ہو شکل نمبر ۲۱) عدسہ اور تختی کے

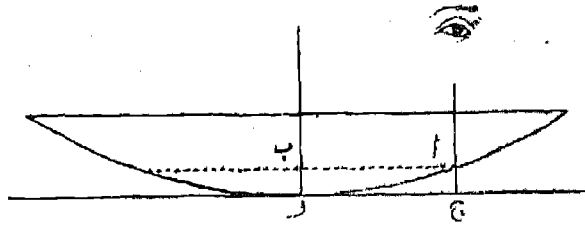
شکل نمبر ۲۱

بیچ کی ہوا کی جھلّی مستوی متوازی پہلوؤں والی تختی تصور کی جاسکتی ہے جس کی موٹائی آج میں جیسے جیسے ا کا فاصلہ نقطۂ تماس و سے بڑھتا جاتا ہے بتدریج اضافہ ہوتا ہے۔ اگر ا ج کو ٹ خطِ مماس و ج کے طول کو ط مانا جائے اور عدسہ کی نیچے والی کروی سطح کے نصف قطر کو ص تو از روئے خواصِ دائرہ

$$\text{ط}^2 = \text{ٹ}\,(2\,\text{ص} - \text{ٹ})$$

ٹ کے مقابلہ میں عدسہ کا نصف قطر ص ایک بہت بڑی مقدار ہے اس لیے تقریباً

$$\text{ط}^2 = 2\,\text{ص}\,\text{ٹ} \quad \text{اور} \quad \text{ٹ} = \frac{\text{ط}^2}{2\,\text{ص}}$$

ہوا کی اس جھلّی میں نور کی شعاع کا زاویۂ وقوع ۹۰° ہو تو جیسا کہ شکل نمبر ۲۰ سے بحث کرتے ہوئے بتایا گیا تھا جھلّی کی اوپر اور نیچے والی سطحوں سے منعکس ہونے والی

شعاعوں میں تفاوتِ راہ ۲ مرٹ جم فہ$_{۲}$ ہے جس میں مر ہوا کا انعطاف نما

شکل ۲۲

یعنی اکائی ہے ۔ یہ تفاوتِ راہ اگر ن لہ کے مساوی ہو جس میں ن ایک صحیح عدد ہے تو یہاں تداخل کی وجہ سے نور کی موجیں ایک دوسرے کو تلف کردینگی اور نقطہ ج پر سیاہی نظر آئیگی ۔ پس د ج نصف قطر والا حلقہ سیاہ ہوگا ۔ ن لہ تفاوتِ راہ والے حلقہ کے نصف قطر کو ہم طن سے تعبیر کرینگے ۔

پس اس کے پاس جھلی کی موٹائی ٹ = $\frac{\text{ط}^{۲}_{\text{ن}}}{\text{۲ ص}} = \frac{\text{ن لہ}}{\text{۲ جم فہ}_{۲}}$ $\therefore$ $\text{ط}^{۲}_{\text{ن}} = \frac{\text{ص ن لہ}}{\text{جم فہ}_{۲}}$

یعنی ان حلقوں کے نصف قطر فطری اعداد کے جذر المربع کے تناسب ہیں۔
اسی طرح اعظم تنویر والے حلقوں کے نصف قطر کا ضابطہ

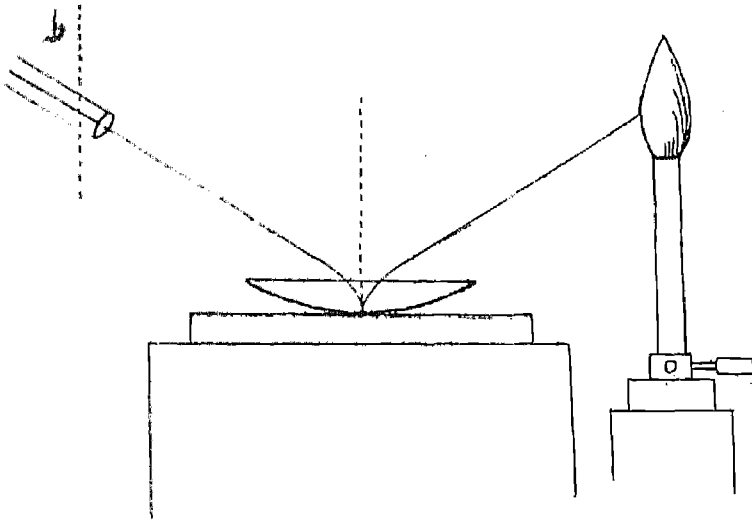
$$\text{ط}^{۲} = \frac{\text{ص (ن} + \frac{۱}{۲}\text{) لہ}}{\text{جم فہ}_{۲}} \text{ ہے}$$

اگر طن$_{۱}$ = ن$_{۱}$ ویں روشن حلقہ کا نصف قطر اور طن$_{۲}$ = ن$_{۲}$ ویں روشن حلقہ کا نصف قطر

$$\text{تو ط}^{۲}_{\text{ن}_{۲}} - \text{ط}^{۲}_{\text{ن}_{۱}} = \frac{\text{ص (ن}_{۲} + \frac{۱}{۲}\text{) لہ}}{\text{جم فہ}_{۲}} - \frac{\text{ص (ن}_{۱} + \frac{۱}{۲}\text{) لہ}}{\text{جم فہ}_{۲}} = \frac{\text{ص (ن}_{۲} - \text{ن}_{۱}\text{) لہ}}{\text{جم فہ}_{۲}}$$

$$\therefore \text{لہ} = \frac{(\text{ط}^{۲}_{\text{ن}_{۲}} - \text{ط}^{۲}_{\text{ن}_{۱}}) \text{ جم فہ}_{۲}}{(\text{ن}_{۲} - \text{ن}_{۱}) \text{ ص}}$$

واضح ہے کہ جب شعاعیں شکل (۲۱) کی طرح عمودوار واقع ہوتی ہیں تو جھلی میں وقوع کا زاویہ صفر ہوتا ہے اور اس لیے جم فہ = ۱

اس تجربہ سے کسی بھی نور کا طولِ موج بآسانی دریافت کیا جا سکتا ہے۔ شکل (۲۲) کی طرح بھی خردبین کے محور کو انتصابی سمت کے ساتھ زاویہ طہ پر مائل رکھ کر نیوٹن کے حلقوں کا تجربہ کیا جا سکتا ہے مشعل سے جو شعاعیں نکلتی ہیں عدسہ کی اوپر والی سطح کے عمود کے ساتھ تقریباً یہی زاویہ طہ بناتی ہیں۔ چونکہ اس تجربہ میں حلقے ترچھی وضع میں مشاہدہ ہوتے ہیں اس لیے وہ دائری نہیں بلکہ قطع ناقص کے ایک نظام کی شکل میں دکھائی دینگے۔

شکل ۲۳

منعکس موجوں کے تداخل سے جو حلقے بنتے ہیں ہم نے ابھی بیان کیا ہے کہ اِن کا مرکزی حلقہ سیاہ ہوتا ہے۔ اس لیے کہ ایک انعکاس شیشہ میں ہوا کی جھلی کے اوپر واقع ہوتا ہے اور دوسرا ہوا میں شیشہ کی سطح کے اوپر۔ اِس لیے تفاوتِ راہ کی تعیین میں ایک نصف طولِ موج کا اضافہ وقوع میں

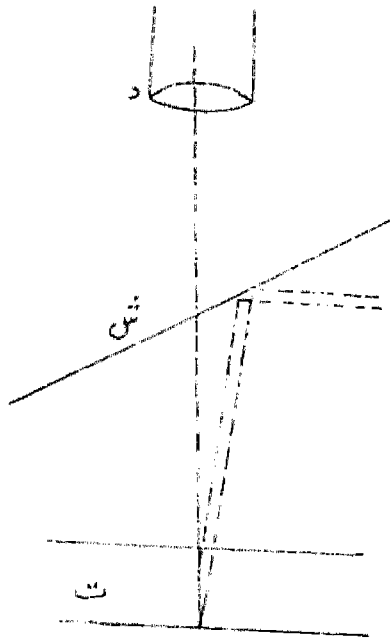
آتا ہے - لیکن اگر عدسہ کراؤن شیشہ اور اس کے نیچے کی تختی فلنٹ شیشہ کی ہو اور ان دونوں کے بیچ میں سسنا فراس کا تیل پھیلا یا جائے جس کا انعطاف نما کراؤن شیشہ کے انعطاف نما سے بڑا اور فلنٹ شیشہ کے انعطاف نما سے چھوٹا ہے تو چونکہ نور کی شعاعیں تیل کی اوپر اور نیچے کی سطح سے جب منعکس ہوتی ہیں تو دونوں صورتوں میں کمتر انعطاف نما سے زائدتر انعطاف نما والے واسطہ میں انعکاس واقع ہوتا ہے اس لیے تفاوتِ راہ کی تعیین میں مزید نصف طول موج کے اضافہ کی ضرورت نہیں ہوتی اور مرکزی حلقہ روشن دکھائی دیتا ہے - چنانچہ ینگ سب سے پہلا شخص ہے جس نے یہ تجربہ کرکے بتایا -

جب واقع شعاع یک لونی نہیں بلکہ سفید ہوتی ہے تو اس کے مختلف لونی اجزا ایک دوسرے پر متراکب ہوتے ہیں جس کا نتیجہ یہ ہوتا ہے کہ مرکزی سیاہ حلقہ کے گرد رنگین حلقے دکھائی دیتے ہیں اور ان کی تعداد بھی کم ہوتی ہے - نیوٹن نے ان رنگوں کے سات مندرجۂ ذیل سلسلے مشاہدہ کیے :-

(۱) سیاہ، نیلا، سفید، زرد، سرخ (۲) بنفشی، نیلا، سبز، زرد، سرخ (۳) ارغوانی، نیلا، سبز، زرد، سرخ (۴) سبز، سرخ (۵) سبزی مائل نیلا، سرخ (۶) سبزی مائل نیلا، ہلکا سرخ (۷) سبزی مائل نیلا، سرخی مائل سفید -

سی - وی - بائز (C. V. Boys) نے "پیالۂ قوس قزح" کے نام سے ایک آلہ اختراع کیا ہے جس سے سفید نور میں ان رنگین حلقوں کا بخوبی مطالعہ ہوسکتا ہے - یہ پیتل کے ایک حلقہ پر مشتمل ہے جس کا قطر تقریباً چار انچ ہے اور جو سرعت کے ساتھ ایک انتصابی محور کے گرد گھمایا جا سکتا ہے - گھمانے سے پہلے اس حلقہ پر صابون کے پانی کی ایک جھلی پھیلا دی جاتی ہے - گردش جیسے جیسے تیز ہوتی جاتی ہے جھلی کے مرکز پر موٹائی کمتر ہوتی جاتی ہے اور ساتھ ہی اس کے محیط کی طرف بڑھتی جاتی ہے - بالآخر مرکز پر ایک سیاہ دھبا اور اس کے گرد رنگین حلقے دکھائی دینے ہیں جن کے قطروں کے طول گردش کے ساتھ تبدیل کیے جا سکتے ہیں -

ہیڈِنجر (Haidinger) کی جھالریں - ھیڈِنجر نے

۱۸۴۹ء میں مشاہدہ کیا گیا کہ کسی قدر موٹی شفاف متوازی پہلوؤں والی تختی میں بھی تداخل نور سے رنگین حلقے بنتے ہیں۔ لیکن اس امر کی تحقیق مینسکار (Mascart) اور لُمّر (Lummer) نے کی۔ شفاف تختی اگر ۳ یا ۴ ملی میٹر موٹی ہو تو ان حلقوں کے مشاہدہ کے لیے اس کے پہلوؤں کا ٹھیک مستوی اور متوازی ہونا ضروری ہے اس لیے کہ تختی کی متوازی سطحوں سے منعکس ہو کر تداخل پیدا کرنے والی شعاعیں ان سطحوں کو جن نقطوں میں منقطع کرتی ہیں اُن کا درمیانی فاصلہ بہت زیادہ ہوتا ہے۔ معہذا ان کے دیکھنے کے لیے آنکھ لا تناہی پر ماسکہ پر لائی جانی چاہیے یا دوربین سے مدد لی جائے۔ ساتھ ہی نور بھی یک لونی ہونا چاہیے۔ اس لیے کہ تداخل کے ضابطہ ۲ ٹ م جم فہ = ن لہ سے ظاہر ہے کہ تختی کی موٹائی ٹ بمقابلہ لہ ایک بڑی مقدار ہونے کی وجہ سے فہ کی کسی ایک قیمت کے لیے ن کی ایسی قیمتیں مل سکتی ہیں جو طیف کے ہر رنگ کے لیے درست ہو سکتی ہیں۔ شکل ۲۳ میں ت شفاف موٹی تختی ہے۔ اس پر شعاعیں ۴۵° پر مائل پتلی غیر مفضض شیشہ کی تختی ش سے منعکس ہو کر گرتی ہیں۔ اور پھر اس کی اوپر اور نیچے والی سطحوں سے منعکس ہو کر دُوربین میں داخل ہوتی ہیں۔ ت کی سطحیں جب ٹھیک متوازی ہوتی ہیں تو جھالریں ہم مرکز حلقوں کی شکل میں نظر آتی ہیں جن کا مشترک مرکز دُوربین کے محور پر واقع ہوتا ہے۔ حلقوں کی تعداد معین ہوتی ہے۔ سب سے اندر کا حلقہ تختی کی موٹائی اور شعاعوں کی انعطاف پذیری کے لحاظ سے کبھی سیاہ ہوتا ہے

د

ش

ت

شکل ۲۳

اور کبھی روشن۔ ھیڈنجر کی ان جھالروں کے معائنہ سے تختی کے پہلوؤں کے ٹھیک مستوی متوازی ہونے کا امتحان ہوسکتا ہے۔ کسی سطح کے مستوی ہونے کا امتحان مقصود ہو تو آسان طریقہ یہ ہے کہ اس کو ایک ایسی سطح پر رکھا جائے جس کا مستوی ہونا مناظری طریقہ سے ثابت ہوچکا ہو۔ زیرِ امتحان سطح اور اس سطح کی درمیانی ہوا کی جھلّی کو یک لونی نور سے منوّر کرکے تداخلی جھالروں کا امتحان کرنے سے پتہ چل جاتا ہے کہ سطح کس حد تک مستوی ہے۔

دقیق پیمائشوں میں تداخلِ نور کے اطلاقات ۔ چونکہ نور کا طولِ موج بہت چھوٹا ہے اس لیے تداخلِ نور کے تجربوں کے ذریعہ سے نہایت باریکی کی پیمائشیں عمل میں لائی جاسکتی ہیں۔ ابھی ابھی بیان کیا گیا کہ تداخلِ نور کا طریقہ استعمال کرکے تختیوں کی سطحوں کو بالکلیہ مستوی متوازی بنا سکتے ہیں۔ اس کے علاوہ یہ طریقہ شفاف اشیاء کے انعطاف نما کی خفیف تبدیلیوں مثلاً تپش یا دباؤ کی تبدیلی سے گیس کے انعطاف نما کی تبدیلی کی پیمائش میں استعمال ہوتا ہے۔ بعض معیاری اشعاعوں کے طولِ موج کی قیمت بھی اس کے ذریعہ طول کی اکائی کی رقموں میں ناپی جاسکتی ہے۔ طیفی خطوط کی ساخت بھی اس سے دریافت ہوسکتی ہے کہ آیا وہ منفرد ہیں یا مرکب۔

سرِدست ہم تداخلِ نور کے طریقہ سے انعطاف نما کی خفیف تبدیلیوں کی پیمائش پر بحث کریں گے۔ اور بتائیں گے کہ طیف پیما کے طریقہ سے یہ طریقہ کیوں زیادہ حسّاس ہے۔ واضح ہو کہ طیف پیما کا استعمال زاویہ پیمائی پر منحصر ہے۔ عمدہ سے عمدہ طیف پیماؤں میں ۱ ثانیہ تک کا زاویہ پڑھا جاسکتا ہے اور اس طرح کسی شئے کا انعطاف نما اعشاریہ کے چوتھے مقام تک صحت کے ساتھ معلوم ہوسکتا ہے۔ جن تجربوں میں ٹھوس یا مائع کے انعطاف نما کی مطلق قیمت دریافت کرنی مقصود ہو ان کے لیے طیف پیما بہترین آلہ ہے۔ لیکن گیسوں کے انعطاف نما یا ٹھوس یا مائع اشیاء کے انعطاف نما کی خفیف تبدیلیوں کے لیے تداخلِ نور کے طریقے زیادہ حسّاس ہوتے ہیں۔ اگر بالفرض کسی شئے کے اندر نور کی موجیں ۱ سم راستہ طے کرتی ہیں اور اس شئے کے انعطاف نما م کی تبدیلی سے اس راستہ

طول میں $\frac{لہ}{ن}$ یعنے ایک طولِ موج کی ن - ویں کسر کا فرق پیدا ہو جاتا ہے تو

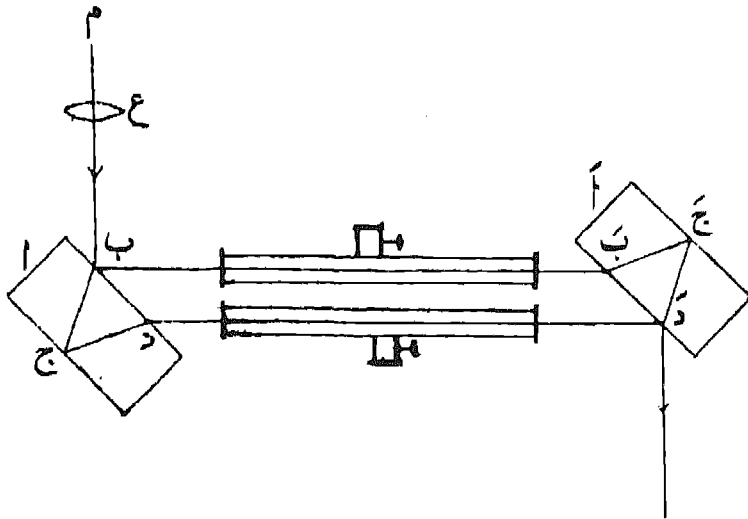
$$\frac{۱۰ + \frac{لہ}{ن}}{۱۰} = \frac{مر + فرمر}{مر} \quad \therefore \quad \frac{فرمر}{مر} = \frac{لہ}{۱۰ ن}$$

پس اگر طولِ موج ۵ × ۱۰^-۵ سمر (جو ایک سبز رنگ سے متعلق ہے) ہو تو

فرمر = $\frac{۵ \times ۱۰^{-۶}}{ن}$ مر کیسی مناظری راستہ کے طول میں طولِ موج کے پانچویں حصہ تک کی تبدیلی بھی بآسانی ناپ لی جا سکتی ہے - پس اس طریقہ سے انعطاف پیما کی تبدیلی اس کے ۱۰^-۶ حصہ تک یعنی اعشاریہ کے چھٹے مقام تک ناپنے میں کوئی دقت نہیں - بالفاظِ دیگر یہ طریقہ طیف پیما کے طریقہ سے سوگنا زیادہ حساس ہے - جن آلات کے ذریعہ ایسی پیمائشیں عمل میں آتی ہیں ان کو تداخل پیما (Refractometer) کہتے ہیں -

ژامان (jamin) کا تداخل پیما - ا اور اَ شیشے کی دو عین مساوی موٹی تختیاں ہیں جو ایک ہی کُندے سے تراشی گئی ہیں ملاحظہ ہو شکل ۲۵ - ان کی سطحیں مناظری طریقہ سے مستوی اور متوازی بنائی گئی ہیں - ان کی پیچھے کی سطحیں مفضض ہیں - اور وہ تقریباً ایک میٹر کے فصل سے مناظری بنچ پر باہمدگر متوازی استادہ کی گئی ہیں - ا کو پہلے اس طرح کھڑا کرتے ہیں کہ اس کی تیار کردہ سطحیں انتصابی اور بنچ کے محور سے ۴۵° مائل ہوتی ہیں - مبدا رم سے جو شعاعیں نکلتی ہیں محدب عدسہ کے ذریعہ متوازی بن کر تختی ا کے ساتھ ۴۵° زاویہ پر واقع ہوتی ہیں - سامنے کی سطح سے ان کا کچھ حصہ منعکس ہو کر سمت ب بَ میں بنچ کے محور کے راستہ سے گزرتا ہے اور کچھ تختی میں داخل ہو کر اس کے پیچھے کی سطح سے نقطہ ج پر منعکس ہوتا ہے اور بالآخر سامنے کی سطح سے خارج ہو کر پہلے جزو کی متوازی سمت د دَ میں چلا جاتا ہے - پہلی منسل تختی اَ میں بَ جَ کی سمت میں منعطف ہوتی ہے اور پھر جَ دَ کی سمت میں منعکس ہو کر اسی راستہ سے خارج ہوتی ہے جس راستہ سے دوسری منسل تختی اَ کی

سامنے والی سطح سے منعکس ہوتی ہے۔ تختی اَ انتصابی محور کے گرد حسب ضرورت خفیف سی گھمائی جاسکتی ہے۔ اگر دونوں تختیاں ٹھیک مشابہ اور متوازی ہونگی تو تمام شعاعوں کے لیے دونوں راستے ایک ہی طول کے ہونگے۔ اس منزل پر پہنچنے کے بعد اگر احیاناً شیشہ کی یکسانیت میں سقم یا تختیوں کی سطحوں میں بناوٹ کے کچھ عیوب رہ گئے ہوں تو آنکھ ع کو بھدّی بے قاعدہ شکلیں نظر آنے لگینگی۔ تختیاں جس قدر ٹھیک متوازی ہونگی اُتنا ہی تداخل نور سے پیدا ہونے والے بند چوڑے نظر آئینگے۔ ایسے بندوں کو بروسٹر (Brewster) کے بند کہتے ہیں اس لیے کہ بروسٹر نے سب سے پہلے ان کا مشاہدہ کیا تھا۔

تختی اَ کو ذرا سا گھمانے سے پنسلوں کے طول راہ میں خفیف سا فرق پیدا ہوگا اور متبادل روشن اور تاریک بند دکھائی دینگے۔ اب مساوی اور مشابہ نلیاں ل لَ جن کے دونوں سرے مناظری طریقہ پر مساوی تیار کردہ شیشہ کے

شکل ۲۵

ٹکڑوں سے بند ہو سکتے ہیں۔ ب ب اور ط ط پنسلوں کے راستے میں رکھی جاتی ہیں۔ ابتداءً دونوں نلیوں میں کی ہوا خارج کی ہوئی ہوتی ہے۔ اگر ضرورت ہو تو تختیوں کو کمر ٹھیک وضع میں ترتیب دیا جاتا ہے تاکہ دوربین میں صحیح شکل کے بند نظر آئیں۔ دوربین کے صلیبی تار اب ایک روشن بند کے ٹھیک وسط میں ماسکہ پر لائے جاتے ہیں۔ پھر ایک نلی کے اندر بتدریج دی ہوئی گیس داخل کی جاتی ہے اور فشار پیما کے ذریعہ اس کا دباؤ معلوم کر لیا جاتا ہے۔ جیسے جیسے گیس کا دباؤ بڑھتا جائیگا تداخلی بند دوربین کے میدان نظر میں سے حرکت کرتے ہوئے دکھائی دینگے۔ بند جب صلیبی تاروں پر سے گزرتے ہوئے دکھائی دیتے ہیں تو ان کی تعداد گن لی جاتی ہے۔ اس طرح فشار پیما کی قرأت اور بندوں کی تعداد جو صلیبی تاروں پر سے گزرے ہیں قلمبند کر لیے جاتے ہیں اور ان کی ایک ترسیم تیار کی جاتی ہے۔ اور اس طرح معلوم کر لیا جاتا ہے کہ کامل خلاء سے لے کر کرۂ ہوائی کے دباؤ تک کتنے بند تاروں پر سے گزرینگے۔ فرض کرو کہ ان کی تعداد ن ہے تو اس کے یہ معنی ہوئے کہ خالی نلی اور کرۂ ہوائی پر دی ہوئی گیس سے بھری نلی میں مناظری راستہ کا فرق ن لہ ہے۔

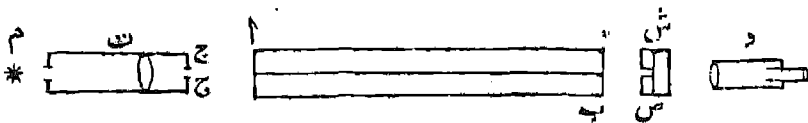
اگر نلی کا طول ط ہے، خلائی نلی میں انعطاف نما مر۰ اور کرۂ ہوائی پر گیس سے بھری نلی میں انعطاف نما مر اور خلاء میں نور کا طول موج لہ تو

$$\text{ط}\,(\text{مر} - \text{مر}_0) = \text{ن لہ} \quad \text{لیکن}\ \text{مر}_0 = 1 \ \therefore\ \text{مر} = 1 + \frac{\text{ن لہ}}{\text{ط}}$$

صلیبی تاروں پر سے گزرنے والے بند گننے کی بجائے معاوض (Compensator) استعمال کر کے ایک ہی بند کو تاروں پر قائم رکھ سکتے ہیں۔ ذیل میں ریلے (Rayleigh) کے تداخل پیما کی تشریح کے ساتھ اس کا بھی ذکر کیا جائیگا۔

ریلے کا تداخل پیما۔ ہم یہاں گیسوں کے تداخل پیما کی مختصر تشریح کرینگے۔ مائعات کے انعطاف نما کا تداخل پیما اس سے شکل اور ساخت میں مختلف ہوتا ہے لیکن اصول کے لحاظ سے دونوں ایک ہیں۔

اب ایک ہوا بند فلزی ڈبّہ ہے جو دو علحدہ مساوی کمروں میں تقسیم کیا گیا ہے (دیکھو شکل ۲۶)۔ دونوں کمروں میں کی گیس کا دباؤ گھٹایا بڑھایا جا سکتا ہے اور اس کی پیمائش فشار پیماؤں سے کی جاتی ہے۔ کمروں کے سرے دو مساوی مناظری شیشہ کی تختیوں سے بند ہیں۔ ت ایک توازی گر ہے جو مبدا م سے آنے والے نور کو متوازی پنسل میں تبدیل کر کے دو جھریوں ج ج میں سے گزرنے دیتا ہے، جو اب کے کمروں کے عین سامنے ایک پردہ پر بنی ہوتی ہیں اور ڈبّہ کی بلندی سے کسی قدر زیادہ لمبی ہوتی ہیں تا کہ نور کی پنسلیں کمروں کے اندر سے اور کچھ باہر سے بھی گزر کر دُوربین د میں داخل ہوں۔

جھریاں دُوربین کے ماسکی مستوی میں تداخلی بند پیدا کر دیتی ہیں اور اگر اب کے کمروں میں گیس کا دباؤ مساوی ہے تو دُوربین کے میدانِ نظر کے نیچے کے

شکل ۲۶

حصہ کے بند جو کمروں کی گیس میں سے گزرنے والی شعاعوں سے پیدا ہوتے ہیں میدان کے اوپر کے حصّہ کے بندوں کے ساتھ مسلسل دکھائی دیتے ہیں جو ڈبّہ کے اوپر سے آنے والی شعاعوں سے بنتے ہیں۔ میدانِ نظر کے ان اوپر اور نیچے والے بندوں کا باہمدگر آسانی کے ساتھ مقابلہ کرنے کے لیے منشور ش استعمال کیا جاتا ہے جو اوپر والی پنسل کو نیچے کی طرف منحرف کرتا ہے۔

مبدائے نور سوڈیم یا پارے کا چراغ ہو سکتا ہے۔ اگر سفید نور استعمال کیا جائے تو رنگین بندوں کے دو سلسلے نظر آئینگے جن کا مرکزی بند سفید ہو گا۔ اگر دونوں

کمروں میں دباؤ کا تفاوت ہو تو نیچے کے تداخلی بندوں میں ہٹاؤ واقع ہوگا اس لیے کہ اب مناظری راستے غیر مساوی ہونگے۔

معاوِض ض شیشہ کی دو تختیوں سے بنا ہوا ہے جو باہمدیگر ایک چھوٹے زاویہ پر مائل ہیں اور اب میں سے آنے والی پنسلوں کے راستہ میں رکھا جاتا ہے۔ جب یہ معاوض پنسلوں کے راستہ میں متشاکلاً واقع ہوتا ہے تو اس کی وجہ سے کوئی مزید تفاوت راہ پیدا نہیں ہوتا لیکن اس کو جب گھما کر دوسری وضع میں لاتے ہیں تو پنسلوں کے راستوں میں تفاوت واقع ہوتا ہے۔ اب کے کمروں کی گیس میں دباؤ کے اختلاف سے جو تفاوت راہ پیدا ہوتا ہے اور اس کی وجہ سے مرکزی تداخلی بند اپنی پہلی وضع سے ہٹ جاتا ہے وہ ض کو مناسب سمت میں حسب ضرورت گھما کر اپنے ابتدائی مقام پر واپس لایا جاسکتا ہے۔ ض کے ساتھ ایک نمایندہ ہوتا ہے جو اس کے ساتھ ایک پیمانہ پر گردش کرتا ہے۔ نمایندہ کو پیمانہ کے نشانات پر سے بانفساط گھما کر دیکھ لیا جاتا ہے کہ نیچے کے کتنے بند اوپر کے ایک ثابت بند پر سے گزر جاتے ہیں۔ اسی طرح معاوض کی تعبیر کرکے اس کے پیمانہ کی قرأت اور تفاوت طول موج میں تعلق معلوم کرلیا جاتا ہے۔

یہ طریقہ اس قدر حسّاس ہے کہ دباؤ کے خفیف اختلاف سے تداخلی بندوں کی ایک معتدبہ تعداد صلیبی تاروں پر سے گزر جاتی ہے اس لیے طبعی دباو اور تپش کے تحت کسی گیس کا انعطاف نما دریافت کرنے کے لیے حسب ذیل حسابی عمل سے کام لیا جاتا ہے:-

گیسوں کے لیے ضابطہ $\frac{\text{ھ}-1}{\text{ثہ}}$ = مستقل کافی صحیح مانا جاتا ہے۔ جس میں ھ گیس کا انعطاف نما اور ثہ اس کی کثافت ہے۔

اگر ت گیس کی مطلق تپش اور د اس کا دباؤ ہو تو از روئے کلیات گیس $\frac{\text{د}}{\text{ثہ ت}}$ = مستقل

پس $\frac{\text{ھ}-1}{\text{د}}$ ت = مستقل

اگر گیس کا انعطاف نما طبعی تپش اور دباؤ کے تحت م. ہے تو

$$\frac{\text{م.} - ۱}{\text{د}}\,\text{ت} = \frac{\text{م.} - ۱}{۷۶} \times ۲۷۳$$

اب فرض کرو کہ نلیوں میں گیس کا طول ط ہے اور د۱، د۲ دباؤں کے تحت اس کا انعطاف نما م۱، م۲ ہے اور اس میں نور کا طولِ موج لہ۱، لہ۲ ہے۔ پس نلیوں میں نور کی موجوں کی تعدادوں کا تفاوت

$$\text{ط}\left(\frac{۱}{\text{لہ}_۲} - \frac{۱}{\text{لہ}_۱}\right) = \frac{\text{ط}}{\text{لہ.}}\left(\frac{\text{لہ.}}{\text{لہ}_۲} - \frac{\text{لہ.}}{\text{لہ}_۱}\right) = \frac{\text{ط}}{\text{لہ.}}(\text{م}_۲ - \text{م}_۱)$$

جس میں لہ. نور کا طولِ موج خلا میں ہے۔

$$\text{پس موجوں کی تعدادوں کا تفاوت} = \frac{\text{ط}}{\text{لہ.}}\left\{(\text{م}_۲ - ۱) - (\text{م}_۱ - ۱)\right\}$$

$$= \frac{\text{ط}}{\text{لہ.}}\ \frac{\text{م.} - ۱}{۷۶}\ \frac{۲۷۳}{\text{ت}}\ (\text{م}_۲ - \text{م}_۱)$$

معاوض کے نمایندہ کی مدد سے اس تفاوت کی قیمت معلوم کرلی جاتی ہے فرض کرو وہ ع ہے

$$\text{پس}\qquad \text{م.} = ۱ + \text{ع}\,\frac{۷۶\ \text{لہ.}}{۲۷۳\ \text{ط}\ (\text{م}_۲ - \text{م}_۱)}$$

معاوض کی تعبیر کے لیے جو ترسیم کھینچی گئی ہے اس سے نسبت $\frac{\text{ع}}{\text{د}_۲ - \text{د}_۱}$ دریافت کرلی جاتی ہے۔

مائعات کے انعطاف نما کی خفیف تبدیلیاں ناپنے کے لیے مثلاً جبکہ ان میں کوئی شئے حل ہوتی ہے گیس والے ڈبے سے چھوٹا ڈبہ استعمال کیا جاتا ہے۔ اس کے بھی دو کمرے ہوتے ہیں۔ حرکت پذیر تختی ڈبہ کے اوپر سے آنے والی پنسل کے سدِ راہ ہوتی ہے۔ مرکزی بند واضح نظر آنے کے لیے جھریاں سفید نور سے روشن کی جاتی ہیں۔ لیکن انعطاف نما کی

تبدیلی کے ضابطہ

(م – م۲) ط = ن لہ

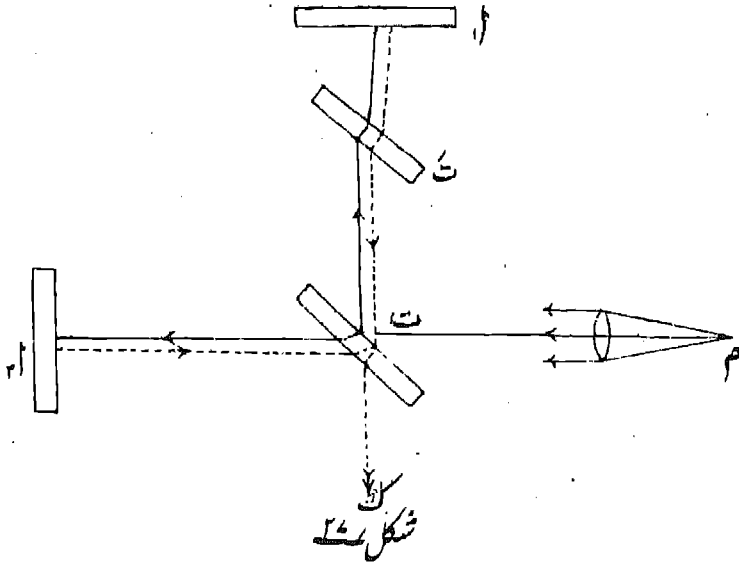
میں لہ وہی طول موج ہے جو آلہ کے پیمانہ کی تعبیر کے لیے استعمال کیا جاتا ہے۔ تعبیر کا طریقہ گیسی تداخل پیما کے پیمانہ کی تعبیر کے مماثل ہے۔

مائکلسن کا تداخل پیما۔ ہم اس باب میں صرف اس آلہ کی تشریح اور اس کا نظریہ بیان کرکے بتائینگے کہ اس کے ذریعہ اشیاء کا انعطاف نما کیونکر دریافت ہوسکتا ہے۔ طیف پیمائی اور طبیعی ہیئت (Astrophysics) میں بھی اس آلہ کا استعمال بہت مفید ہے۔ ان امور پر طیف پیمائی کے باب میں بحث کی جائیگی۔

نور کا تداخل پیدا کرنے کے متعلق اب تک جو طریقے بیان ہوئے ہیں ان میں دو امور قابل غور ہیں جن کی وجہ سے تجربہ کی کامیابی محدود ہو جاتی ہے۔ ایک یہ کہ جھری کے استعمال سے نور کی حدت بہت گھٹ جاتی ہے۔ دوسرے یہ کہ جن راستوں سے نور کی پنسلیں پردہ وغیرہ پر پہنچ کر تداخل پیدا کرتی ہیں ان کا ایک دوسرے کے قریب ہونا ضروری ہے تاکہ ان کا درمیانی زاویہ چھوٹا ہو۔ ایسی صورت میں ضروریات تجربہ کے لحاظ سے ایک پنسل کے راستہ میں بعض مناظری اشیاء کا داخل کرنا مشکل ہوجاتا ہے۔ یہ دقتیں مائکلسن کے تداخل پیما میں نہایت کامیابی کے ساتھ رفع ہو جاتی ہیں۔ شکل ۲۷ میں اس کا خاکہ بتایا گیا ہے۔

م مبدائے نور ہے جو ایک محدب عدسہ کے ماسکہ پر واقع ہے۔ متوازی شعاعوں کی پنسل مناظری شیشہ کی تختی ت پر گرتی ہے جس کی سامنے کی سطح اس قدر مفضض ہوتی ہے کہ واقع نور کا آدھا حصہ اس پر سے منعکس ہوتا ہے اور آدھا اس میں سے گزر جاتا ہے۔ جو حصہ منعکس ہوتا ہے وہ ایک دوسری مساوی اور متوازی تختی تَ میں سے گزر کر مستوی آئینہ ا۱ پر علی القوائم واقع ہوتا ہے۔ آئینہ کی سامنے کی سطح مفضض ہے۔ اس پر سے شعاعیں منعکس ہوکر واپس لوٹتی

ہیں اور ہوا اور تختی ت میں سے اُسی راستہ واپس ہوتی ہیں جس راستہ سے آئی تھیں۔ تختی ت پر جب پہنچتی ہیں تو اس میں سے سرایت کرکے آنکھ ک میں داخل ہوتی ہیں۔ نور کا جو حصہ تختی ت میں سے گزرتا ہے آئینہ ا۲ پر سے منعکس ہوکر تختی ت پر اُسی راستہ لوٹتا ہے جس راستہ سے کہ آیا تھا۔ یہاں وہ منعکس ہوکر نور کے پہلے جزو کے ساتھ منطبق ہوتا ہے۔ تختی تَ محض اس لیے استعمال کی جاتی ہے کہ پنسل کے دونوں جزو مساوی راستے طے کریں ورنہ پنسل کا دوسرا جزو ت میں سے تین مرتبہ گزرتا اور پہلا جزو صرف ایک ہی مرتبہ۔

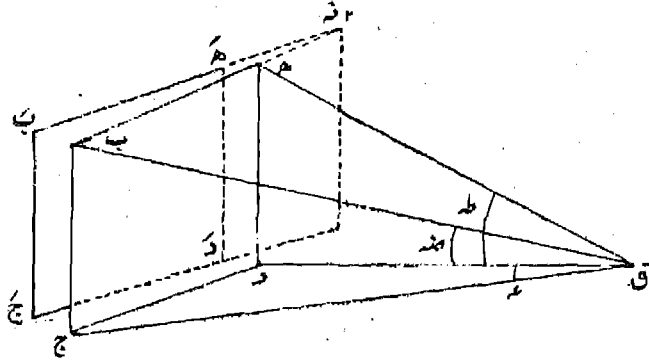
شکل ۲۷

تختیاں ت، تَ ایک ہی موٹی تختی کو دو مساوی حصّوں میں تراش کر بنائی گئی ہیں اور ان کی سطحیں مناظری طریقہ پر مستوی اور صاف کی گئی ہیں۔ ایک بھاری فلزی تختے ا پر جس کو ہم قاعدہ کہینگے ت اور تَ کھڑے کیے جاتے ہیں۔

شیشہ کی تختی ت ایک فلزی چوکھٹے میں قاعدہ پر مضبوط بندھی ہوئی ہوتی ہے۔ تختی تَ کا چوکھٹا انتصابی محور پر خفیف سا گھمایا جا سکتا ہے تاکہ ت کے ساتھ وہ

ٹھیک متوازی بنایا جا سکے۔ آئینہ $ا_۱$ کمانیوں کے ذریعہ تین پیچوں کے مقابل لٹکا ہوا ہوتا ہے جو ایک انتصابی تختی میں لگے ہوئے ہیں۔ یہ تختی قاعدہ کے سرے سے پیوستہ ہے۔ دونوں آئینوں $ا_۱$ اور $ا_۲$ کی سامنے کی سطح مفضض ہے۔ آئینہ $ا_۲$ جس چوکھٹے میں پکڑا ہوا ہے ایک فلزی پھسلواں تختہ پر مضبوط جما دیا گیا ہے، اور تختہ ایک ٹھیک مستقل گھائی والے لمبے پیچ کے ذریعہ قاعدہ میں آگے پیچھے بغیر ذرا بھی گھماؤ کے حرکت کرتا ہے۔

چونکہ اس تداخل پیما میں جھری نہیں ہے اور جن پیمانوں میں تداخل واقع ہوتا ہے وہ باہمدیگر علی القوائم ہیں اس لیے سابقہ تجربوں کے استقام اس کے تجربوں میں نہیں پائے جاتے ہیں۔ یہی وجہ ہے کہ یک لونی نور جب استعمال کرتے ہیں تو اس آلہ میں ہزارہا کی تعداد میں تداخلی بند دکھائی دیتے ہیں۔ اس کی ایک اور خوبی یہ ہے کہ تداخل کے لیے یہ ایک ہوائی جھلی کا کام دیتا ہے جس کی موٹائی ہم جتنا چاہیں گھٹا سکتے ہیں۔ اس لیے کہ تداخل صرف ہوا کے اس حصہ میں ہوتا ہے جو آئینہ $ا_۱$ اور تختی ت میں آئینہ $ا_۲$ کے خیال کے درمیان واقع ہوتی ہے۔ واضح ہے کہ ہم $ا_۲$ کے خیال کو نہ صرف $ا_۱$ کے نہایت ہی قریب لے جا سکتے ہیں بلکہ $ا_۱$ کے اندر سے بھی گزار سکتے ہیں۔

جب مبدائے نور کافی وسیع ہوتا ہے تو کسی بیرونی مقام پر اس کی تنویر اس کے فاصلہ شکل یا وضع کے غیر تابع ہوتی ہے۔ پس ہم ان آئینوں ہی کو مبدائے نور تصور کر سکتے ہیں۔ ب ج د ھ اور بَ جَ دَ ھَ آئینہ $ا_۱$ اور آئینہ $ا_۲$ کے خیال کے متناظر رقبے ہیں۔ ت اور تَ ابھی ٹھیک متوازی نہیں کیے گئے ہیں۔ ان کے مابین ایک چھوٹا زاویہ ۲ فہ ہے (دیکھو شکل ۲۸)۔ ۲ ط ان رقبوں کے مابین د اور دَ کا درمیانی فاصلہ ہے اور ۲ طَ ان ہی رقبوں کے مابین ب اور بَ کا درمیانی فاصلہ ہے۔ ق ایک نقطہ ہے جو سطح ب ج د ھ کے سامنے اس کے عمود د ق پر کافی دُور واقع ہے۔ ق ب، ق ج اور ق ھ خطوط کھینچو۔ زاویہ ب ق د کو ضہ سے تعبیر کرو، < ج ق د کو عہ سے اور ھ ق د کو طہ سے۔

چونکہ ب ج د ھ ایک چھوٹا رقبہ ہے اور ق اس سے کافی دُور،

شکل ۲۸

زاویہ ضہ ایک چھوٹا زاویہ ہے اور ∠ ب بَ ق تقریباً ضہ کے مساوی ہے۔ پس بَ ق ۔ ب ق یعنی ق کا بَ اور ب سے تفاوتِ راہ

تہ = ۲ ٹ جم ضہ تقریباً .... (۱)

اور　　۲ ٹ = ۲ ٹ۰ + ج د مس ۲ فہ

∴　　ٹ = ٹ۰ + ج د مس فہ تقریباً = ل مس فہ مس عہ

جس میں ل = ق د

پس تفاوتِ راہ تہ = ۲ (ٹ۰ + ل مس فہ مس عہ) جم ضہ ...... (۲)

لیکن جم ضہ = (ق د)/(ق ب) = (ق د)/√(ق د۲ + د ج۲ + ج ب۲) = ۱/√(۱ + مس۲ عہ + مس۲ طہ)

∴　　تہ = ۲ (ٹ۰ + ل مس فہ مس عہ)/√(۱ + مس۲ عہ + مس۲ طہ) ...... (۳)

چونکہ آنکھ کی پُتلی میں داخل ہونے والی شعاعیں ایک کافی چھوٹے راس والے مخروط کی سی ہوتی ہیں اس لیے تفاوتِ راہ تہ کافی چھوٹا ہو سکتا ہے اور جو ارتعاش ق تک پہنچتے ہیں ان کی بحیثیتِ مجموعی ایک معیّن ہیئت ہو سکتی ہے اور اس لیے یہ تداخل پیدا کرنے کے قابل ہوتے ہیں۔

ا۱ اور ا۲ کے خیال سے ق کا وہ فاصلہ جہاں تداخلی بند واضح ترین ہوتے ہیں متذکرہ صدر استدلال کی رُو سے وہی فاصلہ ہے جس کے لیے تہ کی قیمت اقل ہے۔ تہ چونکہ دو غیر تابع متغائروں کے لحاظ سے بدلتا ہے اس لیے تہ کی اقل قیمت کے لیے فرتہ/فرطہ = ۰ اور فرتہ/فرعہ = ۰۔ تفرقی عمل سے معلوم ہوگا کہ

پہلی شرط طہ = ۰ ہے اور دوسری شرط ل = ٹ مس عہ / مس فہ ہے ...... (۴)

آخرالذکر شرط پر غور کرنے سے ہم اس نتیجہ پر پہنچتے ہیں کہ اگر ٹ = ۰ یعنے ا۱ اور ا۲ کا خیال ایک دوسرے کو مس کرتے ہیں تو تداخلی بند ان کی سطح پر بنتے ہیں۔ اور اگر فہ = ۰ یعنے آئینہ ا۱ اور ا۲ کے خیال باہدیگر متوازی ہیں تو تداخلی بند لاتناہی پر واقع ہوتے ہیں۔ جب ا۱ اور ا۲ خیال متوازی ہوتے ہیں یعنے فہ = ۰ تو مساوات (۲) سے تہ = ۲ ٹ جم ضہ اور اگر نور کے عمودی وقوع کی صورت میں (یعنے ضہ = ۰) تفاوت راہ کو تہ سے تعبیر کیا جائے تو

تہ - تہ = ۲ ٹ (۱ - جم ضہ) = ۲ ٹ ۲ جب^۲ ضہ/۲ = ضہ^۲ ٹ تقریباً

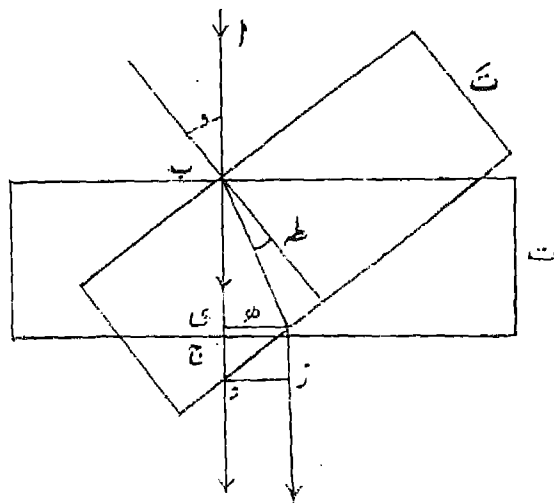
پس طولِ موج کی رقموں میں (تہ - تہ)/لہ = ضہ^۲ ٹ / لہ

اور اگر (تہ - تہ)/لہ ایک صحیح عدد ن ہو تو ضہ = √(ن لہ / ٹ) ...... (۵)

چونکہ اس مساوات میں سمت کی کوئی رقم نہیں ہے اس لیے جو کیفیت ظاہر کی جاتی ہے سمت کے غیر تابع ہے یعنے تداخلی بند دائرے ہیں اور مساوات (۵) سے ان دائروں کے زاویئی قطر کی تعیین ہوتی ہے۔

تداخل پیما کے ذریعہ شفاف شئے کے انعطاف نما کی تعیین

جس شئے کا انعطاف نما دریافت کرنا مقصود ہو اس کی دو تختیاں تراشی جاتی ہیں اور ان کی سطحیں مناظری طریقہ پر مستوی متوازی بنائی جاتی ہیں۔

ایک تختی آئینہ ا کے سامنے اور اس کے ٹھیک متوازی استادہ کی جاتی ہے اور دوسری آئینہ ا کے سامنے ایک چوکھٹے پر جو ایک چول اور ماسی پیچ کے ساتھ مہیا ہوتا ہے قائم کی جاتی ہے تاکہ انتصابی محور پر بتدریج گھمائی جا سکے۔ تختی کو اس طرح گھمانے سے نور کی پنسل کو تختی کی پہلے سے زیادہ موٹائی میں سے گزرنا پڑتا ہے۔ اس لیے مناظری راستہ کا طول بڑھ جاتا ہے۔ تختی کے چوکھٹے پر ایک آئینہ جما دینا چاہیے تاکہ دوربین اور رٹی مینری پیمانہ کے ذریعہ تختی کے گھومنے کا زاویہ معلوم ہو سکے۔

شکل ۲۹

شکل ۲۹ میں بتایا گیا ہے کہ ت تختی کی پہلی وضع جبکہ وہ آئینہ ا کے متوازی تھی اور نور کی پنسل اس میں سے عموداً ا ب ی ذ کی سمت میں گزرتی تھی۔ تختی زاویہ و میں گھومنے کے بعد اس کی وضع تَ سے تعبیر کی گئی ہے۔ اس وضع میں نور کی پنسل ب ھ کی سمت میں منعطف ہو کر ا ب کے متوازی خارج ہو جاتی ہے۔ نور کا زاویۂ وقوع ا ب ڈ ہے۔ تختی کے گھومنے سے اگر ن بند میدانِ نظر میں سے گزرتے ہوئے شمار ہوتے ہیں تو تختی کے اندر

نور کو زیادہ لمبا راستہ طے کرنے کی وجہ سے "تفاوتِ راہ = ن لہ جس میں لہ نور کا طولِ موج ہے۔

پہلی وضع میں نور کا راستہ ب سے مستوی ز د تک بقدر ب ج تختی کے واسطہ میں طے ہوتا تھا اور بقدر ج د ہوا میں۔ یعنے مجموعی طول مرٹ + ج د تھا جس میں مر تختی کے واسطہ کا انعطاف نما ہے۔ دوسری وضع میں نور کا راستہ مر (ب ھ) + ھ ز ہے۔ پس تفاوتِ راہ

= { مر (ب ھ) + (ھ ز) } - { مرٹ + (ج د) } = ن لہ

لیکن (ب ھ) = ٹ / جم طہ جس میں طہ زاویۂ انعطاف ہے۔

ھ ز = (د ز) مس ∠ ھ د ز = (د ز) مس و = (ب ھ) جب (و - طہ) مس و

= ٹ جب (و - طہ) مس و / جم طہ = ٹ جب و (مس و - مس طہ)

ج د = ٹ / جم و - ٹ = ٹ (۱ - جم و) / جم و

پس مرٹ / جم طہ + ٹ جب و (مس و - مس طہ) - { مرٹ + ٹ (۱ - جم و) / جم و } = ن لہ

∴ مرٹ / جم طہ + ٹ جب^۲ و / جم و - ٹ جب و جب طہ / جم طہ - مرٹ - ٹ / جم و + ٹ = ن لہ

∴ ٹ { مر (۱ - جب^۲ طہ) / جم طہ - جم^۲ و / جم و - مر + ۱ } = ن لہ

ٹ (مر جم طہ - جم و - مر + ۱) = ن لہ

تجربہ سے ٹ، و اور ن معلوم ہو جاتے ہیں جم طہ کو و کی رقموں میں لکھنا چاہیے۔

چونکہ جم طہ = (۱ - جب^۲ طہ)^(۱/۲) = (۱ - جب^۲ و / مر^۲)^(۱/۲) = ۱/مر (مر^۲ - جب^۲ و)^(۱/۲)

∴ ط { (مر² - جب² و)^½ - جم و - مر + ۱ } = ن لہ

∴ (مر² - جب² و) = (ن لہ/ط + جم و + مر - ۱)²

مساوات کے بائیں جانب کے جملہ کو پھیلا کر مر² کو جو مساوات کے دونوں جانب پایا جاتا ہے خارج کر کے تمام رقموں کو ۲ پر تقسیم کرنے سے

مر (ن لہ/ط + جم و - ۱) = ن لہ/ط (۱ - جم و) - (ن لہ/ط)² - (۱ - جم و)

چونکہ لہ² ایک بہت ہی چھوٹی مقدار ہے اس لیے (ن لہ/ط)² کو نظر انداز کرنے سے

مر { ن لہ/ط - (۱ - جم و) } = ن لہ/ط (۱ - جم و) - (۱ - جم و) تقریباً

= (۱ - جم و) (ن لہ/ط - ۱)

∴ مر = (۱ - جم و) (ط - ن لہ) / (ط (۱ - جم و) - ن لہ)

تیسرا باب

انکسارِ نور

جب نور کی موجیں کسی سدِّراہ جسم کے کنارہ پر سے مڑ کر سایہ کی فضا میں داخل ہوتی ہیں اور سایہ سے آگے کی فضا میں باہمی تداخل سے اعظم و اقل تنویری بند پیدا کرتی ہیں تو ان مظاہر کو انکسارِ نور سے منسوب کیا جاتا ہے۔ سب سے پہلے فرینیل (Fresnel) نے ھویگنز کے ناصیۂ موج کے نظریہ اور ریاضی کی مدد سے انکسارِ نور کے اکثر مظاہر کی تشفی بخش توجیہ کی۔ اس سے پہلے ینگ (Young) نے ان کے متعلق رائے قائم کی تھی کہ یہ مظاہر سدِّراہ جسم کے سامنے سے بلا روک آنے والی موجوں اور جسم کے کنارہ پر سے منعکس ہونے والی موجوں کے تداخل سے پیدا ہوتے ہیں۔ اگرچہ سومرفلڈ (Sommerfeld) نے اس خیال سے بعد کو اتفاق کر کے اعلیٰ ریاضی کے ذریعہ انکسارِ نور کے مشاہدات کی نظریہ کے ساتھ تطبیق کی لیکن ینگ کے پیش کردہ نظریہ میں تفصیلی فروگزاشتیں اور خامیاں تھیں جن کی وجہ سے وہ کامیاب نہ ہوسکا۔ ہم پہلے فرینیل کے نظریہ کے ذریعہ ان مظاہر کی سرسری توجیہ کرینگے اس کے بعد زیادہ راسخ طریقے اختیار کر کے صحیح تر نتائج اخذ کرینگے۔

انکسارِ نور کے مظاہر کی دو قسموں میں تقسیم کی جاتی ہے۔ جو انکساری بند مبدائے نور اور پردہ کو انکسار انگیز کنارے سے محدود فاصلہ پر ترتیب دے کر

پیدا کیے جاتے ہیں فرینیل سے منسوب بند کہلاتے ہیں۔ مثلاً اگر کسی پتلے دھاتی پرت میں باریک سوئی سے سوراخ کرکے سوراخ پر عدسہ کے ذریعہ آفتاب کی شعاعیں مرتکز کی جائیں اور اس منفذ سے نکلنے والی نور کی موجوں کو ایک تاریک کمرے میں پھیل کر دو تین میٹر فاصلہ پر رکھے ہوئے ایک وسیع سفید پردے سے ٹکرانے دیا جائے۔ اور پردے اور منفذ کے بیچ میں ایک غیر شفاف قرص لٹکایا جائے تو قرص کے کنارے نہ صرف منور نظر آئینگے بلکہ ان کے ارد گرد خوبصورت رنگین حلقے بھی مشاہدہ ہونگے۔ اگر ان موجوں کے رستہ میں ہوا کے اندر تھوڑا سا لائیکوپوڈیم کا غبار چھڑک دیا جائے تو ہر ذرہ کے سایہ کے گرد خوش رنگ حلقے دکھائی دینگے۔ جن کی وجہ سے اس تاریک کمرہ میں ایک بہت دلچسپ کیفیت پیدا ہوگی۔

اگر مبداء اور پردہ لا تناہی پر واقع ہوں تو انکسارِ نور کی تحقیق میں ریاضی کی دقتیں بہت کم ہوجاتی ہیں۔ اس کے لیے منفذ سے نکلنے والی موجوں کو ایک محدب عدسہ کے ذریعہ متوازی بنا کر ایک دوسرا محدب عدسہ استعمال کرکے ان موجوں کو پردہ پر مرتکز کرسکتے ہیں۔ ایسی صورت میں حائل جسم کو متوازی شعاعوں کے رستہ میں یعنی دونوں عدسوں کے مابین لیکن آخر الذکر عدسہ کے بہت قریب رکھنا پڑیگا۔ جو انکساری بند ان حالات کے تحت پیدا ہوتے ہیں فراؤن ھوفر سے منسوب بند کہلاتے ہیں۔

سیدھے کنارے سے نور کا انکسار (ابتدائی نظریہ)۔ اس کے لیے منور جھری کی ضرورت ہوتی ہے اور جھری سے نکلنے والی پنسل کا ناصیۂ موج اسطوانی ہوتا ہے پس ہم ایسے ناصیۂ موج کے نصف دوری منطقوں کے لیے ضابطے حاصل کرینگے اور دیکھینگے کہ کسی مقام پر ان کا مجموعی تنویری اثر کیا ہوتا ہے۔

شکل نمبر ۳۰ میں فرض کرد م پر کاغذ کے مستوی کے علی القوائم ایک لمبی منور جھری ہے جس سے اسطوانی موجیں نکلتی ہیں۔ ا ب ایک ایسا اسطوانی ناصیۂ موج ہے ہم معلوم کرنا چاہتے ہیں کہ اس کا اثر نقطہ ف پر کیا ہوگا۔ م ف کو ملاؤ اور اس کو ا ب سے نقطہ د پر متقاطع ہونے دو۔ اسطوانی سطح کا نصف قطر فرض کرو ا ہے اور م ف = ب۔ ف کو مرکز مان کر ب + $\frac{1}{2}$ لہ، ب + لہ، ب + $\frac{3}{2}$ لہ وغیرہ نصف قطر کی دائری قوسیں کھینچو جو ا ب کو ک$_1$، ھ$_1$، ک$_2$، ھ$_2$ وغیرہ نقطوں میں قطع کریں۔

فرض کرو $\text{ف ک}_{\text{ن}} = \text{ب} + \frac{\text{ن}}{۲}\,\text{ل}$ ۔

تب $(\text{ف ک}_{\text{ن}})^۲ = (\text{م ک}_{\text{ن}})^۲ + (\text{م ف})^۲ - ۲\,(\text{م ک}_{\text{ن}})(\text{م ف})\,\text{جم ط}$ ہے

جس میں $\text{ط} = $ زاویہ $\text{ک}_{\text{ن}}\,\text{م ف}$

شکل ۳۱

شکل ۳۰

پس $\left(\text{ب} + \frac{\text{ن ل}}{۲}\right)^۲ = \text{ا}^۲ + (\text{ا} + \text{ب})^۲ - ۲\,\text{ا}\,(\text{ا} + \text{ب})\,\text{جم ط}$

ان تجربوں میں چونکہ ط عموماً چھوٹا زاویہ ہوتا ہے اس لیے $\text{جم ط} = ۱ - \frac{۱}{۲}\text{ط}^۲$ تقریباً اور $\text{ن}^۲\text{ل}^۲$ کو بمقابل دوسری مقداروں کے ناقابلِ لحاظ تصور کر سکتے ہیں۔

$$\therefore\ \text{ب}^۲ + \text{ب ن ل} = ۲\text{ا}^۲ + ۲\,\text{ا ب} + \text{ب}^۲ - ۲\,\text{ا}\,(\text{ا} + \text{ب})\left(۱ - \frac{۱}{۲}\text{ط}^۲\right)$$

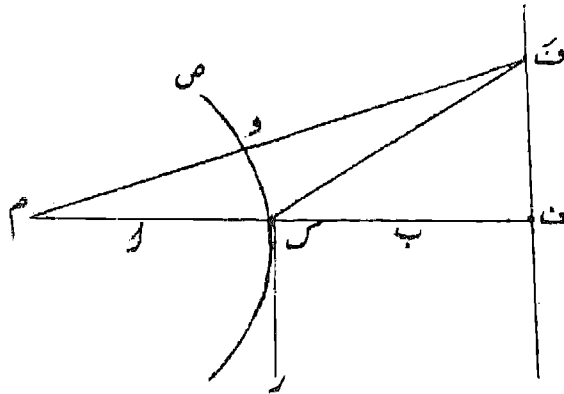
یعنی $\text{ب ن ل} = \text{ا}\,(\text{ا} + \text{ب})\,\text{ط}^۲$ اور $\text{ط} = \sqrt{\frac{\text{ن ب ل}}{\text{ا}(\text{ا} + \text{ب})}}$

اس لیے $\text{و ک}_۱$، $\text{ک}_۱\text{ک}_۲$، $\text{ک}_۲\text{ک}_۳$ وغیرہ قوسوں کے طول ۱، $\sqrt{۲} - ۱$، $\sqrt{۳} - \sqrt{۲}$، ...... یعنی ۱، ۴۱۴ر۰، ۳۱۸ر۰، .... کی نسبت سے پہلے پہلے سرعت کے ساتھ اور بعد کو آہستہ آہستہ گھٹتے جاتے ہیں۔

اگر $\text{ک}_۱$، $\text{ک}_۲$ .... $\text{ک}_{\text{ن}}$ نقطوں میں سے جھری یا اسطوانہ کے محور کے متوازی خطوطِ مستقیم کھینچے جائیں تو اُن سے اسطوانی ناصیۂ موج کی پٹیوں میں یا دھاریوں میں تقسیم ہوگی۔ ہر ایسی پٹی کے مختلف حصے نقطہ ف سے مختلف فاصلوں پر واقع

ہونگے۔ شکل ۳۱ میں اسطوانی کی ایک تراش بتائی گئی ہے جو اس کے محور اور نقطہ ف میں سے گزرنے والے مستوی سے بنتی ہے۔ ف د۱، ف د۲، ف د۳..... علی الترتیب ب + $\frac{۱}{۲}$ ل، ب + ل، ب + $\frac{۳}{۲}$ ل...... طول کے خطوط ہیں جو اسطوانہ کی پہلی پٹّی یا دھاری کو نصف دَوری منطقوں میں تقسیم کرتے ہیں دوسری دھاریوں کے ساتھ بھی ایسا ہی عمل متصور ہو سکتا ہے۔ غور کرنے سے معلوم ہوگا کہ ان نصف دَوری منطقوں کا رقبہ ابتداءً بہت سرعت کے ساتھ اور پھر آہستہ آہستہ گھٹتا ہے۔ اور ہر پٹّی یا دھاری کا مجموعی اثر صرف ابتدائی چند منطقوں کے اثر کا نتیجہ ہوتا ہے اور اس اثر کی علامت (+ یا -) اس کے پہلے نصف دَوری منطقہ کی علامت ہوتی ہے۔

پس نقطہ ف پر ان تمام پٹّیوں کا اثر ایک سلسلہ کی شکل میں ظاہر کیا جا سکتا ہے جس کی طاق اور جفت رقموں کی علامتیں باہمدیگر متضاد ہوتی ہیں اور جن کی مقداریں ابتداءً سرعت کے ساتھ لیکن بعد کو آہستہ آہستہ گھٹتی ہیں مجموعی اثر سلسلہ کی صرف چند ابتدائی رقموں ہی کا نتیجہ ہوتا ہے اس لیے کہ بعد کو آنے والی رقموں کا اثر ایک دوسرے کو تلف کر دیتا ہے۔

اب شکل ۳۲ میں فرض کرو کہ م پر کاغذ کے علی القوائم ایک منوّر تنگ جھری واقع ہے۔ ک ر ایک پتلی دھاتی پرت ہے جس کا سیدھا کنارہ ک جھری کے

شکل ۳۲

متوازی ہے اور ف فَ ایک سفید پردہ ہے جس میں ف خط م ک پر واقع ہے اور پرت کے ہندسی سایہ کے کنارہ کو تعبیر کرتا ہے۔ ہندسی مناظر کے قواعد کی رو سے پردہ کے پرت کے پیچھے کا حصّہ بالکلیہ تاریک ہونا چاہیے اور اس کا باقی حصّہ ف فَ یکساں منوّر ہونا چاہیے۔ لیکن ہم دیکھینگے کہ ایسا نہیں ہوتا ہے۔ فَ پردہ پر کوئی ایک نقطہ ہے۔

ک وص اسطوانی ناصیۂ موج ہے۔ م ک = ر اور فَ ک = ب فرض کرو ف فَ = لا۔ ہم معلوم کرنا چاہتے ہیں کہ فَ پر ناصیۂ موج کی تنویر کا مجموعی اثر کیا ہے۔ م فَ ناصیۂ موج کو نقطۂ و میں قطع کرتا ہے۔

فَ مرکز اور نصف قطر فَ و + ½ لہ، فَ و + لہ، فَ و + ³⁄₂ لہ ...... وغیرہ ان کو ناصیۂ موج پر نشان کرو اور ان نشانوں میں سے اسطوانی سطح پر اس کے محور کے متوازی خطوط کھینچو۔ اس طرح اسطوانی ناصیۂ موج پٹیوں کے ایک سلسلہ میں منقسم ہو جائیگا۔ و ص کی جانب ناصیۂ موج کے نصف دوری منطقوں کا سلسلہ مکمل ہوگا اور اس لیے ناصیۂ موج کے اس حصہ سے نقطہ فَ پر تنویری ارتعاشوں کا حاصل حیطہ کامل موج کے ارتعاش کے حیطہ کا نصف ہوگا۔ و ک کی جانب ناصیۂ موج کے نصف دوری منطقوں کا سلسلہ حائل پرت ک ر کی وجہ سے نامکمل ہوگا۔ اگر فَ ایسے مقام پر واقع ہو کہ و ک صرف ایک نصف دوری منطقہ پر مشتمل ہے تو فَ پر و ک سے حاصل شدہ تنویری ارتعاش کا حیطہ اعظم ہوگا۔ اگر و ک پہلے دو نصف دوری منطقوں پر مشتمل ہے تو ان منطقوں کے ارتعاش ایک دوسرے کو تقریباً تلف کر دینگے۔ پس ایسی صورت میں و ک سے حاصل شدہ ارتعاش کا حیطہ اقل ہوگا۔ اسی طرح اگر و ک تین منطقوں پر مشتمل ہے تو فَ پر حیطۂ ارتعاش دوبارہ اعظم ہوگا لیکن سابقہ اعظم حیطہ سے کمتر۔ المختصر اگر و ک پر منطقوں کی تعداد طاق عدد ہے تو فَ پر حیطۂ ارتعاش اعظم ہے۔ اور اگر ان کی تعداد جفت عدد ہے تو حیطۂ ارتعاش اقل ہے۔

یہ مان کر کہ فاصلہ ف فَ یعنے لا بمقابل ب چھوٹا ہے

$$\text{فَ ک} = \sqrt{\text{ب}^2 + \text{لا}^2} = \text{ب}\left(1 + \frac{\text{لا}^2}{\text{ب}^2}\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$= \text{ب}\left(1+\frac{\text{لا}^2}{2\text{ب}^2}\right) = \text{ب} + \frac{\text{لا}^2}{2\text{ب}}$$

اسی طرح فَ م = $\sqrt{(\text{ا}+\text{ب})^2+\text{لا}^2} = \text{ا}+\text{ب}+\frac{\text{لا}^2}{2(\text{ا}+\text{ب})}$

پس فَ و = $\text{ب} + \frac{\text{لا}^2}{2(\text{ا}+\text{ب})}$

نقطہ فَ پر حیطۂ ارتعاش اقل ہونے کے لیے فَ ک - فَ و = ن لہ
جس میں ن کوئی سا ایک صحیح عدد ہے۔

یعنی $\left(\text{ب}+\frac{\text{لا}^2}{2\text{ب}}\right) - \left(\text{ب}+\frac{\text{لا}^2}{2(\text{ا}+\text{ب})}\right) = \text{ن لہ}$

$$\therefore \frac{\text{لا}^2}{2}\left(\frac{1}{\text{ب}} - \frac{1}{\text{ا}+\text{ب}}\right) = \text{لا}^2\frac{\text{ا}}{2\text{ب}(\text{ا}+\text{ب})} = \text{ن لہ}$$

پس $\text{لا} = \sqrt{\frac{\text{ب}(\text{ا}+\text{ب})\,2\,\text{ن لہ}}{\text{ا}}}$

اِسی طرح فَ پر حیطۂ اعظم ہونے کے لیے

$$\text{لا} = \sqrt{\frac{\text{ب}(\text{ا}+\text{ب})(2\text{ن}-1)\,\text{لہ}}{\text{ا}}}$$

اس سے ظاہر ہے کہ پردہ پر جیسے جیسے نقطہ فَ کا فاصلہ ف سے آگے کو بڑھتا جاتا ہے اس پر علی الترتیب تنویر اعظم اور اقل ہوتی جاتی ہے۔ پس ہندسی سایہ سے آگے کو پردہ پر نسبتہً روشن اور تاریک بند حائل کنارہ کے متوازی پیدا ہوتے ہیں۔ مندرجۂ بالا ضابطے محض تقریبی ہیں اس لیے کہ ابتدائی چند نصف دوری منطقوں کا تنویری اثر مساوی نہیں ہے۔ عین نقطہ ف پر جو ہندسی سایہ کا مقام ہے تنویر کی حدت ف سے آگے کو بہت دور سے ہوئے مقام کی حدت کی چوتھائی ہے اس لیے کہ یہاں صرف نصف ناصیۂ موج کی تنویر عمل کرتی ہے جس کا حاصل مجموعی حیطہ $\frac{1}{2}$ ہے۔
نقطہ فَ جیسا جیسا ہندسی سایہ کے اندر واقع ہوتا ہے اس پر تنویر مسلسل

اور بندریج گھٹتی جاتی ہے اس لیے کہ و حائل کنارہ کے پیچھے آجاتا ہے اور فؔ پر اب نصف ناصیۂ موج سے کمتر حصّہ کا تنویری اثر عمل کرتا ہے۔ تھوڑی دور پر یہ اثر گھٹ کر صفر ہو جاتا ہے۔ اور اس لیے حقیقی سایہ اس مقام سے شروع ہوتا ہے۔

سیدھے کنارے سے انکسارِ نور کے متعلق فرینیل کا نظریہ۔ شکل ۳۳ میں مثل سابق م مبدا اور ک ر حائل سیدھا کنارہ ہے۔ دیگر حروف بھی وہی ہیں جو شکل ۳۲ میں دیے گئے ہیں۔ فؔ سے ایک خطِ مستقیم فؔ ق کھینچا گیا ہے جو اسطوانی ناصیۂ موج سے نقطہ ق پر ملتا ہے۔

فرض کرو توسی طول و ق = س اور و فؔ = ج چونکہ ق نقطہ و سے ذرا ہٹا ہوا ہے اس لیے فؔ ق اس فاصلہ ج سے صرف ذرا ہی بڑا ہے

فرض کرو فؔ ق = ج + ضہ

س کو چھوٹا مان کر ہم و ق کو خط و فؔ کے علی القوائم تصور کر سکتے ہیں۔

اس لیے $(فؔ ق)^2 = (و فؔ)^2 + (و ق)^2$ یعنے $(ج + ضہ)^2 = س^2 + ج^2$

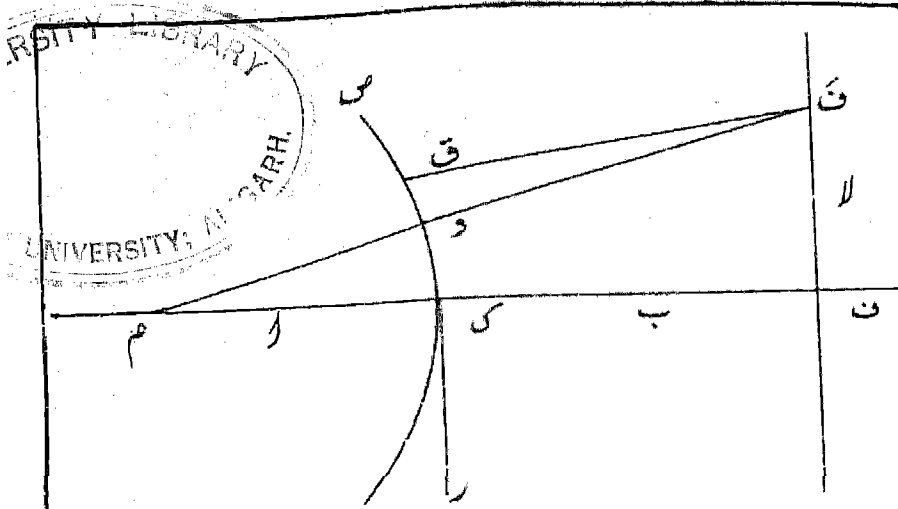
چونکہ ضہ ایک چھوٹی مقدار ہے اس لیے مساوات مندرجۂ بالا میں $ضہ^2$ ناقابلِ لحاظ مقدار سمجھی جا سکتی ہے۔

$$پس\ ضہ = \frac{س^2}{2ج}\ \ تقریباً$$

ھویگنس کے اصول کے بموجب ناصیۂ موج کے ہر نقطہ سے نقطہ فؔ پر ثانوی موجیں آتی ہیں۔ ان نقطوں کا ارتعاش جیب $\frac{2\pi د}{و}$ کے تناسب ہے جس میں د = وقت اور و = ارتعاش کا وقتِ دوران۔ نقطہ ق کے پاس سے چھری کے متوازی ف س چوڑائی کی ناصیۂ موج کی ایک پٹی سے نکل کر فؔ پر جو موج پہنچتی ہے اس کا ارتعاش

$$جیب\ 2\pi \left(\frac{د}{و} - \frac{ج + ضہ}{لہ}\right)\ ف س\ کے\ تناسب\ ہے۔$$

جس میں لہ طولِ موج ہے۔ یہ ارتعاش حقیقت میں فاصلہ فؔ ق کے بالعکس تناسب

شکل ۳۳

ہونا چاہیے (اس لیے کہ موج کی توانائی حیطۂ ارتعاش کے مربع کے متناسب ہے اور موج جب پھیلتی ہے تو اس کی توانائی فاصلہ کے مربع کے بالعکس بدلتی ہے)۔ لیکن فرینیل نے فرض کیا کہ فَ پر صرف ان موجوں کا اثر محسوس ہوتا ہے جو نقطہ و کے قریب واقع ہیں۔ پس ایسی موجوں کے لیے فاصلہ فَ ق تقریباً مستقل تصور کیا جا سکتا ہے۔ دوسری پیٹیوں کا اثر بلحاظ بُعد نظر انداز کر دیا جا سکتا ہے۔ نتیجہ پر غور کرنے سے معلوم ہوتا ہے کہ یہ مفروضہ جائز ہے۔

اگر وک = ـ س اور وص = س، تو نقطہ فَ پر پوری ناصیۂ موج کا حاصل مجموعی ارتعاش تکملہ

$$\int_{-س_۱}^{س_۲} جب ۲ \pi \left(\frac{و}{و} - \frac{ج + ضہ}{لہ} \right) ؤس$$ سے تعبیر ہوگا۔

اس جملہ میں صرف ضہ ہی ایسی مقدار ہے جو متغیر س کے تابع ہے۔ پس جملہ کو پھیلا کر بشکل

$$\int_{-\text{س}_0}^{\text{س}_1} \text{جب}\left\{2\pi\left(\frac{\text{و}}{\text{و}}-\frac{\text{ج}}{\text{لہ}}\right)-2\pi\frac{\text{ضہ}}{\text{لہ}}\right\}\text{فس}$$

$$=\text{جب}\,2\pi\left(\frac{\text{و}}{\text{و}}-\frac{\text{ج}}{\text{لہ}}\right)\int_{-\text{س}_0}^{\text{س}_1}\text{جم}\,2\pi\frac{\text{ضہ}}{\text{لہ}}\,\text{فس}-\text{جم}\,2\pi\left(\frac{\text{و}}{\text{و}}-\frac{\text{ج}}{\text{لہ}}\right)\int_{-\text{س}_0}^{\text{س}_1}\text{جب}\,2\pi\frac{\text{ضہ}}{\text{لہ}}\,\text{فس}$$

لکھ سکتے ہیں۔ اور یہ ص جب $\left\{2\pi\left(\frac{\text{و}}{\text{و}}-\frac{\text{ج}}{\text{لہ}}\right)-\text{طہ}\right\}$ کے مساوی ہے

جس میں ص جم طہ $=\int_{-\text{س}_0}^{\text{س}_1}\text{جم}\,\frac{2\pi\,\text{ضہ}}{\text{لہ}}\,\text{فس}$، اور ص جب طہ $=\int_{-\text{س}_0}^{\text{س}_1}\text{جب}\,\frac{2\pi\,\text{ضہ}}{\text{لہ}}\,\text{فس}$

پس نقطہ ف پر حاصل ارتعاش کی حدّت

$$\left(\int_{-\text{س}_0}^{\text{س}_1}\text{جم}\,\frac{2\pi\,\text{ضہ}}{\text{لہ}}\,\text{فس}\right)^2+\left(\int_{-\text{س}_0}^{\text{س}_1}\text{جب}\,\frac{2\pi\,\text{ضہ}}{\text{لہ}}\,\text{فس}\right)^2$$

کے متناسب ہے۔

اوپر بتایا گیا ہے کہ ضہ $=\frac{\text{س}^2}{2\,\text{ج}}$ تقریباً۔ اب غ ایک ایسا متغیر اختیار کیا جائے کہ

$$\text{س}=\sqrt{\frac{\text{ج لہ}}{2}}\;\text{غ}$$

تب $\frac{2\pi\,\text{ضہ}}{\text{لہ}}=\frac{\pi\,\text{غ}^2}{2}$ اور فس $=\sqrt{\frac{\text{ج لہ}}{2}}$ فغ

فرض کرو کہ جب س $=-\text{س}_0$ تو غ $=-\text{غ}_0$، جب س $=\text{س}_1$ تو غ $=\frac{\text{س}_1}{\sqrt{\frac{\text{ج لہ}}{2}}}$

یہاں س_1 محدود ہے اور لہ ایک بہت چھوٹی مقدار ہے اس لیے تکمل کی اوپر والی حد کے متناظر غ کی قیمت بہت بڑی ہے اور $+\infty$ کے مساوی لکھی جا سکتی ہے۔ پس اس نئے متغیر غ کی رقموں میں ف کے پاس ارتعاش کی حدّت $\left(\int_{-\text{غ}_0}^{+\infty}\text{جم}\,\frac{\pi\,\text{غ}^2}{2}\,\text{فغ}\right)^2+\left(\int_{-\text{غ}_0}^{+\infty}\text{جب}\,\frac{\pi\,\text{غ}^2}{2}\,\text{فغ}\right)^2$ کے متناسب ہے۔

قوسین کے درمیان جو تکملے لکھے گئے ہیں فرینیل کے تکملے کہلاتے ہیں۔ اوران کو مختلف ریاضی دانوں نے مثلاً خود فرینیل (Fresnel)، نوخنہاور (Knochenhauer)، کوشی (Cauchy) اور گلبرٹ (Gilbert) نے صفر اور دیگر بالائی حدود کے درمیان سلسلوں کی شکل میں محسوب کرکے جدولوں میں شایع کیا ہے۔

بالائی حد جیسے جیسے بلند تر ہوتی جاتی ہے ان تکملوں کی قیمتیں بالترتیب اعظم اور اقل صورتیں اختیار کرتی ہوئی بالآخر انتہائی قیمت $\frac{1}{2}$ پر جاکر ٹھہرتی ہیں۔ اس لیے کہ

$$\int_0^\infty \text{جم}\ \text{م}\,\text{لا}^2\ \text{فرلا} = \int_0^\infty \text{جب}\ \text{م}\,\text{لا}^2\ \text{فرلا} = \sqrt{\frac{\pi}{8\,\text{م}}}$$ پس

$$\int_0^\infty \text{جم}\ \frac{\pi}{2}\text{غ}^2\ \text{فرغ} = \int_0^\infty \text{جب}\ \frac{\pi}{2}\text{غ}^2\ \text{فرغ} = \sqrt{\frac{\pi}{4\pi}} = \frac{1}{2}$$

ہم ان جدولوں کی مدد سے نقطہ فَ پر کی تنویر کی حدّت محسوب کرسکتے ہیں۔ لیکن کورنو (Cornu) نے ایک دلچسپ ترسیمی طریقہ سے اس مسئلہ کو آسان بنادیا ہے۔ ہم یہ طریقہ بیان کرنا چاہتے ہیں۔ کورنو کے مرغولہ (Cornu's spiral) کے ذریعہ انکسارِ نور کے مسائل کا حل۔

کورنو کے مرغول کی تعریف مندرجۂ ذیل کارٹیسی محدّدوں سے کی جاتی ہے:-

$$\text{لا} = \int_0^{\text{غ}} \text{جم}\ \frac{\pi\,\text{غ}^2}{2}\ \text{فرغ}\ ،\quad \text{ما} = \int_0^{\text{غ}} \text{جب}\ \frac{\pi\,\text{غ}^2}{2}\ \text{فرغ}$$

یہ منحنی مبدا میں سے گزرتا ہے اس لیے کہ جب غ = ۰ تو لا = ۰ اور ما = ۰، غ کی علامت تبدیل کرنے سے لا اور ما کی قیمتیں نہیں بدلتی ہیں صرف ان کی علامت بدلتی ہے۔ اس لیے منحنی مبدا کے لحاظ سے متشاکل ہے۔

منحنی کے کسی نقطہ (لا ، ما) پر کا خطِ مماس اگر لا کے محور کے ساتھ زاویہ پہ بنائے تو

$$\text{مس}\ \text{پہ} = \frac{\text{فرما}}{\text{فرلا}} = \text{مس}\ \frac{\pi\,\text{غ}^2}{2}$$ اس لیے کہ

فرما = جب $\frac{\pi}{2}$غ^2 فرغ اور فرلا = جم $\frac{\pi}{2}$غ^2

پس یہ = $\frac{\pi}{2}$غ^2

مبداء پر جہاں غ = ۰ یہ = ۰ یعنے منحنی یہاں محور لا کو مس کرتا ہے۔
جہاں غ = ۱ وہاں منحنی محور ما کے متوازی ہے۔ جہاں غ^2 = ۲ وہاں محور لا کے متوازی۔ اسی طرح جہاں غ^2 = ۳، ۵، ۷ وغیرہ وہاں منحنی محور ما کے متوازی ہے اور جہاں غ^2 = ۴، ۶، ۸ وغیرہ وہاں محور لا کے متوازی۔

اس کا نصف قطر انحناء ر = $\frac{\text{فرس}}{\text{فریہ}}$ = $\frac{1}{\pi\,\text{غ}}$

چونکہ فرس = $\left\{1+\left(\frac{\text{فرما}}{\text{فرلا}}\right)^2\right\}^{\frac{1}{2}}$ فرلا = $\left(1+\text{مس}^2\,\frac{\pi\,\text{غ}^2}{2}\right)^{\frac{1}{2}}$ جم $\frac{\pi}{2}$غ^2 فرغ

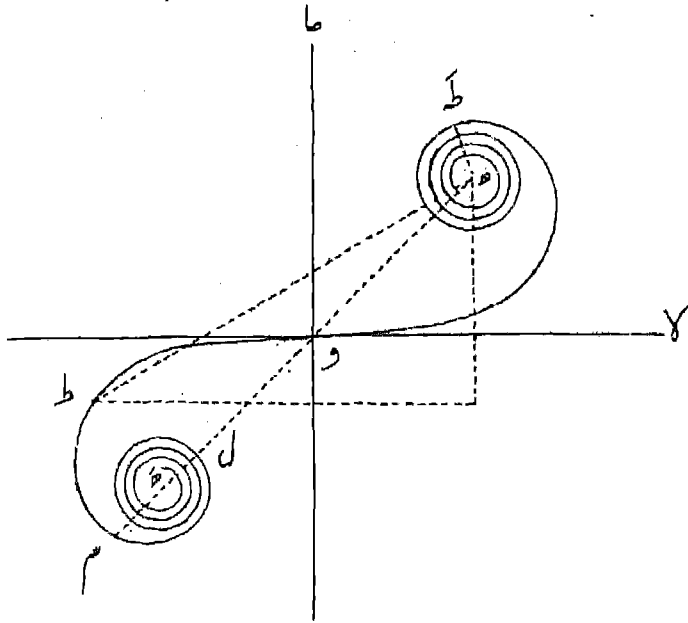
= قطا $\frac{\pi}{2}$غ^2 جم $\frac{\pi}{2}$غ^2 فرغ = فرغ

اس لیے س = غ اور چونکہ یہ = $\frac{\pi}{2}$غ^2 لہذا یہ = $\frac{\pi}{2}$س^2 منحنی کی ذاتی مساوات ہے۔ منحنی کے نصف قطر انحنا کے ضابطہ ر = $\frac{1}{\pi\,\text{غ}}$ سے ظاہر ہے کہ مبداء کے پاس اس کا نصف قطر ∞ ہے اور وہاں اس کا نقطۂ عطف بھی واقع ہے جیسے جیسے غ یا س کی قیمت بڑھتی ہے ویسے ہی اس کا نصف قطر انحنا گھٹتا جاتا ہے اور بالآخر منحنی پیچ کھاتے کھاتے دو متقاربی نقطوں ثہ اور ثہَ پر ختم ہوتا ہے۔ جہاں غ کی قیمت +∞ اور −∞ ہوتی ہے۔ ملاحظہ ہو شکل نمبر ۲۴۔

(۱) سیدھے کنارہ سے نور کا انکسار۔

شکل ۲۳ میں نقطہ ف ہندسی سایہ کے باہر لیا گیا ہے۔ اس مقام پر

نور کی حدت معلوم کرنے کے لیے نقطہ و سے مرغولہ کے نیچے والے حصہ کی جانب

شکل ۳۴

مرغولہ کا طول وط ناپو (دیکھو شکل ۳۴)۔

تب وط = -غ ذرا غور کرنے سے معلوم ہوگا کہ $(\text{طھ})^2$ نقطہ ف پر کے نور کی حدت کو تعبیر کرتا ہے۔ جس میں ھ مرغولہ کا بالائی منقاربی نقطہ ہے۔ اِس لیے کہ اگر ط میں سے محور ولا کے متوازی ایک خط کھینچیں اور ھ میں سے محور وما کے متوازی ایک خط، اور یہ دونوں خطوط نقطہ ح پر منقطع ہوں تو

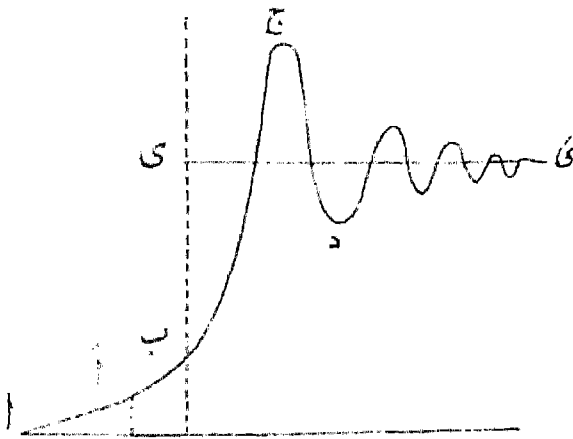
$$\text{طح} = \int_{-\text{غ}}^{+\infty} \text{جم}\,\frac{\pi\,\text{غ}^2}{2}\,\text{فرغ} \quad \text{اور} \quad \text{حھ} = \int_{-\text{غ}}^{+\infty} \text{جب}\,\frac{\pi\,\text{غ}^2}{2}\,\text{فرغ}$$

$$\text{اور} \quad (\text{طھ})^2 = (\text{طح})^2 + (\text{حھ})^2$$

اگر نقطہ ف (شکل ۳۳) ہندسی سایہ کے خوب اندر واقع ہے تو اس کے یہ معنی ہوئے کہ $-\text{غ} = +\infty$ یعنی مرغولہ پر (شکل ۳۴) نقطۂ ط نقطہ ھ سے منطبق ہوتا ہے۔

پس یہاں نور کی حدت صفر ہے۔

اب ف جیسے جیسے نقطہ ف یعنے ہندسی سایہ کے شروع ہونے کے مقام سے نزدیک تر ہوتا ہے مرغولہ پر ط نقطہ ھ سے ہٹ کر نقطۂ و کے قریب تر ہوتا جاتا ہے اس لیے (ط ھ)^2 جو ف پر نور کی حدت کو تعبیر کرتا ہے مسلسل بتدریج بڑھتا جاتا ہے۔ جب ط مرغولہ کے نقطہ م سے منطبق ہوتا ہے جو ھ سے مرغولہ کا بعید ترین نقطہ ہے تو وہاں حیطۂ ارتعاش (ط م) اعظم ہوگا۔ ط اگر بڑھتے بڑھتے نقطہ ل سے منطبق ہو جو مرغولہ کے زیرین لچھے پر کا ھ سے قریب ترین مقام ہے تو یہاں حیطۂ ارتعاش ھ ل سایہ کے باہر کی فضا میں اقل ہوگا۔ ف اگر اسی طرح پردہ پر ہندسی سایہ سے دور ہٹتا چلا جائے تو نقطہ ط مرغولہ کے زیرین لچھے کے چکروں میں داخل ہوتا جائیگا اور اس لیے حیطۂ ارتعاش باری باری سے اعظم و اقل ہوتا جائیگا۔ یہاں تک کہ جب ف پردہ پر کافی دور واقع ہوتا ہے تو نقطۂ ط مرغولہ کے زیرین تقاربی نقطہ ھَ سے منطبق ہوتا ہے اور وہاں نور کا حیطۂ ارتعاش ھ ھَ ہوتا ہے جو و یعنے عین ہندسی سایہ کے آغاز ہونے کے مقام پر کے حیطہ ھ و کا ٹھیک دو چند ہے۔

پردہ کے مختلف مقاموں پر کی نور کی حدت شکل ۳۵ میں ایک ترسیم کے ذریعہ بتائی گئی ہے۔

پردہ کا نقطہ ف جب ہندسی سایہ کے خوب اندر واقع ہوتا ہے تو کورنو کے مرغولہ پر کا نقطہ ھ (شکل ۳۴) اس کیفیت کو تعبیر کرتا ہے اور حدت کے منحنی پر یعنی شکل (۳۵) میں اس کی ترجمانی نقطہ ا سے ہوتی ہے۔

شکل ۳۵

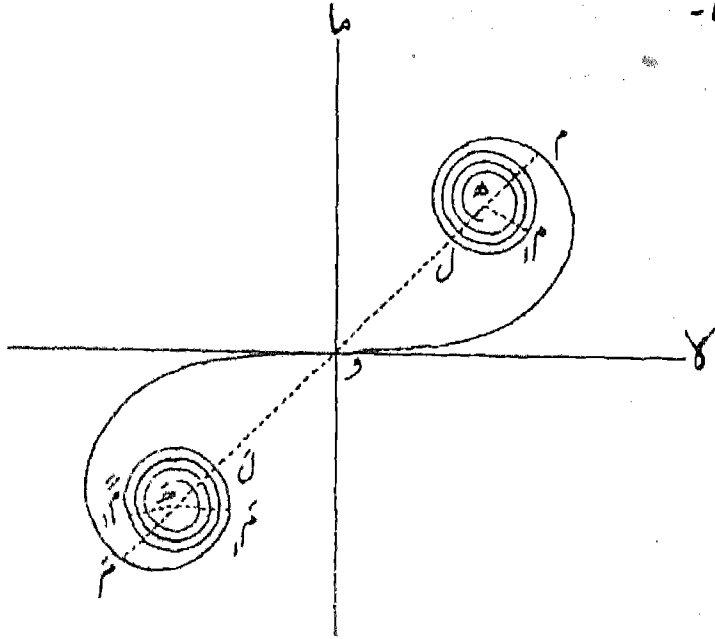
جب ف مرغولہ کے نقطہ ط سے منطبق ہوتا ہے تو شکل ۳۵ میں نقطہ ا اس کا متناظر ہوتا ہے۔ اسی طرح ف جب عین ہندسی سایہ کے شروع ہونے کے مقام ف پر (شکل ۳۳) ہوتا ہے تو مرغولہ پر کا نقطہ و اس کیفیت کو تعبیر کرتا ہے اور شکل ۳۵ میں اس کی ترجمانی نقطۂ ب سے ہوتی ہے۔ ایسا ہی مرغولہ پر کے نقطے م اور ل حدت کے منحنی یعنی شکل ۳۵ کے نقطوں ج اور د کے متناظر ہیں۔ واضح ہو کہ اس منحنی کے اوج و حضیض کے نقطے مقطوعوں کے محور کے متوازی خط ی یَ سے بہت جلد قریب تر ہوتے جاتے ہیں۔ حتیٰ کہ بالآخر حدت کا منحنی اس خط سے منطبق ہو جاتا ہے مقطوعوں کے محور سے ی یَ کا فاصلہ ب کے فاصلہ کا چہار چند ہے۔ نقطہ یَ مرغولہ پر کے نقطہ ھَ کا متناظر ہے۔

(ب) تنگ مستطیل سہوہ یا شگاف سے نور کا انکسار۔

چونکہ مرغولہ کا جزو قوس نور کے ناصیۂ موج کے متناظر جزو کے حاصل حیطہ کو تعبیر کرتا ہے اس لیے مرغولہ کی اُس پوری قوس کا طول جو سہوہ سے آنے والے ناصیۂ موج کو تعبیر کرتا ہے سہوہ کی چوڑائی کے راست متناسب ہے۔ پس پردہ پر کے کسی نقطہ پر کا حیطۂ تنویر مرغولہ کے ایک ایسے مستقل قوسی طول کے سروں کو ملانے والے وتر کی لمبائی کے متناسب ہوگا جو سہوہ کی چوڑائی کے متناسب ہے۔ نقطہ جب ہندسی سایہ کے اندر ہو تو مرغولہ کی قوس کا وہ حصہ جو اس نقطہ پر کی تنویر محسوب کرنے کے لیے استعمال ہوگا مرغولہ کے وسطی نقطہ و میں سے گزریگا اور مرغولہ کے دونوں نصف حصّوں پر واقع ہوگا۔ واضح ہے کہ تمام صورتوں میں پردہ کے مختلف مقامات پر عموماً حدتِ نور کی کمی بیشی ہوگی۔ دیکھو شکل ۳۶ ۔

اگر سہوہ بہت تنگ ہو تو مرغولہ کا متناظر قوسی طول چھوٹا ہوگا اور اس لیے ہندسی سایہ کے اندر دُور تک حدتِ تنویر تقریباً مستقل اور سہوہ کی چوڑائی کے مربع کے متناسب ہوگی۔ اس لیے کہ اس صورت میں مرغولہ کی قوس اس کے وتر سے قریب قریب منطبق ہوگی۔

اگر پردہ کے سہوہ کے عین سامنے کا کوئی نقطہ سہوہ سے اتنی دُور واقع ہے کہ

نقطۂ مذکور کے لیے سہوہ کی چوڑائی پہلے نصف دَوری منطقہ کے برابر ہے تو وہاں تنویر اعظم ہوگی۔

شکل ۳۶

اب اگر سہوہ اتنا بڑا کر دیا جائے کہ اس کی چوڑائی پردہ کے نقطۂ زیر بحث کے لیے پہلے دو نصف دَوری منطقوں کے برابر ہے تو ایسی صورت میں نقطہ پر تنویر اقل ہوگی۔ شکل ۳۶ پر غور کرنے سے معلوم ہوگا کہ پہلی صورت میں مرغولہ کا قوسی طول م و مَ حامل تھا اس لیے خطِ مستقیم م مَ حیطۂ تنویر کو تعبیر کرتا تھا۔ سہوہ کو چوڑا کرنے سے مرغولہ کا قوسی طول ل م و مَ لَ حامل ہوتا ہے اور اس لیے حیطۂ تنویر کی اب خطِ مستقیم ل لَ سے تعبیر ہوتی ہے۔

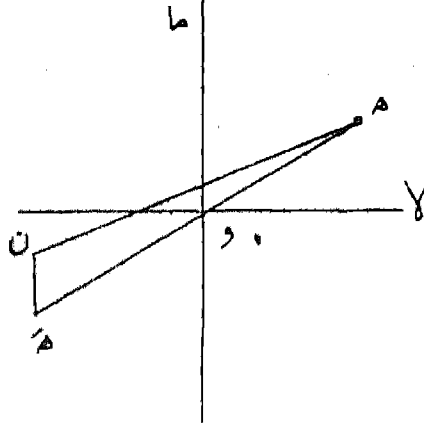
(ج) غیر شفاف باریک تار سے نور کا انکسار۔

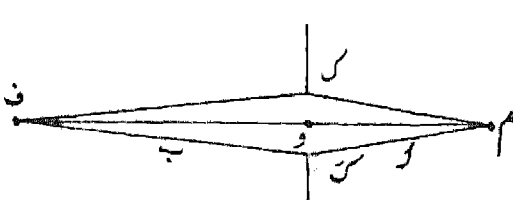
غیر شفاف باریک تار کا انکسار تنگ سہوہ کے انکسار کا جواب ہے۔ نقطہ ف جب ہندسی سایہ کے اندر ہوتا ہے تو شکل ۳۶ میں وتر ھ م۱ تار کے

ایک بازو سے گزرنے والے حصۂ ناصیۂ موج کے اثر کو تعبیر کرتا ہے۔ م مرغولہ کے بالائی پیچوں میں سے کسی ایک پیچ پر واقع ہے۔ وتر ھ مَ ناصیۂ موج کے اس حصّہ کے اثر کو تعبیر کرتا ہے جو تار کے دوسرے بازو سے گزرتا ہے۔ مَ مرغولہ کے زیرین پیچوں میں سے ایک پیچ پر ایسے مقام پر واقع ہے کہ قوسی طول م مَ تار کی موٹائی کے تناسب ہے۔ اگر تار کی موٹائی پردہ پر کے بالمقابل نقطہ کو معتدبہ نصف دوری منطقوں کی تنویر سے محروم کردے تو وم اور ومَ قوسیں مرغولہ کے کئی پیچوں پر مشتمل ہونگی اور خطوط مستقیم ھ م اور ھ مَ تقریباً مساوی ہونگے۔ پس ایسی صورت میں اگر یہ خطوط مستقیم مخالف سمتوں میں ہوں تو تداخل نور سے تنویر کا حیطہ تقریباً صفر ہوگا اور اگر یہ خطوط ایک ہی سمت میں ہوں تو تنویر کا حیطہ اعظم ہوگا۔ یعنی تار کے ہندسی سایہ کے اندر تداخل نور کے سبب روشن اور باریک متساوی الفصل بند پیدا ہونگے۔ نقطہ فَ جیسا جیسا سایہ کے کناروں کے قریب ہوتا جائیگا ویسا ہی م یا مَ (بلحاظ اس کے کہ نقطہ فَ سایہ کے کس کنارہ کی طرف جارہا ہے)۔ فرض کرو کہ م مرغولہ کے وسطی نقطہ و کی طرف حرکت کریگا اور چونکہ قوسی طول م و مَ مستقل رہنا چاہیے مَ مرغولہ کے متقاربی نقطہ ھَ کی طرف حرکت کریگا۔ ایسی صورت میں ھ م اور ھ مَ وتر کے طولوں میں بہت تفاوت ہوگا۔ اس لیے اگر وہ متوازی اور مخالف سمتوں میں ہوں تو بھی پردہ کے متناظر مقام پر کچھ نہ کچھ حاصل تنویر ضرور ہوگی یعنی یہاں اقل تنویر کے مقام بالکل تاریک نہ ہونگے۔

ہندسی سایہ کے باہر تار کے ایک بازو سے ایک مکمل نصف ناصیۂ موج اور ایک دوسرے نصف ناصیہ کی کسر عامل ہوگی اور ان کا اثر علی الترتیب وتر وھ اور ومَ کے تناسب ہوگا۔ تار کی دوسری جانب سے جو جزو ناصیۂ موج عمل کریگا اس کا اثر وتر ھَ مً کے تناسب ہوگا جس میں مً مرغولہ پر ھَ سے قریب کوئی نقطہ ہے۔ اس کے یہ معنی ہوئے کہ قوسی طول مَ مً کا اثر مفقود ہے۔ یہ طول مستقل اور تار کی موٹائی کے تناسب ہے۔ پس اگر شکل ۳۷ میں نقطہ ھَ سے سمتی ھَ نَ قوس مَ مً کے وتر کے متوازی اور مساوی کھینچیں تو چونکہ ھ ھَ کامل سمتی موج کے اثر کو تعبیر کرتا ہے اس لیے سمتی ھ ن باقی ماندہ اور عامل حصۂ موج کے

اثر کو تعبیر کریگا۔ یعنی ھ ن ہندسی سایہ کے باہر کے ایک نقطہ پر کے

شکل ۳۷

جیطہ تنویر کو ظاہر کرتا ہے۔ اور پردہ پر کا نقطہ (فَ) جیسے جیسے سایہ کے کنارہ سے دُور ہوتا جاتا ہے سمتی ھَ ن نقطہ ھَ کے گرد گھومتا ہے اور اس لیے حاصل تنویر کے سمتی ھ ن کا طول علی الترتیب اعظم اور اقل ہوتا جاتا ہے۔ اس طرح ہندسی سایہ کے باہر کے روشن اور تاریک بند پیدا ہوتے ہیں۔

تنگ دائری سہوہ سے نور کا انکسار۔

اس مسئلہ کا باضابطہ حل سر دست ملتوی کر کے آسان ابتدائی طریقوں سے یہاں بتایا جاتا ہے کہ دائری سہوہ سے نور کس طرح منکسر ہوتا ہے۔ شکل ۳۸ میں م مبداءِ نور ہے، کَ کَ دائری

شکل ۳۸

سہوہ اور و سہوہ کا مرکز، ف ایک نقطہ ہے جو سہوہ کے محور پر واقع ہے۔

$$\text{م و} = \text{ا} \quad \text{اور} \quad \text{ف و} = \text{ب}$$

چونکہ مبداء م سے نکل کر محور اور سہوہ کے کناروں پر سے گزرتے ہوئے ف تک جانے والی نور کی موجوں میں تفاوتِ راہ فہ = (م ک + ک ف) - (ا + ب) اور آگے بتادیا گیا ہے کہ جب سہوہ کا نصف قطر ص بمقابل ا اور ب کافی چھوٹا ہے تو

$$\text{م ک} = \text{ا} + \frac{\text{ص}^{2}}{۲\,\text{ا}} \quad \text{اور} \quad \text{ک ف} = \text{ب} + \frac{\text{ص}^{2}}{۲\,\text{ب}} \quad \text{تقریباً}$$

$$\text{پس تفاوتِ راہ فہ} = \frac{\text{ص}^{2}}{۲}\left(\frac{۱}{\text{ا}} + \frac{۱}{\text{ب}}\right)$$

$$\therefore \quad \text{فہ} = \frac{\text{ص}^{2}(\text{ا} + \text{ب})}{۲\,\text{ا ب}}$$

اگر تفاوتِ راہ فہ = ن $\frac{\text{لہ}}{۲}$ یعنے ن نصف طولِ موج جس میں ن ایک صحیح عدد ہے تو

$$\text{ص}^{2} = \frac{\text{ن ا ب لہ}}{\text{ا} + \text{ب}}$$

$$\text{اور سہوہ کا رقبہ}\ \pi\,\text{ص}^{2} = \text{ن}\,\pi\,\text{لہ}\,\frac{\text{ا ب}}{(\text{ا} + \text{ب})}$$

اگر ن ایک جفت عدد ہے تو سہوہ کا رقبہ نقطہ ف پر جفت عدد نصف دوری منطقے بناتا ہے اس لیے ف پر تنویر تقریباً صفر ہوگی اور اگر ن ایک طاق عدد ہے تو ف پر تنویر اعظم ہوگی۔ یعنے سہوہ کے محور پر نقطۂ ف کا فاصلہ جیسے جیسے بدلتا جاتا ہے۔ اس پر تنویر علی الترتیب اعظم اور اقل ہوتی جاتی ہے۔

اگر ف محور سے ذراہٹ کر واقع ہو تو سہوہ کا کنارہ نصف دوری منطقوں کے ساتھ ہم مرکز نہیں ہوتا ہے اور اس لیے ف پر تنویر کی حدّت آسان ریاضی کے

طریقہ سے محسوب نہیں ہوسکتی البتہ ترسیمی طریقہ پر حساب ہوسکتا ہے۔ سہوہ اور اس پر جو بھی منطقے کھینچے جاسکتے ہیں ان کو بڑے پیمانہ پر کھینچ کر سطح پیما یا مربع دار کاغذ کے ذریعہ طاق اور جفت منطقوں یا جزو منطقوں کے رقبے معلوم کر کے حاصل مجموعی اثر دریافت کیا جا سکتا ہے۔ واضح ہے کہ طاق منطقوں کا اثر مثبت ہوگا اور جفت کا منفی۔ اس طرح عمل کرنے سے معلوم ہوگا کہ سہوہ اگر کافی چھوٹا ہے تو محور کے گرد اقلّ اور اعظم تنویر کے ہم مرکز حلقے پیدا ہوتے ہیں۔

اگر سہوہ اس قدر تنگ ہے کہ اس کا رقبہ پہلے نصف دوری منطقہ کے مساوی ہونے کے لیے نقطۂ ف کو محور پر بہت دور لے جانے کی ضرورت ہو (تاکہ سہوہ کے مرکزی اور حاشیئی فاصلوں کا تفاوت نصف طول موج کے برابر ہو) تو ایسی صورت میں نور ہندسی سایہ کے باہر بہت دور پھیل جاتا ہے۔

$$\text{چونکہ}\quad (ا + ب)\,ص^2 = ن\,ا\,ب\,لہ$$

$$\text{اس لیے}\quad ب = \frac{ا\,ص^2}{ن\,ا\,لہ - ص^2}$$

اس مساوات میں ن کی قیمت طاق یا صحیح عدد لکھنے سے علی الترتیب اعظم و اقلّ تنویر کے محوری فاصلوں کی قیمتیں معلوم ہوسکتی ہیں۔

اگر مبدائے نور لا متناہی پر واقع ہو تو $ا = \infty$ اور موجیں مستوی ہوتی ہیں۔ ایسی صورت میں

$$ص^2 = ب\,ن\,لہ\,\frac{ا}{ا + ب} = ب\,ن\,لہ$$

$$\text{اس لیے}\quad \frac{ا}{ا + ب} = ۱ \quad \text{جبکہ}\ ا = \infty$$

$$\text{اور}\quad ب = \frac{ص^2}{ن\,لہ}$$

دائری غیر شفاف جسم سے نور کا اِنکسار۔

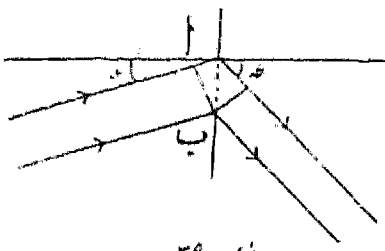
پواسان (Poisson) نے فرنچ اکیڈمی کی طرف سے جب فرینیل کے موجی نظریۂ نور کا امتحان کیا تو اُس سے فوراً نتیجہ اخذ کیا کہ چھوٹے قرص کے ہندسی سایہ کے مرکز پر ایسی ہی تنویر ہونی چاہیے کہ جیسی قرص کی عدم موجودگی میں۔ آراگو (Arago) نے اس کے متعلق تجربے کیے اور ثابت کر کے بتایا کہ حقیقت میں ایسا ہی ہوتا ہے۔

یہ تجربہ معمل میں بآسانی کیا جا سکتا ہے بشرطیکہ ایک دو انچ کے برابر فلزی قرص کو لے کر اُس کے کناروں کو صاف اور ٹھیک مدوّر بنایا جائے۔ جب ایسا قرص باریک تاگوں سے تاریک کمرہ میں ایک ثقبہ کے سامنے تقریباً بیس فٹ فاصلہ پر متشاکل وضع میں انتصاباً لٹکایا جاتا ہے۔ اور ثقبہ تیز دھوپ یا برقی قوس کی روشنی سے منور کیا جاتا ہے تو قرص کے پیچھے اس کے اور ثقبہ کے محور پر پندرہ یا بیس فٹ فاصلہ پر چشمہ کے ذریعہ معائنہ کرنے سے منوّر نشان دریافت ہو جاتا ہے۔ چشمہ میں قرص کے ہم مرکز جن نصف دوری منطقوں سے نور آتا ہے اس کا حیطہ قرص کے کنارے پر سے کھینچے ہوئے پہلے نصف دوری منطقہ سے آنے والے نور کے حیطہ کا نصف ہوتا ہے۔ چونکہ قرص چھوٹا ہے اس لیے اس پہلے نصف دوری منطقہ کے نور کا حیطہ قرص کی عدم موجودگی میں پہلے نصف دوری منطقہ کے نور کی جو حدّت ہوتی ہے اس کے تقریباً مساوی ہوتا ہے۔

فراون ہوفر کے نام سے منسوب انکسارِ نور کے مظاہر۔

ان مظاہر میں انکسار سے پہلے نور کی موجیں مستوی ہوتی ہیں اور بعد انکسار محدب عدسہ کے ذریعہ ماسکہ پر جمع کی جاتی ہیں۔ اِس لیے یہ مظاہر زیادہ واضح ہوتے ہیں اور ان کا حسابی عمل بھی نسبتہً آسان ہوتا ہے۔ ہم ترسیمی طریقہ استعمال کر کے ایک دو اور متعدد مستطیل جھریوں کے انکسارِ نور پر تفصیل کے ساتھ

بحث کرینگے ۔

ایک تنگ جھری سے مستوی موجوں کا انکسار ۔

شکل ۳۹

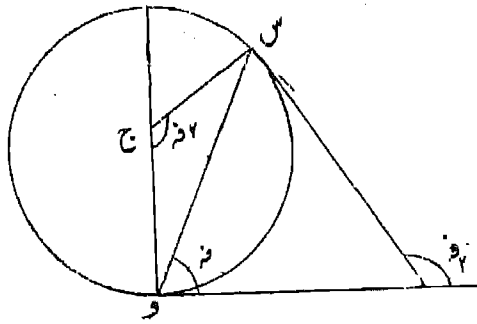
شکل ۳۹ میں فرض کرو کہ ا ب ایک تنگ جھری ہے جس کی چوڑائی لہ ہے ۔ سر دست اس جھری کی لمبائی کو بہت بڑی مان کر صرف چوڑائی کے انکساری اثر پر بحث کی جائیگی ۔ متوازی شعاعوں کی پنسل کا زاویۂ وقوع عہ مانا جاتا ہے یعنے شعاعیں جھری کی چوڑائی کے ساتھ زاویہ ۹۰° ۔ عہ بناتی ہیں ۔ اور بعد انکسار اس کے ساتھ زاویہ ۹۰° ۔ طہ ۔ گویا شعاعوں کے انکسار کی سمت جھری کے عمود کے ساتھ زاویہ طہ بناتی ہے ۔ یہ دریافت کرنا مقصود ہے کہ اس سمت میں تنویر کیسی ہے ۔

ا سے ٹکرانے والی شعاع پر ب سے عمود گراؤ ۔ جھری کے بائیں طرف ا اور ب کو چھونے والی شعاعوں میں تفاوتِ راہ ا ب جب عہ ہے ۔ اسی طرح ا سے منکسر ہونے والی شعاع پر ب سے عمود گراؤ ۔ جھری کے دائیں طرف ا اور ب سے نکلنے والی شعاعوں میں تفاوتِ راہ ا ب جب طہ ہے پس ان انتہائی شعاعوں میں حاصل مجموعی تفاوتِ راہ

= ا ب (جب عہ + جب طہ) = لہ (جب عہ + جب طہ) ہے

چونکہ ایک طولِ موج لہ تفاوتِ ہیئت ۲π کا متناظر ہے اس لیے یہ تفاوتِ راہ تفاوتِ ہیئت $\frac{2\pi}{\lambda}$ لہ (جب عہ + جب طہ) کا متناظر ہے ۔

فرض کرو کہ جھری کی چوڑائی لہ بہت ہی چھوٹے مساوی حصوں کی ایک

بہت بڑی تعداد م میں تقسیم کی جاتی ہے - ان مساوی حصص میں سے ہر ایک حصہ پردہ کے کسی دیے ہوئے مقام پر حیطۂ ارتعاش عہ پیدا کرتا ہے - لیکن ان ارتعاشوں کی ہیئتوں میں ایک سرے سے لے کر دوسرے سرے تک مسلسل یکساں اضافہ پایا جائیگا - پس ان ارتعاشوں کا حاصل دائری قوس کا وتر و س ہے - (ملاحظہ ہو شکل نمبر ۴۰) -

شکل نمبر ۴۰

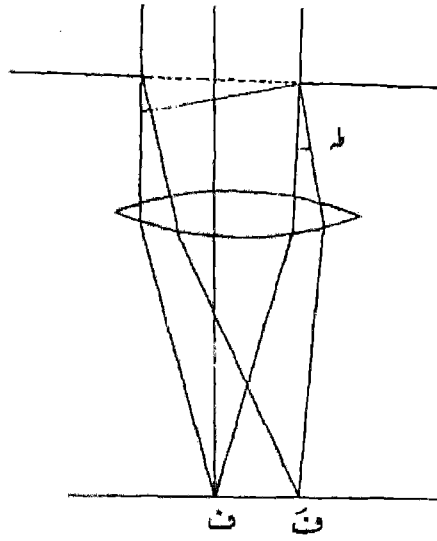
چونکہ قوس کا طول م حہ ہے جس میں م کافی بڑا عدد اور حہ بہت چھوٹی مقدار ہے - اس لیے متعلقہ دائرہ کا نصف قطر ص = م حہ / ۲ فہ -
جھری سے نکلنے والی مستوی موجوں کے حاصل ارتعاش کی ہیئت فہ ہے

پس حاصل حیطۂ ارتعاش = ۲ ص جب فہ = (م حہ / فہ) جب فہ = م حہ (جب فہ / فہ)

جھری کی چوڑائی ا ہے اس لیے م حہ ∝ ا = ہر ا جس میں ہر ایک مستقل ہے - پس پردہ کے دیے ہوئے نقطہ پر حاصل حیطۂ ارتعاش

= ہر ا (جب فہ / فہ)

شکل نمبر ۴۱ میں جھری ا ب کے سامنے ایک محدب عدسہ رکھا گیا ہے - نور کی مستوی موجیں جھری کے علی القوائم واقع ہوتی ہیں اور

پردہ فَ فَ پر انکسارِ نور کے مظاہر پیدا کرتی ہیں ماسکہ ف پر تنویر اعظم ہے

شکل ۴۱

اس کے دونوں طرف تنویر بتدریج گھٹتی جاتی ہے۔ چنانچہ فَ پر چونکہ جھری کے کناروں سے آنے والی موجوں کا تفاوتِ راہ ر جب ط ہے اس لیے تفاوتِ ہیئت $2\,\text{ف} = \frac{2\pi\,\text{ر جب ط}}{\text{لہ}}$ ہے حاصل تفاوتِ ہیئت اس کا نصف یعنی $\frac{\pi\,\text{ر جب ط}}{\text{لہ}}$ ہے لہذا فَ پر حاصل حیطۂ ارتعاش

$$\text{م ا}\;\frac{\text{جب}\,\frac{\pi\,\text{ر جب ط}}{\text{لہ}}}{\frac{\pi\,\text{ر جب ط}}{\text{لہ}}}$$ ہے۔

(۱) اگر شکل ۳۹ کی طرح موجیں علی القوائم واقع نہ ہوں تو تفاوتِ راہ ر (جب عہ + جب ط) اور تفاوتِ ہیئت $\text{ف} = \frac{\pi\,\text{ر}}{\text{لہ}}$ (جب عہ + جب ط) ہوگا۔

(۲) اگر شکلِ مذکور میں جھری کے کنارہ ب سے آنے والی موج کے ارتعاش کا ضابطہ
ما = رَ جب سہ و لکھا جائے جس میں رَ حیطۂ ارتعاش سہ وقتِ دوران اور
و وقت ہے تو کنارہ ا سے آنے والی موج کے ارتعاش کا ضابطہ ما = رَ جب (سہ و + ۲ فہ)
ہوگا اور حاصل ارتعاش کا ضابطہ ما = رَ $\frac{\text{جب فہ}}{\text{فہ}}$ جب (سہ و + فہ)۔]

جھری کے انکسارِ نور سے پردہ پر تنویر کے اعظم و اقلّ مقامات کی تعیین

چونکہ فَ پر (شکل ۲۱) حاصل حیطۂ ارتعاش مرا $\dfrac{\text{جب } \frac{\text{۲۲ ا جب طہ}}{\text{لہ}}}{\frac{\text{۲۲ ا جب طہ}}{\text{لہ}}}$ ہے

اس لیے نور کی حدّت مر۲ ر۲ $\dfrac{\text{جب}^{۲} \left(\frac{\text{۲۲ ا جب طہ}}{\text{لہ}}\right)}{\left(\frac{\text{۲۲ ا جب طہ}}{\text{لہ}}\right)^{۲}}$ ہے

اس جملہ کی اعظم و اقلّ قیمتیں معلوم کرنے کے لیے اس کو بشکل ر۲ $\frac{\text{جب}^{۲}\text{ فہ}}{\text{فہ}^{۲}}$ لکھ کر

اس کو تفرق کرنے سے $\dfrac{\text{فر}\left(\frac{\text{جب}^{۲}\text{ فہ}}{\text{فہ}^{۲}}\right)}{\text{فر فہ}} = \frac{\text{جب فہ}}{\text{فہ}} \times \frac{\text{فہ جم فہ - جب فہ}}{\text{فہ}^{۲}} = ۰$

پس $\frac{\text{جب فہ}}{\text{فہ}} = ۰$ اور $\frac{\text{فہ جم فہ - جب فہ}}{\text{فہ}^{۲}} = ۰$

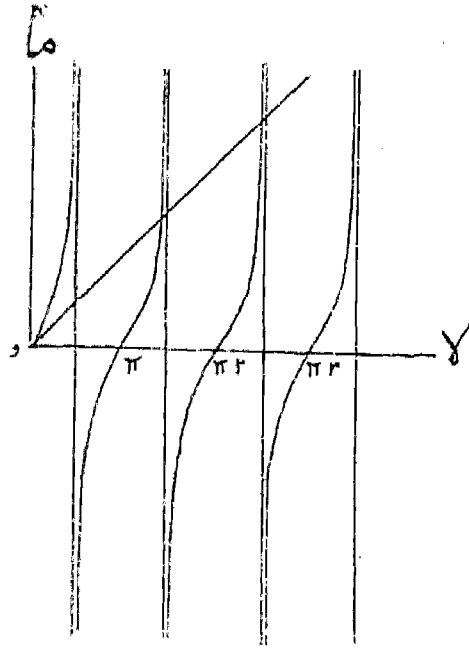
یعنے جب فہ = ۰ اور فہ = مس فہ

مساوات جب فہ = ۰ سے اقلّ تنویر کے مقام حاصل ہوتے ہیں یعنے
فہ = م ۲۲ سے جس میں م = جملہ صحیح اعداد باستثنائے صفر اس لیے کہ
م کی قیمت جب صفر ہوتی ہے تو وہاں تنویر اعظم ہوتی ہے۔

چونکہ فہ = $\frac{\text{۲۲ ا}}{\text{لہ}}$ (جب عہ + جب طہ) یا اگر نور کی شعاعیں جھری
پر علی القوائم واقع ہوں تو فہ = $\frac{\text{۲۲ ا}}{\text{لہ}}$ جب طہ اس لیے سمت طہ میں

تنویر اقل یعنے صفر ہوتی ہے اگر

جب ط = م ل جس میں م باستثنائے صفر کوئی سا صحیح عدد ہے۔

اعظم تنویر کے مقام ف = مس ف کے حل سے حاصل ہوتے ہیں۔ ف کی کئی قیمتیں فن ہیں جو ترسیمی طریقہ سے بآسانی دریافت ہو سکتی ہیں۔ ملاحظہ ہو شکل ۴۲ جس میں ف کو فصلہ اور مس ف کو معیّن مان کر ترسیم کھینچی گئی ہے اور مبدا و میں سے خط ما = لا جو محدّدوں کے درمیانی زاویہ کی تنصیف کرتا ہے کھینچا گیا ہے۔ اس خط کا مس ف کی ترسیموں کے ساتھ جہاں جہاں تقاطع ہوتا ہے ان کے متعلقہ فصلہ سے فن کی قیمتیں دریافت ہو جاتی ہیں۔

شکل ۴۲

شویرڈ (Schwerd) نے اعظم تنویر کے ان متناظر فصلوں (فن) کی حسب ذیل قیمتیں دی ہیں:—

ف۰ = ۰ ف۱ = ۳۰۳ء۱ㄫ ف۲ = ۴۵۹۰ء۲ㄫ

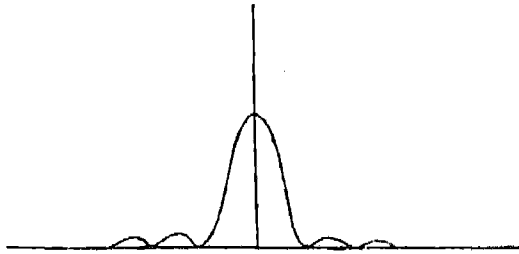
$فہ_۳ = ۳٫۴۷۰۹\ \pi$ $فہ_۴ = ۴٫۴۷۷۴\ \pi$ $فہ_۵ = ۵٫۴۸۱۸\ \pi$

$فہ_۶ = ۶٫۴۸۴۴\ \pi$ $فہ_۷ = ۷٫۴۸۶۵\ \pi$

پس جیسے جیسے ن کی قیمت بڑھتی ہے فہ ن جلد $(۲ن + ۱) \frac{۱}{۲} \pi$ سے قریب تر ہوتا جاتا ہے۔ حدتِ تنویر

$$ح \propto ر^۲ \frac{جب^۲ فہ}{فہ^۲}$$

اعظم تنویر کے مقامات پر تقریباً ۱، $\left(\frac{۲}{۳\pi}\right)^۲$، $\left(\frac{۲}{۵\pi}\right)^۲$، $\left(\frac{۲}{۷\pi}\right)^۲$.... وغیرہ کی نسبتوں کے لحاظ سے گھٹتی جاتی ہے۔ جس سے ظاہر ہے کہ بہت جلد اس کی قیمت کم ہوجاتی ہے۔ فراؤن ہوفر نے اکیلی تنگ جھری سے اس طرح پیدا ہونے والی اعظم تنویر کے خطوں کے لیے (Spectra of the first class) پہلے درجہ کے طیوف نام تجویز کیا۔ حدتِ تنویر کے لیے ملاحظہ ہو شکل ۴۳۔

شکل ۴۳

دائری سہوہ کے محور پر انکسارِ نور سے جو تنویر پیدا ہوتی ہے اس کی حدت بھی اسی طریقہ سے دریافت ہوسکتی ہے۔ جیسا کہ قبل ازیں بتایا گیا ہے۔ محور کے کسی نقطہ کے لحاظ سے سہوہ کے رقبہ کو ہم مرکز اور ہم تفاوت ہیئت دائری رقبوں میں تقسیم کرنے سے نقطۂ مذکور پر ان رقبوں کے اثر سے پیدا ہونے والا حیطۂ ارتعاش تقریباً مساوی ہوگا اور اس لیے حاصل حیطہ دائری قوس کا وتر ہوگا۔

پس اگر قوس کا طول س فرض کیا جائے تو محوری نقطہ پر حاصل مجموعی حدّتِ تنویر

$$ح \propto س^2 \frac{جب^2 فہ}{فہ^2}$$

جس میں ۲ فہ سہوہ کے مرکز اور حاشیہ کے ارتعاشوں کا مجموعی تفاوتِ ہیئت ہے اور چونکہ تفاوتِ راہ (م ک ف ـ م د ف)۔ ملاحظہ ہو شکل (۳۸)۔

$$= \frac{ص^2 (ا + ب)}{۲ ا ب}$$

اس لیے تفاوتِ ہیئت $۲ فہ = \frac{۲\pi}{لہ} \frac{ص^2 (ا+ب)}{۲ ا ب} = \frac{\pi ص^2 (ا+ب)}{ا ب لہ}$

س سہوہ کے رقبہ کے تناسب ہوگا۔ اس طرح مثل سابق محور کے مختلف مقامات پر تنویر کی حدّت محسوب کی جاسکتی ہے۔

ہم اس مسئلہ پر آگے چل کر زیادہ تفصیل کے ساتھ بحث کرینگے۔

دو متوازی جھریوں کا انکسار نور۔ ایک جھری کے

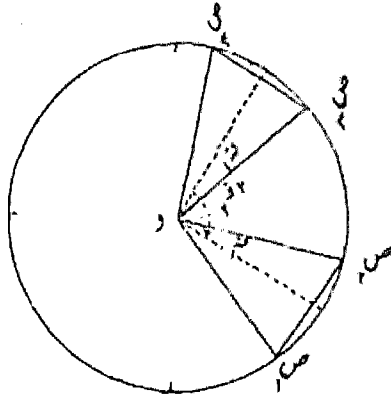
انکسار کے لیے جو ترسیمی طریقہ استعمال ہوا تھا وہ دو جھریوں کے لیے بھی بخوبی کام دے سکتا ہے۔ فرض کرو جھریاں ایک دوسری کے متوازی ایک مستوی سطح پر واقع ہیں۔ ان کی چوڑائی ا ہے اور ان کے مابین فاصلہ ب ہے۔ شکل ۴۴ میں دائرہ کی قوسیں $ص ص_1$ اور $ص_1 ص_2$ جو باہمدیگر مساوی ہیں ان دو جھریوں سے پیدا ہونے والی تنویر کو تعبیر کرتی ہیں۔ فرض کرو ان میں سے ایک ایک کا طول ۲ فہ ہے پس

$$فہ = \frac{\pi ا}{لہ} (جب عہ + جب طہ)$$

ذرا غور کرنے سے معلوم ہوگا کہ $ص_1 ص_2$ کے مابین قوسی طول ۲ $فہ_2$ جھریوں کے درمیان فاصلہ ب کے ساتھ وہی رشتہ رکھتا ہے جو فہ کو ا کے ساتھ ہے، یعنے

$$فہ_2 = \frac{\pi ب}{لہ} (جب عہ + جب طہ)$$

جھریوں کی تنویر کا حاصل حیطہ علی الترتیب وتر ص$_1$ ص$_2$ اور ص$_2$ ص$_3$ کے تناسب ہے یعنی $\frac{\text{ا جب فہ}_1}{\text{فہ}_1}$ کے

شکل ۴۴

ہر جھری کی حاصل مجموعی تنویر کی ہیئت اور اس کے کناروں پر کی تنویر میں تفاوت فہ$_1$ ہے اس لیے ان دونوں جھریوں کی حاصل مجموعی تنویر کی ہیئت فہ$_1$ + ۲ فہ$_2$ + فہ$_1$ ہے یعنی ۲ (فہ$_1$ + فہ$_2$) ہے پس حاصل مجموعی تنویر سمتیوں کے متوازی الاضلاع کے ذریعہ معلوم کی جاسکتی ہے۔

چونکہ ایک ایک سمتی کی قیمت $\frac{\text{ا جب فہ}_1}{\text{فہ}_1}$ ہے اور اُن کے مابین زاویہ ۲ (فہ$_1$ + فہ$_2$) ہے۔

اس لیے حاصل سمتی ۲ $\frac{\text{ا جب فہ}_1}{\text{فہ}_1}$. جم (فہ$_1$ + فہ$_2$) ہے

پس حاصل تنویر کی حدت ح = $(\text{۲ ا})^2 \frac{\text{جب}^2 \text{فہ}_1}{\text{فہ}_1^2}$ جم^2 (فہ$_1$ + فہ$_2$)

اگر حاصل ارتعاش معلوم کرنا ہو تو چونکہ وتر ص$_1$ ص$_2$ سے حاصل ارتعاش

ہا = ا $\frac{\text{جب فہ}_1}{\text{فہ}_1}$ جب (سہ و + فہ$_1$) ہے

اور وتر ص۲ ص۳ سے منتقلہ حاصل ارتعاش

ما۲ = ا (جب فہ۱ ÷ فہ۱) جب (سہ و + فہ۱ + ۲ فہ۱ + ۲ فہ۲)

= ا (جب فہ۱ ÷ فہ۱) جب (سہ و + ۳ فہ۱ + ۲ فہ۲) ہے۔

لہذا ان دونوں کا حاصل = ما۱ + ما۲

یعنے ما = ۲ا (جب فہ۱ ÷ فہ۱) جم (فہ۱ + فہ۲) جب (سہ و + ۲ فہ۱ + فہ۲) ہے

جو دونوں جھریوں کے درمیان حائل چوڑائی ب کے وسطی نقطہ پر کے متعلقہ ارتعاش کے متناظر ہے۔

حدتِ تنویر ح = (۲ ا)^۲ (جب^۲ فہ۱ ÷ فہ۱^۲) جم^۲ (فہ۱ + فہ۲) دو متغیر اجزائے ضربی کے تابع ہے۔ ایک جزو جب فہ۱ ÷ فہ۱ واحد جھری کے انکساری بندوں کو تعبیر کرتا ہے اور دوسرا جزو جم (فہ۱ + فہ۲) دو جھریوں سے آنے والی موجوں کے تداخلی بندوں کو ظاہر کرتا ہے۔ آخرالذکر معدوم ہو جاتا ہے جبکہ

(فہ۱ + فہ۲) = (۲ن + ۱) π ÷ ۲

یعنے اس مقام پر جہاں (ا + ب) (جب عہ + جب طہ) = (۲ن + ۱) لہ ÷ ۲

ذرا سا غور کرنے سے معلوم ہوگا کہ اس مساوات کا مفہوم یہی ہے کہ دونوں جھریوں کو اگر چھوٹی مساوی مقدار کے کثیر التعداد حصّوں میں تقسیم کیا جائے تو دوسری جھری کے کسی حصّہ سے آنے والی موج پہلی جھری کے متناظر حصّہ سے آنے والی موج سے بقدر طاق عددی ضعف نصف طولِ موج پیچھے ہے۔ اس لیے یہ موجیں ایک دوسری کو تداخل سے تلف کر دیتی ہیں۔

لیکن اگر (فہ۱ + فہ۲) = ن π یعنے (ا + ب) (جب عہ + جب طہ) = ن لہ تو دونوں موجیں ایک دوسری کی تائید کرتی ہیں اور وہاں تنویر اعظم ہے۔

اس اعظم و اقلّ تنویر کے نقشہ کے لیے فراؤن ہوفر نے (Spectra of the second class) دوم درجہ کے طیوف نام تجویز کیا۔

پس دو جھریوں کے انکسار کے مظاہر کو ایک جھری کے انکساری نظام اور دو جھریوں کے تداخلی نظام کے حاصل تصور کر سکتے ہیں۔ اول الذکر نظام جزوِ ضربی جب فہ$_1$ کے تابع ہے اور آخر الذکر جم (فہ$_1$ + فہ$_2$) کے۔ جہاں کہیں ان دونوں اجزائے ضربی میں سے کوئی بھی معدوم ہوتا ہے وہاں حدّتِ تنویر صفر ہے۔

چونکہ تداخلی نظام میں انتشار (ا + ب) کا بالعکس ہے اور انکساری نظام میں انتشار محض ا کا بالعکس۔ اس لیے اگر جھریاں ایک دوسرے سے بہت قریب نہ واقع ہوں (یعنے ب بہت چھوٹا نہ ہو) تو تداخلی نظام تقریباً بالکلیہ انکساری نظام کے پہلے دو بندوں کے اندر سما جاتا ہے۔

چھوٹی مستطیل جھری کا انکسار ۔۔ اس سے قبل جھری کی صرف چوڑائی کو چھوٹا مان کر نتائج اخذ کیے گئے تھے اور جھری کی لمبائی سے بحث نہیں کی گئی تھی۔ اب ہم اُس کے طول و عرض دونوں کو کافی چھوٹا مان کر اس کے انکسار کی تحقیق کرینگے۔ فرض کرو جھری کا طول ل$_1$ انتصاباً واقع ہے اور عرض ل$_2$ اُفقاً۔ لمبی تنگ جھری کی صورت میں انکساری نقشہ مستطیل شکل کے بندوں پر مشتمل ہوتا ہے جو جھری کے طول کے متوازی ہیں۔ ان کی پیدائش کا باعث جھری کی تنگی یعنے ان کی چوڑائی کی قلّت ہے۔ طول بڑا ہونے کی وجہ سے واقع ناصیۂ موج کو جب اس طول کے متوازی پٹیوں میں تقسیم کر کے ان کے اثرات کا موازنہ کیا جاتا ہے تو ہر پٹی کا پورا پورا اثر بلا کم و کاست منتقل ہو جاتا ہے۔ لیکن جب جھری کا طول عرض کی طرح کافی چھوٹا ہوتا ہے تو دونوں سمتوں میں تنگی واقع ہونے کی وجہ سے ان سمتوں میں انکساری بند نمایاں ہوتے ہیں۔ جھری کے طول کے متوازی بند اس کی چوڑائی کی قلّت کی وجہ سے پیدا ہوتے ہیں اور اس کے عرض کے متوازی بند اس کے طول کی قلّت کے باعث صورت پذیر ہوتے ہیں۔ ان کی حدّتِ تنویر محسوب کرنے کے لیے جھری کو اس کے طول ل$_1$ کے متوازی کثیر التعداد چھوٹے حصص میں تقسیم کرو۔ ہر ایسی پٹی کا طول ل$_2$ ہوگا۔ اور چونکہ یہ کافی چھوٹا مانا گیا ہے اس لیے کسی زیرِ بحث نقطہ

ہر ایسی پٹّی سے آنے والی موج کا حیطۂ ارتعاش جیسا کہ قبل ازیں بتایا گیا ہے

$$\text{حہ}_1 = \text{ل}_1 \frac{\text{جب فہ}_1}{\text{فہ}_1} \quad \text{جس میں} \quad \text{فہ}_1 = \frac{\pi\, \text{ل}_1}{\text{لہ}} (\text{جب عہ} + \text{جب طہ}) \ \text{ہے}$$

یہاں یہ فرض کیا گیا ہے کہ واقع موج جھری کے طول کے ساتھ ۹۰° ۔ عہ زاویہ بناتی ہے اور منکسر موج ۹۰° ۔ طہ زاویہ ۔ ان تمام پٹیوں سے پیدا ہونے والے حاصل حیطہ کی تعیین کے لیے ہیں یہ یاد رکھنا چاہیے کہ جھری کی چوڑائی کے انتہائی سروں سے آنے والے ارتعاشوں کا تفاوتِ ہیئت ۲ فہ$_2$ ہے ۔ جس میں

$$\text{فہ}_2 = \frac{\pi\, \text{ل}_2}{\text{لہ}} (\text{جب عَہ} + \text{جب طَہ})،$$

یہ فرض کر کے کہ واقع اور منکسر موجیں جھری کے عرض ل$_2$ کے ساتھ علی الترتیب ۹۰° ۔ عَہ اور ۹۰° ۔ طَہ زاویے بناتی ہیں ۔ چونکہ نقطہ زیر بحث پر جھری کے طول کے متوازی قطع کی ہوئی ہر پٹّی سے حیطۂ ارتعاش حہ$_1$ حاصل ہوتا ہے اس لیے حاصل مجموعی حیطۂ ارتعاش

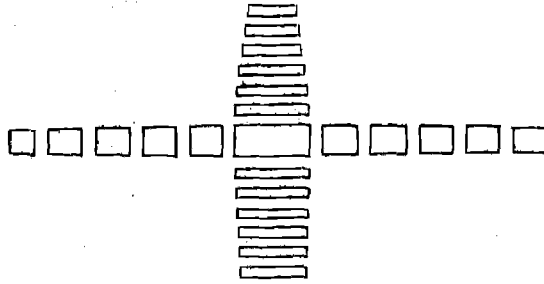
$$= \text{حہ}_1\, \text{ل}_2 \frac{\text{جب فہ}_2}{\text{فہ}_2} \quad \text{اور حدّتِ تنویر}$$

$$\text{ح} = \text{ل}_1^2\, \text{ل}_2^2 \frac{\text{جب}^2 \text{فہ}_1}{\text{فہ}_1^2} \cdot \frac{\text{جب}^2 \text{فہ}_2}{\text{فہ}_2^2}$$

اگر یہ فرض کیا جائے کہ واقع موجوں کا مستوی جھری کے مستوی کے متوازی ہے تو عہ اور عَہ دونوں صفر ہو جاتے ہیں اور

$$\text{ح} = \text{ل}_1^2\, \text{ل}_2^2 \frac{\text{جب}^2 \left(\frac{\pi \text{ل}_1}{\text{لہ}} \text{جب طہ}\right)}{\left(\frac{\pi \text{ل}_1}{\text{لہ}} \text{جب طہ}\right)^2} \cdot \frac{\text{جب}^2 \left(\frac{\pi \text{ل}_2}{\text{لہ}} \text{جب طَہ}\right)}{\left(\frac{\pi \text{ل}_2}{\text{لہ}} \text{جب طَہ}\right)^2}$$

پس ہر نقطہ پر حدّتِ تنویر دو متغیر اجزائے ضربی کے تابع ہے۔ ان میں سے ایک جزو

ا

شکل ۴۵

جھری کے طول ل۱ کے متوازی پٹیوں کا سلسلہ پیدا کرتا ہے اور دُوسرا جزو عرض ل۲ کے متوازی پٹیوں کا سلسلہ۔ اس طرح انکسارِ نور سے شکل ۴۵ کا سا نقشہ تیار ہوتا ہے جو مستطیلوں پر مشتمل ہے۔ نقشہ کا ہر ایک مستطیل جھری کے مستطیل ا کے تقریباً مشابہ ہے لیکن باعتبار وضع اس سے ۹۰° گھوما ہوا ہے۔ جھری کا کوئی بازو جتنا لمبا ہوگا اس کے علی القوایم بند اتنے ہی تنگ ہونگے۔ اس لیے تنگ لمبی جھری کے انکسار سے صرف جھری کی چوڑائی کے علی القوائم بند دکھائی دیتے ہیں۔ اس کی لمبائی کے علی القوائم بند سُکڑ کر معدوم ہو جاتے ہیں۔

اگر ۵۰ سمر ماسکی طول کے عدسہ کی پشت پر ۲ × ۴ مم العاد کی جھری والے پردہ کو چسپاں کرکے اس کے پیچھے ۱۰۰ سمر پر ایک ثقبہ کو آفتاب کے نور یا قوسی لمپ سے منور کریں اور عدسہ کے سامنے اسی قدر فاصلے پر یعنے ۱۰۰ سمر پر چشمہ رکھ کر دیکھیں تو شکل ۴۵ کا سا نقشہ بآسانی دکھائی دیگا۔

مستطیل جھری کے ٹیلبٹ (Talbot) بندوں کی توجیہ —

ٹیلبٹ نے ۱۸۳۷ء میں اپنا ایک مشاہدہ بیان کیا کہ اوسط انتشاری طاقت کے منشور سے پیدا شدہ مکمل طیف کو آنکھ کی پتلی کے برابر گول سہوہ میں سے دیکھیں اور سہوہ کے ایک نصف حصّہ کو شیشہ یا ابرق کی پتلی پرت سے ڈھانپ دیں تو طیف کے ایک سرے سے دوسرے سرے تک ایوڈین کے بخارے کے انجذابی بندوں کی طرح متوازی تاریک بند نظر آتے ہیں۔ یہ بند طیف پیما کی مدد سے بخوبی مشاہدہ کیے جا سکتے ہیں۔ توازی گر اور دُور بین کو حسب معمول طیف کے مطالعہ کے لیے ترتیب دے کر نصف سہوہ کو پتلی شفاف پرت سے چھپا دیا جائے۔ پرت یا تو دُور بین کے چشمہ اور آنکھ کے بیچ میں رکھی جا سکتی ہے یا دُور بین کے دہانہ اور منشور کے بیچ میں یا منشور اور توازی گر کے درمیان۔

خود ٹیلبٹ نے محض تداخل نور کے ذریعہ ان بندوں کے سمجھانے کی اس طرح کوشش کی کہ پرت میں سے آنے والی شعاعیں بقیہ شعاعوں سے بلحاظ ہیئت پیچھے رہ جاتی ہیں اور ان دونوں کے تداخل سے بند پیدا ہوتے ہیں۔ اگر لہ طولِ موج کی شعاع پرت میں سے آتی ہوئی بقدر ط راستہ پیچھے رہ جائے اور ط = ۲ ن لہ/۲ جہاں ن کوئی ایک صحیح عدد ہے تو سہوہ کے ان دو نصف حصّوں میں سے (یعنے پرت میں سے ہوتی ہوئی اور پرت کے باہر سے) آنے والی شعاعیں ایک دوسری کی تائید کرینگی لیکن اگر ط = (۲ ن + ۱) لہ/۲ تو وہ عین مخالف ہیئتوں میں ہونگی اور ایک دوسری کو تلف کردینگی۔ چونکہ مختلف رنگوں کے لیے لہ کی قیمت مختلف ہے اس لیے طیف کے ایک سرے سے دوسرے سرے تک باری باری سے نور کی موجیں ایک دوسری کی مدد کرینگی یا مخالفت۔ لہذا سارے طیف میں جا بجا سیاہ بند نظر آئینگے۔

اب ہم انکسارِ نور کے ذریعہ اس منظر کی زیادہ صحیح توجیہ کرنا چاہتے ہیں شکل ۴۶ میں فرض کرو ا ج پوری جھری کی چوڑائی ہے اور ا ب اس کا نصف حصّہ پتلی شفاف پرت سے ڈھپا ہوا ہے۔ پرت ا ب میں سے ہو کر آنے والی موجوں کی تنویر کو ترسیمی طریقہ پر شکل ۴۷ میں دائری قوس ص، ص، ص۲ = ۲ فہ سے تعبیر کر سکتے ہیں۔ جھری کے باقی نصف حصہ

ب ج سے آنے والی تنویر کو ص۳ص۴ = ۲ فہ ہے اس لیے کہ ا ب = ب ج۔

شکل ۴۶

یہاں یہ یاد رکھنا چاہیے کہ ب کے قریب سے تنویر کا جو جزو بلا روک جھری کے نصف حصہ ب ج سے آتا ہے نصف حصّہ ا ب سے رکاوٹ کے ساتھ آنے والے جزو سے ہیئت میں آگے کو بڑھا ہوا ہوتا ہے۔ اس لیے شکل ۴۷ میں

شکل ۴۷

قوس ص۲ ص۴ کا کچھ حصّہ قوس ص۱ ص۲ کے ساتھ مشترک ہے۔ فرض کرو قوس ص۱ ص۴ = ۲ پہ اور یہ پتری کی رکاوٹ سے وقوع میں آنے والے التطاء کو تعبیر کرتا ہے۔ ہندسہ سے واضح ہے کہ ص۱ ص۲ اور ص۳ ص۴ وتروں کے مابین زاویہ = ۲ (فہ - پہ) پس اگر مستطیل جھری کا طول ل۱ اور

نصف عرض ل۲ ہو تو مستطیل جھری کے ضابطہ سے وترص م ص۱ = وترص۲ ص۲

= ل۱ ل۲ (جب فہ جب پہ / فہ پہ) اور سمتیوں کے متوازی الاضلاع کی رُو سے

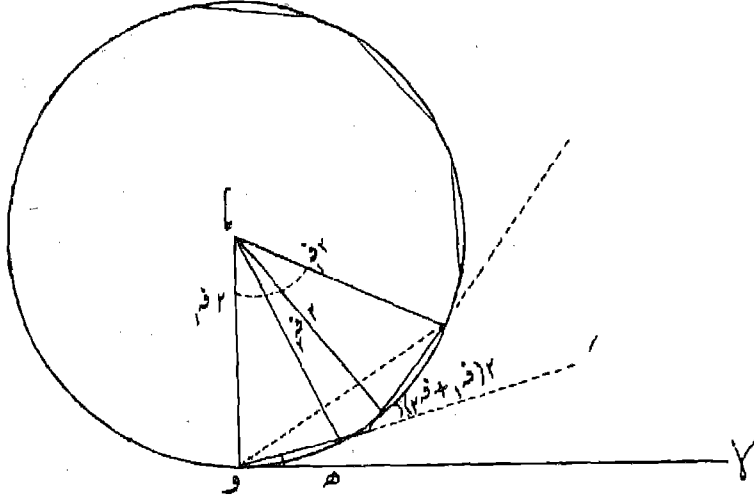
حاصل حیطۂ ارتعاش

۲ ل۱ ل۲ (جب فہ جب پہ / فہ پہ) جم (فہ - پہ)

ایری (Airy) نے یہی ضابطہ تحلیلی طریقہ سے اخذ کیا تھا اور فہ اور پہ کی مختلف قیمتوں کے لیے اس نے مندرجۂ بالا ضابطہ کے ذریعہ حدّتِ تنویر کی ترسیم کھینچ کر تنویر کا اُتار چڑھاؤ ظاہر کیا۔

مستوی انکساری جالی۔ یعنے متوازی مساوی اور متساوی الفصل تنگ مستطیل کثیر التعداد جھریوں سے نور کا انکسار۔

فرض کرو کہ اس نظام میں جھریوں کا طول بہت لمبا ہے جھری کی چوڑائی ا ہے اور متصل غیر شفاف حصوں کی چوڑائی ب۔ اس نظام میں سے آنے والی مستوی موجوں کا حاصل حیطہ ترسیمی طریقہ پر دریافت کرنے کے لیے شکل ۴۸ کی طرح مناسب نصف قطر کا دائرہ کھینچو۔ و لا' و ما لا و ما کے محور ہیں۔ دائرہ کے محیط پر و میں سے قوسوں کا ایک سلسلہ قطع کرو جن کے طول علی الترتیب ا اور ب کے متناسب ہیں۔ جیسا کہ شکل ۴۸ میں بتایا گیا ہے۔ یہ طول دائرہ کے مرکز پر علی الترتیب زاویے ۲ فہ۱ اور ۲ فہ بناتے ہیں جو جھری کی چوڑائی ا اور غیر شفاف حصّہ کی چوڑائی کے سروں سے تفاوتِ ہیئت کو تعبیر کرتے ہیں۔ تمام جھریوں سے آنے والی موجوں سے پردہ کے کسی مقام پر حاصل حیطۂ تنویر

معلوم کرنے کے لیے ہم لا و ما کے محوروں کی سمت میں اُس کے اجزائے تحلیلی دریافت کرتے ہیں۔

شکل ۴۸

اگر ان کو لا و ما سے تعبیر کیا جائے اور یہ فرض کیا جائے کہ پہلی جھری کے حاصل ارتعاش کو تعبیر کرنے والا وتر (جو شکل ۴۸ کے دائرہ کا ابتدائی اور سب سے نیچے کا وتر ہے) محور لا کے ساتھ زاویہ ھ بناتا ہے تو

لا = س [جم ھ + جم (ھ + جہ) + جم (ھ + ۲ جہ) + ... + جم {ھ + (ن-۱) جہ}]

جس میں س دائرہ کے ہر وتر کا طول ہے اور جہ = ۲ فہ$_1$ + ۲ فہ$_2$ = ۲ (فہ$_1$ + فہ$_2$)

پس لا = س × (جم {ھ + ½ (ن-۱) جہ} جب ½ ن جہ) ÷ (جب ½ جہ)

واضح ہو کہ واحد لمبی جھری کے انکسارِ نور سے متعلق ہم نے ثابت کیا ہے کہ

س = ا × (جب فہ$_1$) ÷ (فہ$_1$)

اسی طرح محور ما پر جھریوں کے حاصل ارتعاشوں کے ظل جمع کرنے سے

$$ما = ر \left[جب ھ + جب (ھ + جہ) + جب (ھ + ۲ جہ) + \cdots + جب \{ ھ + (ن - ۱) جہ \} \right]$$

$$= ر \frac{جب \{ ھ + \frac{1}{2} (ن - ۱) جہ \} جب \frac{1}{2} ن جہ}{جب \frac{1}{2} جہ}$$

$$پس\ حدّتِ\ تنویر\ ح \equiv ل^2 + ما^2 = ر^2 \frac{جب^2 \frac{1}{2} ن جہ}{جب^2 \frac{1}{2} جہ}$$

یعنی

$$ح = ا^2 \frac{جب^2 فہ_1}{فہ_1^2} \frac{جب^2 ن (فہ_1 + فہ_2)}{جب^2 (فہ_1 + فہ_2)}$$

لیکن یہ یاد رہے کہ $فہ_1 = \frac{\pi ا}{ل} (جب عہ + جب طہ)$ اور $فہ_2 = \frac{\pi ب}{ل} (جب عہ + جب طہ)$ جس میں ۹۰° - عہ اور ۹۰° - طہ واقع اور منکسر پنسلوں کا انکساری جالی کے مستوی کے ساتھ زاویۂ میلان ہے۔ پس

$$ح = ا^2 \frac{جب^2 فہ_1}{فہ_1^2} \frac{جب^2 ن \frac{\pi}{ل} (ا + ب) (جب عہ + جب طہ)}{جب^2 \frac{\pi}{ل} (ا + ب) (جب عہ + جب طہ)}$$

حاصل حیطۂ ارتعاش کی ہیئت فہ کا ضابطہ

$$مس\ فہ \equiv \frac{ما}{ل} = مس \left\{ ھ + \frac{1}{2} (ن - ۱) جہ \right\}$$

$$= مس \{ ھ + (ن - ۱) (فہ_1 + فہ_2) \}$$ ہے

جو جالی کے وسطی مقام سے آنے والی ارتعاش کی ہیئت ہے۔ پس اگر جالی کے پہلے منفذ سے آنے والی تنویر کی مساوات ما = ر جب سہ و ہے تو حاصل مجموعی ارتعاش کی مساوات

$$ما = ر \frac{جب ن (فہ_1 + فہ_2)}{جب (فہ_1 + فہ_2)} جب \{ سہ و + (ن - ۱) (فہ_1 + فہ_2) \}$$ ہے۔

حدّتِ تنویر کا ضابطہ دو متغیر اجزائے ضربی کے تابع ہے - ایک جزو واحد جبری کے انکسارِ نور کو تعبیر کرتا ہے جس کی اعظم و اقل قیمتوں پر قبل ازیں بحث ہو چکی ہے - دوسرا جزوِ ضربی $\frac{\text{جب}^2 \text{ن} (\text{فہ}_1 + \text{فہ}_2)}{\text{جب}^2 (\text{فہ}_1 + \text{فہ}_2)}$ سے بھی تنویر کے اعظم و اقل مقامات کا پتہ چلتا ہے - سہولت کی خاطر $\text{فہ}_1 + \text{فہ}_2$ کے عوض لا لکھو - تب یہ جزوِ ضربی $\frac{\text{جب}^2 \text{ن لا}}{\text{جب}^2 \text{لا}}$ بن جاتا ہے - اعظم و اقل مقامات پر اس کا پہلا تفرقی سر $\frac{2 \text{ جب ن لا}}{\text{جب}^3 \text{لا}}$ (ن جب لا جم ن لا - جم لا جب ن لا) صفر ہوتا ہے -

یعنے (۱) جب ن لا = ۰ اور (۲) ن جب لا جم ن لا - جم لا جب ن لا = ۰

یعنے ن مس لا = مس ن لا

(۱) اقل تنویر کے مقام — جب ن لا صفر ہو تو ن لا = م π جس میں م کوئی ایک صحیح عدد ہے -

اور $\frac{\text{جب ن} (\text{فہ}_1 + \text{فہ}_2)}{\text{جب} (\text{فہ}_1 + \text{فہ}_2)} = 0$ پس یہاں حیطۂ ارتعاش معدوم ہوتا ہے اور صفر قیمت کے اقل تنویر کے مقام حاصل ہوتے ہیں -

صدر اعظم حدّت کے مقام — اگر لا = م π تو

$\frac{\text{جب ن لا}}{\text{جب لا}}$ کا شمار کنندہ اور نسب نما دونوں صفر ہو جاتے ہیں - لیکن اس غیر معین کسر کی صحیح قیمت ن ہے اس لیے کہ شمار کنندہ اور نسب نما کو تفرق کرنے سے تفرقی سر $\frac{\text{ن جم ن لا}}{\text{جم لا}}$ حاصل ہوتا ہے جس کی انتہائی قیمت لا کے عوض م π لکھنے پر ن ہو جاتی ہے - بدیں وجہ ان مقاموں پر حدّتِ تنویر اعظم اور ن^2 کے مساوی ہوتی ہے -

پس جہاں فہ۱ + فہ۲ = م π یا (ا + ب) (جب عہ + جب طہ) = م لہ
وہاں بہت ہی اعظم حدّتِ تنویر پائی جاتی ہے۔ اس لیے ان کو صدر اعظم حدّت کے مقام کہتے ہیں۔
ابھی ابھی ہم نے دیکھا ہے کہ جہاں ن (فہ۱ + فہ۲) = م π وہاں حدّت تنویر صفر ہے اور صدر اعظم حدّت کے مقاموں پر (فہ۱ + فہ۲) = م π اس لیے جیسا کہ شکل ۴۹ کے ملاحظہ سے ظاہر ہوگا دو متصل صدر اعظم حدّت کے مقاموں کے مابین (ن - ۱) اقل یعنے صفر حدّت کے مقام ہونگے۔

(۲) ثانوی اعظم حدّت کے مقام —— مساوات

ن مس لا = مس ن لا کی اصلیں جو لا = م π سے مختلف ہیں (اور اس لیے وہ نہیں ہیں جو صدر اعظم حدّت کے مقاموں کو تعبیر کرتی ہیں) اعظم حدّت کے ایک اور سلسلہ کو تعبیر کرتی ہیں جو ثانوی اعظم حدّت کے مقاموں سے متعلق ہے۔ ان مقامات پر صدر اعظم حدّت والے مقامات سے حدّت بہت کم ہے۔ چونکہ

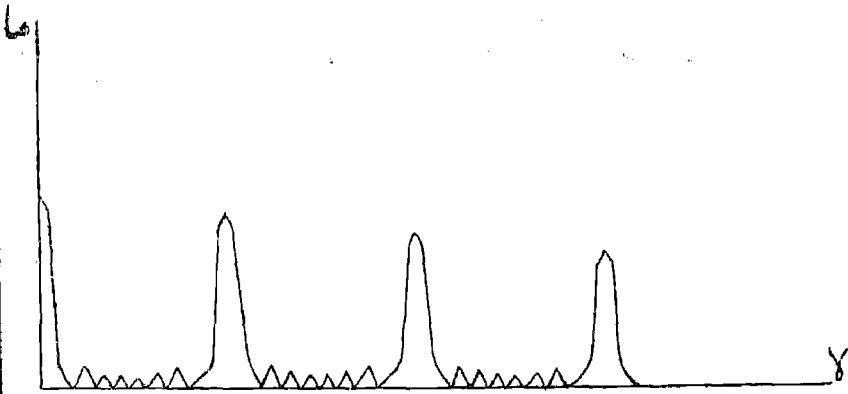
$$\text{ن مس لا = مس ن لا لہذا}\quad \frac{\text{ن}^2\,\text{جب}^2\,\text{لا}}{(1-\text{جب}^2\,\text{لا})} = \frac{\text{جب}^2\,\text{ن لا}}{(1-\text{جب}^2\,\text{ن لا})}$$

$$\therefore\ \text{ن}^2\,\text{جب}^2\,\text{لا} - \text{ن}^2\,\text{جب}^2\,\text{ن لا جب}^2\,\text{لا} = \text{جب}^2\,\text{ن لا} - \text{جب}^2\,\text{ن لا جب}^2\,\text{لا}$$

$$\text{اور بالآخر}\quad \frac{\text{جب}^2\,\text{ن لا}}{\text{جب}^2\,\text{لا}} = \frac{\text{ن}^2}{1+(\text{ن}^2-1)\,\text{جب}^2\,\text{لا}}$$

$$\text{پس}\quad \left(\frac{\text{جب}^2\,\text{ن لا}}{\text{جب}^2\,\text{لا}}\right) : \text{ن}^2 = 1 : \left\{1+(\text{ن}^2-1)\,\text{جب}^2\,\text{لا}\right\}$$

واضح ہو کہ ن۲ صدر اعظم حدّت کے مقاموں کی حدّت کو تعبیر کرتا ہے اس لیے ان ثانوی اعظم حدّت کے مقاموں پر کی حدّت صدر اعظم حدّت والے

مقاموں کی حدّت کے ساتھ $\dfrac{1}{1+(\text{ن}^2-1)\,\text{جب}^2\,\text{لا}}$ نسبت رکھتی ہے جو ن کی قیمت یعنے جالی کے شفاف حصّوں کی تعداد بہت بڑی ہو جانے کی صورت میں بہت ہی چھوٹی مقدار ہو جاتی ہے۔ جیسا کہ شکل ۴۹ کے منحنیوں سے ظاہر ہوتا ہے۔

شکل ۴۹

انکساری جالی (Diffraction grating) پر فی انچ طول چودہ پندرہ ہزار متوازی لکیریں کھینچی جاتی ہیں اس لیے جب ایسی جالی استعمال کی جاتی ہے تو ثانوی اعظم حدّت کے مقاموں پر تنویر کی حدّت تقریباً معدوم ہو جاتی ہے۔

چونکہ دو متصل صدر اعظم حدّت والے مقاموں کے بیچ میں (ن-۱) اقل یا صفر حدّت کے مقام ہوتے ہیں۔ اس لیے ان کے مابین ثانوی اعظم حدّت کے مقاموں کی تعداد (ن-۲) ہوتی ہے۔ جیسا کہ شکل ۴۹ سے واضح ہے جو ن = ۸ کے لیے کھینچی گئی ہے۔

حدّتِ تنویر کا ضابطہ چونکہ

$$\text{ح} = \text{ا}_1^2\,\frac{\text{جب}^2\,\text{فہ}_1}{\text{فہ}_1^2}\;\frac{\text{جب}^2\,\text{ن}\,(\text{فہ}_1+\text{فہ}_2)}{\text{جب}^2\,(\text{فہ}_1+\text{فہ}_2)}$$

ہے

جزوِ ضربی $\dfrac{\text{جب}^2\,\text{ن}\,(\text{فہ}_1+\text{فہ}_2)}{\text{جب}^2\,(\text{فہ}_1+\text{فہ}_2)}$ کی وجہ سے مساوی اور ن^2 کے متناسب حدّت کے

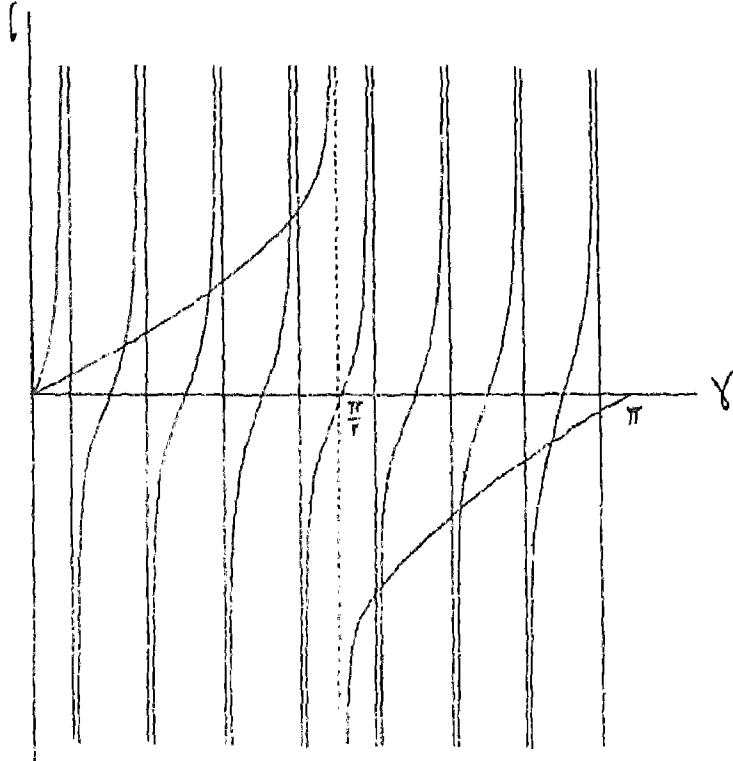
روشن بند پیدا ہوتے ہیں جس میں ن = جالی کے مجموعی خطوں کی تعداد - یہ روشن بند صدر اعظم حدت کے مقام ہیں - ایسے ہر دو متصل بندوں کے درمیان تنگ جھالر نما پٹیوں کا ایک سلسلہ ہوتا ہے جو جھریوں کی تعداد یعنی ن کے اضافہ سے تنگ تر اور غیر واضح تر ہوتا جاتا ہے - اس لیے انکساری جالی کی صورت میں یہ جھالر نما پٹیاں غائب ہو جاتی ہیں -

ثانوی اعظم حدت کے مقام مندرجۂ ذیل منحنیوں کے تقاطع سے دریافت ہو سکتے ہیں:

(۱) ما = ن مس لا اور (۲) ما = مس ن لا

(جس میں لا = فہ۱ + فہ۲) -

پہلی مساوات ایک منحنی کو تعبیر کرتی ہے جو خط لا = $\frac{1}{2}$ π کا متقارب ہے -

شکل نمبر ۵

اور دوسری مساوات اس کے مشابہ منحنیوں کے ایک مجموعہ کو تعبیر کرتی ہے جو ن لا = $\frac{1}{2}\pi$ کے متقارب ہیں۔ ملاحظہ ہو شکل ۵۰ جو ن = ۶ کے لیے تیار کی گئی ہے۔

لا کے تشاکل سے واضح ہے کہ اگر جالی کے شفاف خط غیر شفاف اور غیر شفاف خط شفاف ہو جائیں تو بھی تنویر میں کوئی فرق نہیں آئیگا۔

چونکہ پردہ پر کے کسی مقام کی حاصل تنویر دو اجزائے ضربی جب۲ فہ۱ / فہ۲۱ اور جب۲ ن فہ۱ / فہ۲۱ کے حاصل ضرب کے تابع ہے اس لیے اس حاصل تنویر کی تعیین کے لیے شکل ۴۹ کے منحنی کے معینوں کو واحاجھری کی حدّت تنویر کے منحنی کے متناظر معیّنوں سے ضرب دینا چاہیے۔ آخر الذکر معیّنوں کے عام تغیرات صدر اعظم حدت کے معیّنوں کے مقابلہ میں بہت ہی خفیف ہیں۔ اس لیے عموماً ان کا اثر نا قابلِ لحاظ ہوتا ہے اِلّا اس صورت میں کہ جب فہ۱ / فہ۱ کی صفر قیمت ٹھیک اس مقام پر واقع ہو جہاں دوسرے جزوِ ضربی (جب۲ ن لا / جب۲ لا) کا صدر اعظم حدّت کا مقام ہو۔ ایسی صورت میں واضح ہے کہ یہ اعظم حدّت معدوم ہو جائیگی۔ ایسے مفقود طیوف (یا طیفی خطوں) کا پتہ

ا (جب عہ + جب طہ) = م لہ اور (ا + ب) (جب عہ + جب طہ) = مَ لہ

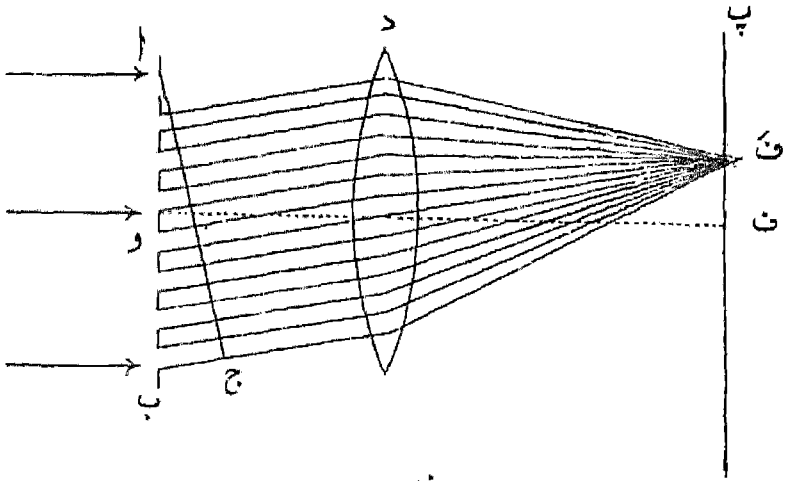
سے چلتا ہے، یعنے م / مَ = ا / (ا + ب)

یا ا / ب = م / (مَ − م) ہے

جس میں م اور مَ صحیح اعداد ہیں۔ پس جہاں کہیں م اور مَ میں یہ رشتہ ہوگا وہاں طیفی خط غیر موجود ہونگے۔

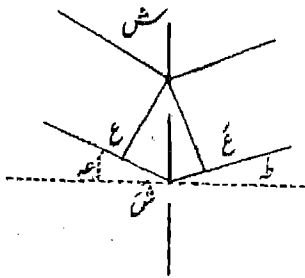
انکساری جالی کے عمل کی آسان تر توجیہ۔ شکل ۵۱ میں

ایک مستوی جھری اب کا خاکہ بنایا گیا ہے۔اس پر متوازی شعاعوں کی پنسل علی القوائم واقع ہوتی ہے ۔ جالی جو در اصل شیشہ کی تختی ہے جس پر الماس کی نوک سے

شکل ۱۵

مساوی فاصلوں پر باریک متوازی خطوط کھینچے ہوئے ہوتے ہیں نور کی موجوں کو منکسر کردیتی ہے ۔ یعنے لکیروں کے بیچ کے شفاف حصّوں سے جو موجیں باہر آتی ہیں وہ مختلف سمتوں میں پھیل جاتی ہیں اور ان کا حاصل مجموعی اثر مختلف سمتوں میں تفاوت راہ کے لحاظ سے ایک دوسری کی تائید کرتا ہے یا ایک دوسری کو تلف کردیتا ہے ۔ جالی اور دیکھنے والے کی آنکھ (یا پردہ پ) کے بیچ میں ایک دُوربین یا عدسہ د رکھا گیا ہے تاکہ منکسر شعاعیں ماسکہ پر جمع ہوجائیں۔جہاں موجیں ایک دوسری کی مدد کرتی ہیں وہاں مبدائے نور کا روشن انکساری خیال پیدا ہوتا ہے اور جہاں موجیں ایک دوسری کو تلف کرتی ہیں وہاں تاریکی ہوتی ہے ۔ شکل ۱۵ میں خیال سمت و فَ میں ماسکہ پر لایا گیا ہے ۔یہ سمت شعاعوں کی ابتدائی سمت کے ساتھ زاویہ ب ا ج بناتی ہے ۔

جالی کے شفّاف حصّوں کی چوڑائی اگر ل مانی جائے اور غیر شفّاف حصّوں یعنے لکیروں کی چوڑائی ب تو یہ فرض کرکے کہ واقع مستوی موج

جالی کے ستوی کے ساتھ زاویہ عہ بناتی ہے اور منکسر موج زاویہ طہ- دیکھو شکل ۵۲-
جالی کے دو قریب ترین متناظر مقاموں (ش، ش) سے آنے والی موجوں میں
تفاوتِ راہ

(ا+ب) جب عہ + (ا+ب) جب طہ = (ا+ب) (جب عہ + جب طہ) ہے

اگر یہ تفاوت ن لہ کے مساوی ہے جس میں ن کوئی ایک صحیح عدد ہے تو اس سمت میں موجیں ایک دوسری کی مدد کرینگی اور یہاں روشنی مشاہدہ ہوگی- اگر اس سمت سے متعلق زاویۂ انکسار کو طہن سے تعبیر کریں تو روشن مقام کے لیے

(ا+ب) (جب عہ + جب طہن) = ن لہ

شکل ۵۲

اگر یہ معلوم ہو جائے کہ جالی کے فی سم کتنے خط کھینچے گئے ہیں (بالفرض ع) تو ا + ب = ۱/ع وقوع اور انکسار کے زاویے عہ اور طہن دریافت کرنے پر طولِ موج لہ کی تعیین ہو جاتی ہے-

مستوی انکساری جالی کے تجربوں کے لیے طیف پیما بہت مفید آلہ ہے- اس کی میز کو متوازی الافق کرکے جالی کو اس پر انتصاباً نصب کرتے ہیں اور زاویۂ وقوع عہ کی پیمایش کے لیے توازی گر کی جھری کو دیے ہوئے نور سے منوّر کرکے دُوربین کو گھماتے ہیں یہاں تک کہ جالی کی سطح پر سے متوازی شعاعیں منعکس ہو کر دُوربین کی صلیبی تاروں پر ماسکہ پر آجاتی ہیں- توازی گر اور دُوربین کے محوروں کا درمیانی زاویہ ۲ عہ ہوگا- اس طرح جالی میں سے خارج ہو کر ن- واں انکساری خط پیدا کرنے والی شعاعوں کا زاویۂ انکسار طہن ناپ لیا جاتا ہے-

انکساری طیوف کے لیے بھی انعطاف سے پیدا ہونے والے طیوف کی طرح اقلّ انحراف کا زاویہ محسوب ہو سکتا ہے- چونکہ ن- ویں طیفی خط کا زاویۂ انحراف

فہ = عہ + طن، زاویہ فہ کی اقل قیمت کے لیے فرفہ = فرعہ + فرطن = ۰

اور چونکہ (ا + ب) (جب عہ + جب طن) = ن لہ لہٰذا ایک معیّنہ طولِ موج لہ اور درجۂ طیف ن کے لیے

جم عہ فرعہ + جم طن فرطن = ۰

∴ جم عہ = جم طن یعنے عہ = طن اس لیے کہ عہ اور طن دونوں فرداً فرداً $\frac{\pi}{2}$ سے کمتر ہیں۔

پس اقلّ زاویۂ انحراف فہ~و~ = ۲ عہ = ۲ طن

∴ ۲ (ا + ب) جب $\frac{1}{2}$ فہ~و~ = ن لہ

اقلّ انحراف کی وضع میں انکساری طیف کی وضاحت بہترین ہوتی ہے۔ اور اس لیے یہ وضع لہ کی قیمت کی تعیین کے لیے بہت سود مند ہے۔

اگر مبدائے نور نقطہ ہے تو انکساری جالی سے پردہ پر اعظمِ تنویر کے جو مقام مشاہدہ ہونگے اور جن کو ہم مبدا کا انکساری خیال تصور کر سکتے ہیں وہ بھی نقطے ہی ہونگے۔ اگر مبدا جالی کی لکیروں کے متوازی ایک جھری ہے تو انکساری خیال بھی جھری کے متوازی خط ہونگے۔ لیکن یہ یاد رکھنا چاہیے کہ ان نقطوں یا خطوں کی چوڑائی بہت ہی کم ہوگی۔ اس لیے کہ اگر پہلی اعظمِ تنویر کی سمت واقع نور کی سمت کے ساتھ زاویہ ط~۱~ بناتی ہے اور ط~۱~ + مف ط~۱~ سمت میں تنویر صفر ہے یعنے اعظمِ تنویر کے بند کی نصف چوڑائی (زاویئی) مف ط~۱~ ہے تو چونکہ ن جھریوں سے آنے والی موجوں کا حاصل ارتعاش صفر ہے اس لیے ارتعاشوں کی ترسیم بند دائرہ ہوگی اور پہلی اور آخری یعنے ن۔ ویں جھریوں سے آنے والے ارتعاشوں میں تفاوتِ ہیئت $\frac{\text{ن} - 1}{\text{ن}}$ (۲ π) جو اگر ن کافی بڑا ہو تو ۲ π ہی ہے پس ط~۱~ + مف ط~۱~ سمت میں دو متصل جھریوں سے آنے والی موجوں کی ہیئتوں میں تفاوت $\frac{2\pi}{\text{ن}}$ اور اس کا تناظر تفاوتِ راہ $\frac{\text{لہ}}{\text{ن}}$ ہے

پس جب ط~۱~ = $\frac{\text{لہ}}{\text{ا + ب}}$ اور جب (ط~۱~ + مف ط~۱~) = $\frac{\text{لہ} + \frac{\text{لہ}}{\text{ن}}}{\text{ا + ب}}$

$$\therefore \frac{\text{جب}(\text{ط}_1 + \text{مف ط})}{\text{جب ط}_1} = 1 + \frac{1}{\text{ن}}$$

چونکہ ن ایک بڑا عدد ہے اس لیے مف ط بہت چھوٹا زاویہ ہے۔ یعنے انکساری جالی میں اعظم تنویر کے بند بہت باریک ہوتے ہیں۔

اگر مبدار کا نور سفید ہو تو انکساری جالی میں نور کے انکسار سے طیوف کے سلسلے نظر آئینگے۔ یہ طیوف مختلف درجوں کے کہلاتے ہیں۔ طیف کا درجہ جیسے بلند تر ہوتا ہے اس کی وسعت بھی بڑھتی ہے لیکن حدت تنویر گھٹتی ہے۔ چونکہ بنفشئی رنگ کے نور کا طول موج سُرخ سے چھوٹا ہے اس لیے طیف میں بنفشئی رنگ مبداء سے قریب ترین سمت میں ہوگا اور سُرخ بعید ترین سمت میں۔

اب ہم یہ بتانا چاہتے ہیں کہ انکساری جالی میں کتنے درجوں کے طیف مشاہدہ ہو سکتے ہیں۔ اگر پہلی اعظم تنویر کی سمت کا زاویہ ط۱ ہے، ا جالی کے شفاف حصّہ کی وسعت اور ب اس کے غیر شفاف حصّہ کی، تو

$$\text{جب ط}_1 = \frac{\text{لہ}}{\text{ا} + \text{ب}}$$

لیکن جس زاویہ کے اندر جملہ طیوف کی روشنی پھیلتی ہے وہ واحد جھری یا جالی کے شفاف حصّہ کی چوڑائی کے تابع ہے اور واحد جھری کی تقریباً ساری روشنی مرکزی بند کے اندر محدود ہوتی ہے۔ اگر اس بند کی زاویئی وسعت کو ۲ ط قرار دیا جائے تو جیسا کہ قبل ازیں واحد جھری کے بیان میں بتایا گیا ہے

$$\text{جب ط} = \frac{\text{لہ}}{\text{ا}}$$

معمل میں عام طور پر طلبہ کی مشق کے لیے جو جالیاں استعمال ہوتی ہیں اُن پر فی انچ کوئی ۱۴۰۰۰ لکیریں کھینچی ہوئی ہوتی ہیں۔ چونکہ ایک انچ = ۲٫۵۴ سمر

$$\text{لہذا} \quad (\text{ا} + \text{ب}) = \frac{۲٫۵۴}{۱۴۰۰۰}$$

اگر لہ کی قیمت ۵×۱۰^{-۵} سمر فرض کی جائے تو

$\frac{۲٫۵۴}{۱۴۰۰۰}$ جب $ط_۱ = ۵ \times ۱۰^{-۵}$ یعنی جب $ط_۱ = \frac{۱۴۰۰۰ \times ۵ \times ۱۰^{-۵}}{۲٫۵۴}$

∴ جب $ط_۱ = ۰٫۲۷۵۶$ اور $ط_۱ = ۱۶^\circ$

جب $ط_۲ = ۰٫۲۷۵۶ \times ۲ = ۰٫۵۵۱۲$ اور $ط_۲ = ۳۳^\circ\ ۳۰'$

جب $ط_۳ = ۰٫۲۷۵۶ \times ۳ = ۰٫۸۲۶۸$ اور $ط_۳ = ۵۵^\circ\ ۴۸'$

پس اگر جالی کی جھریاں اتنی بھی تنگ فرض کی جائیں کہ $ط = ۹۰^\circ$ تو بھی ۳ سے زیادہ درجوں کے طیف مشاہدہ نہیں ہو سکینگے۔ عام طور پر دو درجہ سے زیادہ کے طیف نہیں دکھائی دیتے ہیں۔

انکساری جالی کا انتشار اور تحلیلی طاقت

ہم مناظری آلات کی تحلیلی طاقت پر عام بحث سردست ملتوی رکھ کر انکساری جالی کی تحلیلی طاقت کا مفہوم بیان کرنا چاہتے ہیں۔ ساتھ ہی اس کے انتشار کے لیے ایک جملہ بھی حاصل کر لیا جائیگا۔

چونکہ مستوی جالی میں ن۔ویں درجہ کے طیف یا طیفی خط کے لیے

جب $ط_ن = \frac{ن\ لہ}{ا + ب}$ ہے اس لیے اس جملہ کو تفرق کرنے سے

$$\frac{فرط}{فرلہ} \equiv انتشار = \frac{ن}{(ا + ب)\ جم\ ط_ن}$$

جالی کی تحلیلی طاقت کا مفہوم یہ ہے کہ لہ اور (لہ + فرلہ) طولِ موج کی شعاعیں جب کسی جھری کو منور کرتی ہیں تو جالی اس منور جھری کے دو خیال پیدا کرتی ہے، یہ خیال در اصل دو منور بند یا پٹیاں ہیں جو فرلہ ایک بہت چھوٹی مقدار ہونے کی وجہ سے ایک دوسری کے بہت قریب ہوتی ہیں۔ ان میں امتیاز صرف اسی صورت میں ہو سکتا ہے جبکہ ایک طولِ موج کے نور سے پیدا ہونے والے منور بند کا مرکز (یعنے اعظم شدت کا مقام) دوسرے طولِ موج کے

نور سے پیدا ہونے والے منوّر بند کے کنارے (یعنے صفر حدّت کے مقام) پر واقع ہو۔ ہم نے بتایا ہے کہ جالی کی لکیروں کی تعداد بہت بڑی ہوتی ہے تو یہ پٹیاں بہت باریک ہو جاتی ہیں اور اس لیے لہ اور لہ + فرلہ طولِ موج سے پیدا ہونے والے خیالوں میں امتیاز ہو سکتا ہے۔

چونکہ $\text{فرطہ} = \dfrac{\text{ن فرلہ}}{(\text{ا}+\text{ب})\ \text{جم طن}}$ جس میں ن طیف کا درجہ ہے۔

اگر فرطہ جھری کے دونوں خیال میں سے کسی ایک کے مرکز اور صفر حدّت کے کنارہ کا زاویئی فاصلہ ہے تو جیسا کہ قبل ازیں بتایا گیا ہے

$$(\text{ا}+\text{ب})\ \text{جب}\ (\text{طن} + \text{فرطہ}) = \text{ن لہ} + \frac{\text{لہ}}{\text{نَ}}$$

جس میں نَ = جالی کی لکیروں کی مجموعی تعداد۔ پس اس جملہ کو پھیلانے سے اور یہ یاد رکھ کر کہ جم فرطہ = ا تقریباً

$$(\text{ا}+\text{ب})\ \text{جب طن} + (\text{ا}+\text{ب})\ \text{جم طن فرطہ} = \text{ن لہ} + \frac{\text{لہ}}{\text{نَ}}$$

لیکن چونکہ (ا + ب) جب طن = ن لہ، اس لیے

$$(\text{ا}+\text{ب})\ \text{جم طن فرطہ} = \frac{\text{لہ}}{\text{نَ}} \quad \text{یعنے} \quad \text{فرطہ} = \frac{\text{لہ}}{\text{نَ}\ (\text{ا}+\text{ب})\ \text{جم طن}}$$

لیکن انتشار کے ضابطہ سے $\text{فرطہ} = \dfrac{\text{ن فرلہ}}{(\text{ا}+\text{ب})\ \text{جم طن}}$

$$\text{پس} \quad \frac{\text{لہ}}{\text{نَ}\ (\text{ا}+\text{ب})\ \text{جم طن}} = \frac{\text{ن فرلہ}}{(\text{ا}+\text{ب})\ \text{جم طن}}$$

$$\therefore \quad \frac{\text{فرلہ}}{\text{لہ}} = \frac{1}{\text{ن نَ}} \quad \text{یا} \quad \frac{\text{لہ}}{\text{فرلہ}} = \text{ن نَ}$$

آخر الذکر جملہ کے لیے لارڈ ریلے (Lord Rayleigh) نے انکساری جالی کی تحلیلی طاقت نام تجویز کیا۔ پس یہ تحلیلی طاقت طیف کے درجہ اور جالی کی

لکیروں کی مجموعی تعداد کے حاصل ضرب کے مساوی ہے۔
انکساری جالی سے جو طیف پیدا ہوتے ہیں وہ خالص ہوتے ہیں یا باقاعدہ۔ معہذا یہ طیف طبعی (normal) بھی ہوتے ہیں اس لیے کہ ان میں انتشار نور کا ضابطہ

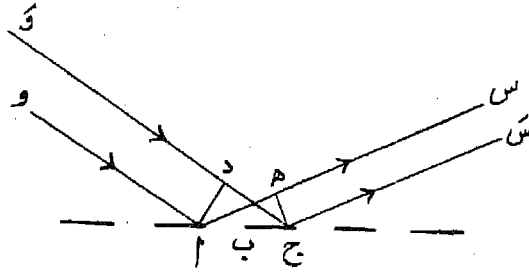
فرطہ / فرلہ = ن / (لہ+ب) جم طہن ہوتا ہے۔

واضح ہو کہ جم طہن کو اگر نظر انداز کر دیا جائے (جو چھوٹے زاویوں کے لیے تقریباً ۱ ہے) تو انتشار محض طیف کے درجہ اور جالی کی لکیروں کی تعداد کے تابع ہے۔ پس طیف کے کسی بھی دو رنگوں کی وسعتوں کی نسبت مستقل ہوتی ہے۔ منشور کے طیوف میں یہ باقاعدگی نہیں ہوتی ہے۔ اس لیے کہ مختلف مادے کے منشوروں سے جو طیف پیدا ہوتے ہیں ان میں دیے ہوئے دو رنگوں کی چوڑائیوں کی نسبت مختلف ہوتی ہے۔ اس مسئلہ پر ہم کسی آیندہ باب میں زیادہ تفصیل سے بحث کرینگے۔

مفقود یا غیر موجود طیوف —— ہم نے اوپر بیان کیا ہے کہ جب جالی کے دو متصل شفاف حصوں میں کے متناظر مقاموں سے آنے والی موجیں سمت طہ میں منکسر ہوتی ہیں تو ان میں تفاوتِ راہ (لہ + ب) جب طہ ہوتا ہے جبکہ زاویۂ وقوع صفر ہوتا ہے۔ اور اگر زاویۂ وقوع عہ ہو تو تفاوت راہ (لہ + ب) (جب عہ + جب طہ) ہوتا ہے۔ اگر یہ تفاوت نصف طول موج کی جفت عددی ضعف یعنی ½ لہ (۲ ن) ہو تو اس سمت میں تنویر اعظم ہوگی۔ لیکن ذرا غور کرنے سے معلوم ہوگا کہ اگر یہ سمت طہ ایسی ہے کہ اس سمت میں جالی کے ہر شفاف حصہ پر جو نصف دَوری منطقے بنتے ہیں ان کی تعداد ایک جفت عدد ہوتی ہے تو اِس سمت میں ہر شفاف حصے سے آنے والی موجوں کا اثر صفر ہوتا ہے اس لیے یہاں حاصل تنویر صفر ہوتی ہے باوجود اس کے کہ

(ا + ب) (جب عہ + جب طہ) = ن لہٰ ایسے طیوف مفقود یا غیر موجود کہلاتے ہیں۔

مستوی انعکاسی جالیوں سے نور کا انکسار

اگر کسی مجلّٰے دھاتی سطح پر متساوی الفصل باریک لکیریں کھینچی جائیں اور اس سطح پر سے نور منعکس ہو تو ایسی صورت میں بھی انکسار واقع ہوتا ہے۔ شکل ۵۳ میں ا ب ج ایک مستوی انعکاسی جالی ہے۔ ا ب اس کا مجلّٰے اور ب ج

شکل ۵۳

غیر مجلّٰے جزو ہے۔ متوازی شعاعوں کی پنسل و ا وَ ب اس پر واقع ہو کر مختلف سمتوں میں منکسر ہوتی ہے۔ ان میں سے ایک سمت ا س بتائی گئی ہے۔ ا سے شعاع وَ ج پر عمود ا د گراؤ اور ج سے شعاع ا س پر ج ھ۔ تب زاویۂ وقوع د ا ب ہے اور زاویۂ انکسار ھ ج ا۔ ان کو علی الترتیب عہ اور طہ سے تعبیر کرو۔ جالی کے تناظر مقام ا اور ج سے منکسر ہونے والی موجوں میں تفاوتِ راہ د ج ـ ا ھ ہے۔ چونکہ جالی کے جزو ا ج کو (ا + ب) سے تعبیر کیا جاتا ہے لہٰذا د ج ـ ا ھ = (ا + ب) (جب عہ ـ جب طہ)۔ اگر یہ تفاوت راہ ن لہ کے مساوی ہو جس میں ن ایک صحیح عدد ہے تو سمت طہ میں

موجیں ایک دوسری کی تائید کرینگی اور اس لیے سمت مذکور میں اعظم تنویر مشاہدہ ہوگی۔
اگر منکسر شعاعوں کی سمت جالی کے عمود کے بائیں جانب فرض کی جائے تو
تفاوتِ راہ د ج + ا ھ ہوگا۔ پس اعظم تنویر کی سمت طہ کے لیے (بصورتِ عامّہ)

(لہ + ب) (جب عہ ± جب طہ) = ن لہ

اور اگر یہ تفاوتِ راہ $\frac{1}{2}$ (۲ ن ± ۱) لہ کے مساوی ہو تو اس سمت میں
تنویر اقل ہوگی۔

موتی اور سیپ کے طیفی رنگ بھی انکسارِ نور سے پیدا ہوتے ہیں۔ ان کی
سطحوں پر انعکاسی جالی کی طرح بہت ہی باریک لکیریں ہوتی ہیں جن کی وجہ سے
سفید نور منکسر ہو کر طیفی رنگوں میں تقسیم ہو جاتا ہے۔ بعض تیتریوں کے پروں
اور عمدہ ریشمی کپڑوں کا رنگ بھی اسی انکسارِ نور کی وجہ سے طیفی اور خوشنما
نظر آتا ہے۔

مقعر انکساری جالی

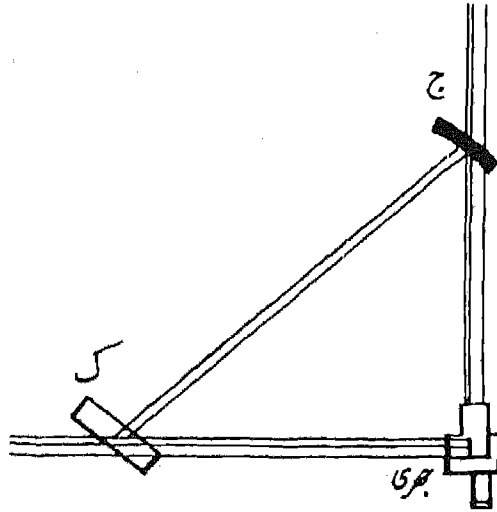
مستوی انکساری جالی
کے طیوف کو ماسکہ پر لانے کے لیے پہلے تو مبداء سے آنے والی شعاعوں کو
متوازی پنسل میں تبدیل کرنا پڑتا ہے اور پھر بعد انکسار مختلف طول موج کی
شعاعوں کو اکھٹا کر کے مختلف ماسکوں پر لانا پڑتا ہے جس کے لیے دو عدسوں
کی ضرورت ہوتی ہے۔ ان عدسوں کی وجہ سے نور کا معتد بہ حصّہ جذب ہو جاتا
ہے۔ رولینڈ (Rowland) نے مقعر جالی کو استعمال کر کے جالی کی
لکیروں سے انکسار پیدا کیا اور اس کی کرویت سے منکسر شعاعوں کو مختلف ماسکوں
پر مرتکز کیا۔ اسی طرح بالائے بنفشئی نور کے طیفی خطوط پر جو عموماً شیشہ کے عدسوں میں
جذب ہو جاتے ہیں کام کرنے میں بڑی سہولت پیدا ہوگئی۔ اور رولینڈ کی
مشین پر تیار کی ہوئی مقعر انکساری جالیاں روئے زمین کے تجربہ خانوں میں
بہ کثرت استعمال ہونے لگیں۔ مقعر جالی کی سب سے بڑی خوبی یہ ہے کہ
جب وہ مشین پر مناسب وضع میں کھڑی کی جاتی ہے تو اس کے طیوف حقیقی معنوں میں

طیفی ہوتے ہیں، یعنے طیفی خطوط کے درمیانی فاصلے اُن کے طولِ موج کے متناسب ہوتے ہیں۔ ایک اور خوبی یہ ہے کہ مقعر جالی کے مختلف رُتبوں (Orders) کے جو طیوف باہمدیگر تقریباً منطبق ہوتے ہیں وہ سب کے سب ماسکہ پر ہوتے ہیں۔ مثلاً طولِ موج ۲۹۵۰ کا ایک ماورائے بنفشئی دوسرے رُتبہ کا طیفی خط جو سوڈیم کے پہلے رتبہ کے طیف کے D خطوط کے قریب پیدا ہوتا ہے ان خطوط کے فوٹوگراف کے ساتھ اس کا بھی فوٹوگراف تیار ہو جاتا ہے۔ جس کی وجہ سے ان خطوط کے طولِ موج کے لحاظ سے اس ماورائے بنفشئی خط کا طولِ موج بھی صحت کے ساتھ ناپ لیا جا سکتا ہے۔

مقعر جالی کی تنصیب — اس کے کئی طریقے ہیں۔ ہم پہلے رولینڈ کا تنصیبی طریقہ بیان کرینگے جیسا کہ آگے چل کر بیان کیا جائیگا جالی کے نظریہ سے مستنبط ہوتا ہے کہ اگر جالی اور منور جھری دونوں ایک ایسے دائرہ کے محیط پر واقع ہوں جس کا قطر جالی کے نصف قطرِ انحناء کے مساوی ہے تو مختلف رتبوں کے جو طیوف پیدا ہوتے ہیں وہ سب کے سب اسی دائرہ کے محیط پر ماسکہ پر آتے ہیں۔ یہ طیوف دائرہ کے اس حصہ پر طبعی وضع میں صورت پذیر ہوتے ہیں جو جالی کے مقامِ تنصیب کے عین قطراً مقابل ہوتا ہے۔ اگر جھری محیطِ دائرہ پر ایک جگہ سے دوسری جگہ ہٹا کر نصب نہیں کی جا سکتی (جیسا کہ آفتاب کے طیف کے تجربوں میں) تو رولینڈ نے مندرجۂ ذیل طریقۂ تنصیب اختیار کیا۔

دو ثابت ریلوں یا شہتیروں پر جو باہمدیگر ٹھیک عمل القوائم ہیں دو صاف راستے ا ب اور ا ج (دیکھو شکل ۵۴) تیار کیے گئے ہیں۔ ان راستوں پر دو پہئے دار سہارے حرکت کرتے ہیں جو ایک آڑی لوہے کی نلی کے سروں کو پکڑے رکھتے ہیں جس کا طول مقعر جالی کے نصف قطر کے مساوی ہوتا ہے۔ ایک سہارے پر فوٹوگرافی کا کیمرہ یا صندوقچہ ک ہوتا ہے اور دوسرے پر جالی ج۔ اور جھری ریلوں کے ملنے کے مقام کے اوپر مستقل طور پر نصب کر دی جاتی ہے۔ فوٹوگرافی کا کیمرہ ک جب جھری سے دور ہٹایا جاتا ہے تو

مقعر جالی ج اس کے قریب تر ہوتی ہے ۔ یہ تینوں یعنے کیمرہ' جالی اور جھری

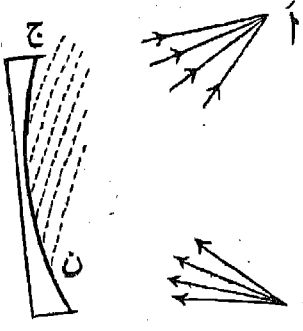
شکل ۵۴

ہمیشہ ایک دائرہ کے محیط پر رہتے ہیں ۔ اور جالی اور کیمرہ دائرہ کے قطر کے مقابل سروں پر ۔ ہر وضع میں مقعر جالی کا مرکزِ انحنا فوٹو گرافی کی تختی کے وسطی مقام سے منطبق رہتا ہے ۔

رولینڈ نے مقعر جالی کو چپٹا رکھ کر بلحاظ اس کے وتر کے نہ بلحاظ مقعر سطح کی قوس کے مساوی فاصلوں پر لکیریں کھینچیں ۔ پیچ کو مساوی زاویوں میں پھیرنے سے جالی کا وتر مساوی فاصلے آگے بڑھتا ہے ۔ اور اس طرح جالی پر الماس کی نوک سے لکیریں کھینچی جاتی ہیں ۔

مقعر جالی کا نظریہ

ہم یہاں رُنگے (Runge) کا طریقہ بیان کرینگے ۔ شکل ۵۵ میں فرض کرو جالی ج کی مقعر سطح پر ن کوئی ایک نقطہ ہے ۔ نقطہ ا کا خیال نقطہ ا پر پیدا ہونے کے لیے ضروری ہے کہ جالی کی سطح پر کے ہر نقطہ ن پر ا سے جو موجیں آتی ہیں

اَ پر ایک ہی ہیئت میں پہنچیں۔ یعنے شرط ان + ن اَ = مستقل پوری ہو یا بالفاظِ دیگر مقعر سطح ا اور اَ ماسکوں والے گردشی ناقص نما کا جزو ہو۔ اب جالی کی سطح کے پاس ایسے ہم ماسکی ناقص نما تیار کرو جن کے مستقل فاصلے ان + ن اَ ہر ایک کے لیے علی الترتیب بقدر $\frac{\text{ل}}{2}$ بڑھتے جائیں۔ (شکل میں جالی کے پاس نقطہ دار لکیریں ان سطحوں کو تعبیر کرتی ہیں)۔ مقعر جالی کی سطح ان ناقص نماؤں سے ایسے منطقوں میں منقطع ہوگی جس کے

شکل ۵۵

ہر رکن سے اَ پر آنے والی نور کی موجیں باعتبارِ ہیئت اس کے متصل رکنوں سے آنے والی موجوں کے عین مخالف ہونگی۔ اگر ان، اَن اور مقعر جالی کا نصف قطرِ انحناء کافی بڑا ہو تو یہ منطقے تقریباً مساوی چوڑائی کے ہونگے اور اس لیے ان سے آنے والی موجوں کا حاصل اثر اَ پر صفر ہوگا۔ پس اگر ہر دوسرے منطقے کو لکیر کھینچ کر بیکار کردیں تو تلافی عمل ناپید ہو جائیگا اور اَ پر تنویر مشاہدہ ہوگی۔ رنگے اس کے بعد ثابت کرتا ہے کہ ایسی صورت میں جالی پر ا سے مفروضہ طولِ موج ل سے ذرا بھی مختلف طولِ موج کا اگر نور واقع ہو تو اَ پر تنویر صفر ہوگی۔

شکل ۵۶ میں فرض کرو کہ مقعر کروی جالی کی سطح کا راس محددوں لا، ما اور ی کے مبداء پر واقع ہے اور سطح خود ما ی مستوی کے ساتھ مماسی ہے۔ اگر کرہ کا نصف قطر ص ہو تو اس سطح کی مساوات

$$\text{لا}^2 + \text{ما}^2 + \text{ی}^2 - 2\,\text{ص}\,\text{لا} = 0$$ ہوگی۔

[اس لیے کہ لا کا محور کروی سطح کے راس اور کرہ کے مرکز میں سے گزرتا ہے۔

اگر مبدار و مانا جائے اور محور لا کرہ کے اُفقی قطر کے دوسرے سرے کو نقطہ وَ میں

شکل ۵۶

قطع کرے تو کروی سطح پر کے کسی اَور نقطہ ن کو و سے ملانے والے خط (ن و) کے طول کا مربع = لا^2 + ما^2 + ی^2 جس میں لا، ما اور ی نقطہ ن کے محدّد ہیں۔ اگر ن سے محور و لا پر گرایا ہوا عمود اس کو نقطہ نَ میں قطع کرے تو چونکہ و ن نَ اور و وَ ن دو متشابہ قائم الزاویہ مثلث ہیں اس لیے
(و ن)^2 = ۲ ص لا]

اب فرض کرو کہ نقطے ا اور اَ لا ما کے مستوی میں واقع ہیں اور ان کے محدّد علی الترتیب رٗ ب اور رٗ بٗ ہیں۔ ہمیں ا ن اور اَ ن کے لیے جملے دریافت کرنے کی ضرورت ہے اس لیے کہ اَ پر کی تنویر ان طولوں کے حاصل جمع پر منحصر ہے۔

(ا ن)^2 = (لا - ر)^2 + (ما - ب)^2 + ی^2 اگر (ر^2 + ب^2) کے عوض ل^2 لکھا جائے

تو (ا ن)^2 = ل^2 - ۲ ر لا - ۲ ب ما + لا^2 + ما^2 + ی^2

لیکن کُرہ کی مساوات سے $۲\text{لا} = \frac{\text{لا}^۲ + \text{ما}^۲ + \text{ی}^۲}{\text{ص}}$

پس $۲\,\text{ر}\,\text{لا} = \frac{\text{ر}(\text{لا}^۲ + \text{ما}^۲ + \text{ی}^۲)}{\text{ص}}$

$$\therefore (\text{ان})^۲ = \text{ل}^۲ - ۲\text{ب}\,\text{ما} + \left(۱ - \frac{\text{ر}}{\text{ص}}\right)\text{ما}^۲ + \left(۱ - \frac{\text{ر}}{\text{ص}}\right)\text{ی}^۲ + \left(۱ - \frac{\text{ر}}{\text{ص}}\right)\text{لا}^۲$$

لیکن مقعر جالی کی مصرحۂ بالا وضع سے ظاہر ہے کہ لا بلحاظ ما اور ی کے دوسرے رتبہ کی مقدار ہے پس رقم $\left(۱ - \frac{\text{ر}}{\text{ص}}\right)\text{لا}^۲$ متروک کر دی جا سکتی ہے اور

$$(\text{ان})^۲ = \text{ل}^۲\left\{۱ - \frac{۲\text{ب}\,\text{ما}}{\text{ل}^۲} + \left(۱ - \frac{\text{ر}}{\text{ص}}\right)\frac{\text{ما}^۲}{\text{ل}^۲} + \left(۱ - \frac{\text{ر}}{\text{ص}}\right)\frac{\text{ی}^۲}{\text{ل}^۲}\right\} \text{ تقریباً}$$

اب بائیں جانب کے جملے کو مسئلہ ثنائی کے ذریعہ پھیلا کر تیسرے رتبہ کی رقموں کو نظر انداز کرنے سے

$$(\text{ان}) = \text{ل}\left\{۱ - \frac{\text{ب}\,\text{ما}}{\text{ل}^۲} + \left(۱ - \frac{\text{ر}}{\text{ص}}\right)\frac{\text{ما}^۲}{۲\text{ل}^۲} + \left(۱ - \frac{\text{ر}}{\text{ص}}\right)\frac{\text{ی}^۲}{۲\text{ل}^۲} + \frac{\frac{۱}{۲}\left(\frac{۱}{۲} - ۱\right)}{۲}\left(\frac{۲\text{ب}\,\text{ما}}{\text{ل}^۲}\right)^۲\right\}$$

$$= \text{ل}\left\{۱ - \frac{\text{ب}\,\text{ما}}{\text{ل}^۲} + \left(۱ - \frac{\text{ر}}{\text{ص}}\right)\frac{\text{ما}^۲}{۲\text{ل}^۲} + \left(۱ - \frac{\text{ر}}{\text{ص}}\right)\frac{\text{ی}^۲}{۲\text{ل}^۲} - \frac{\text{ب}^۲\text{ما}^۲}{۲\text{ل}^۴}\right\}$$

لیکن $\frac{\text{ما}^۲}{۲\text{ل}^۲} - \frac{\text{ب}^۲\text{ما}^۲}{۲\text{ل}^۴} = \frac{\text{ما}^۲}{۲\text{ل}^۲}\left(۱ - \frac{\text{ب}^۲}{\text{ل}^۲}\right) = \frac{\text{ما}^۲}{۲\text{ل}^۲}\left(\frac{\text{ل}^۲ - \text{ب}^۲}{\text{ل}^۲}\right)$

$= \frac{\text{ما}^۲}{۲\text{ل}^۲}\,\frac{\text{ر}^۲}{\text{ل}^۲}$

$$\text{پس } (\text{ان}) = \text{ل}\left\{۱ - \frac{\text{ب}}{\text{ل}^۲}\text{ما} - \frac{\text{ر}}{۲\text{ل}^۲}\left(\frac{\text{ر}}{\text{ل}^۲} - \frac{۱}{\text{ص}}\right)\text{ما}^۲ + \frac{۱}{۲\text{ل}^۲}\left(۱ - \frac{\text{ر}}{\text{ص}}\right)\text{ی}^۲\right\}$$

$$= ۱ - \frac{\text{ب}}{\text{ل}}\text{ما} - \frac{\text{ر}}{۲\text{ل}}\left(\frac{\text{ر}}{\text{ل}^۲} - \frac{۱}{\text{ص}}\right)\text{ما}^۲ + \frac{۱}{۲\text{ل}}\left(۱ - \frac{\text{ر}}{\text{ص}}\right)\text{ی}^۲$$

$$\text{اسی طرح}\ (\text{اَن}) = \text{ا} - \frac{\text{بَ}}{\text{لَ}}\,\text{ما} - \frac{\text{رَ}}{\text{۲لَ}}\left(\frac{\text{رَ}}{\text{لَ}} - \frac{\text{۱}}{\text{ص}}\right)\text{ما}^{2} + \frac{\text{۱}}{\text{۲لَ}}\left(\text{۱} - \frac{\text{رَ}}{\text{ص}}\right)\text{ی}^{2}$$

$$\text{اور ان} + \text{اَن} = \text{ل} + \text{لَ} - \left(\frac{\text{ب}}{\text{ل}} + \frac{\text{بَ}}{\text{لَ}}\right)\text{ما} + \left[\frac{\text{ر}}{\text{۲ل}}\left(\frac{\text{ر}}{\text{ل}} - \frac{\text{۱}}{\text{ص}}\right) + \frac{\text{رَ}}{\text{۲لَ}}\left(\frac{\text{رَ}}{\text{لَ}} - \frac{\text{۱}}{\text{ص}}\right)\right]\text{ما}^{2}$$

$$+\left[\frac{\text{۱}}{\text{۲ل}}\left(\text{۱} - \frac{\text{ر}}{\text{ص}}\right) + \frac{\text{۱}}{\text{۲لَ}}\left(\text{۱} - \frac{\text{رَ}}{\text{ص}}\right)\right]\text{ی}^{2}$$

چونکہ مقعر جالی کا انتصابی سہوہ کافی چھوٹا ہوتا ہے اس لیے ہم ی² والی رقوں کو نظر انداز کر دے سکتے ہیں۔ جالی پر لکیریں ی کی سمت کے متوازی کھینچی جاتی ہیں اور ان کا طول جالی کے نصف قطرِ انحنار کے مقابلہ میں $\frac{1}{50}$ سے کبھی زیادہ نہیں ہوتا ہے۔

اگر ا اور اَ کی وضعیں اس طرح ترتیب دی جائیں کہ

$$\frac{\text{ر}}{\text{۲ل}}\left(\frac{\text{ر}}{\text{ل}} - \frac{\text{۱}}{\text{ص}}\right) + \frac{\text{رَ}}{\text{۲لَ}}\left(\frac{\text{رَ}}{\text{لَ}} - \frac{\text{۱}}{\text{ص}}\right) = 0$$

تو ما² والی رقم بھی خارج ہو جاتی ہے۔ اس شرط کی تکمیل کے لیے ضرور ہے کہ ل = ر ص اور لَ = رَ ص ہو یعنے ا اور اَ ایک دائرہ کے محیط پر ہوں جس کا مرکز لا کے محور پر مبدار سے بقدر فاصلہ $\frac{\text{ص}}{2}$ ہو۔

رولینڈ کے طریقۂ تنصیب میں (جس کا اوپر ذکر آ چکا ہے) اس شرط کی تکمیل ہو جاتی ہے۔ ایسی صورت میں مساوات گھٹ کر

$$\text{ان} + \text{اَن} = \text{ل} + \text{لَ} - \left(\frac{\text{ب}}{\text{ل}} + \frac{\text{بَ}}{\text{لَ}}\right)\text{ما}\ \text{ہو جاتی ہے۔}$$

شرائط مصرحہ کے لحاظ سے ل اور لَ جالی کی سطح پر نقطہ ن کے مقام کے غیر تابع ہیں پس اَ پر کی تنویر کی تعیین کے لیے محض رقم $\left(\frac{\text{ب}}{\text{ل}} + \frac{\text{بَ}}{\text{لَ}}\right)$ پر غور کرنے کی ضرورت ہے۔ اگر جالی کے ن۔ویں اور (ن + ۱)۔ویں خط کے ماوالے محدّدوں کا درمیانی فاصلہ (جو کہ درحقیقت دو متصل کے منطقوں کا درمیانی فاصلہ ہے) ط فرض کیا جائے تو نقطہ اَ پر تنویر

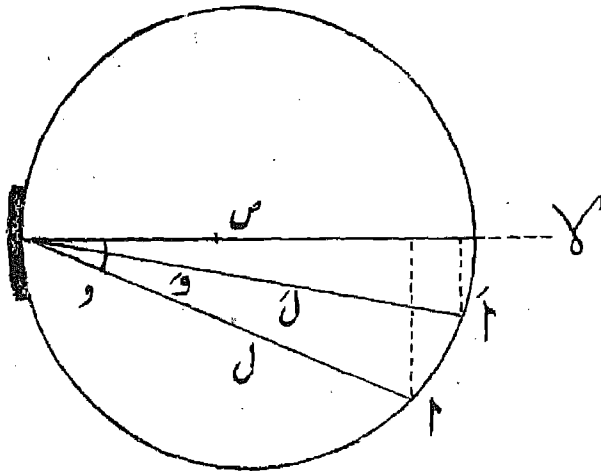
محسوس ہوگی جبکہ ان دو متصل کے منطقوں سے اُس تک آنے والی موجوں میں تفاوتِ راہ طولِ موج کی ایک صحیح ضعف ہے۔ یعنے جبکہ

(ب/ل + بَ/لَ) (ا + ط) - (ب/ل + بَ/لَ) ا = م لہ

جس میں م ایک صحیح عدد ہے۔ یعنے جبکہ ط (ب/ل + بَ/لَ) = م لہ
اِس کے یہ معنی ہوئے کہ جالی کے وتر پر لکیریں مساوی فاصلہ سے کھینچی جانی چاہیئیں۔

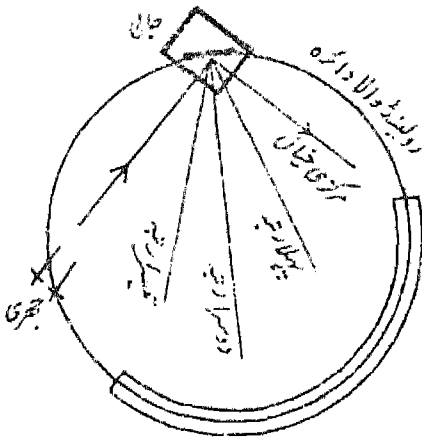
شکل ۷۵ میں فرض کرو ا جھری ہے اور اَ متعلقہ طیفی خط۔ چونکہ

ط (ب/ل + بَ/لَ) = ط (جب و + جب وَ) = م لہ

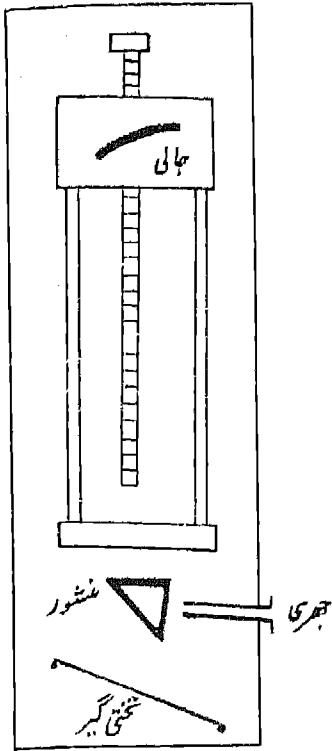
شکل ۷۵

اس لیے زاویہ و کو مستقل رکھ کر تفرق کرنے سے ط جم وَ فر وَ = م فر لہ
لیکن ص فر وَ = جزو قوس (فر س)
∴ ط (جم وَ / ص) فر س = م فر لہ

یعنے $\frac{\text{فرس}}{\text{فرلہ}} = \frac{\text{م ص}}{\text{طجم و}}$

$\frac{\text{فرس}}{\text{فرلہ}}$ طیف کا پیمانہ ہے یعنے دو طیفی خطوط جن کے طولِ موج اکائی کا فرق رکھتے ہیں ان کا درمیانی فاصلہ ہے۔ یہ پیمانہ اُس وقت اقل ہوتا ہے جبکہ زاویہ و = ۰ یعنے جبکہ ا جالی کے عمود پر واقع ہوتا ہے۔ ا جب اس عمود کے قریب ہوتا ہے تو پیمانہ بہت آہستہ تبدیل ہوتا ہے۔ بالفاظ دیگر یہاں طیف طبیعی ہوتا ہے۔

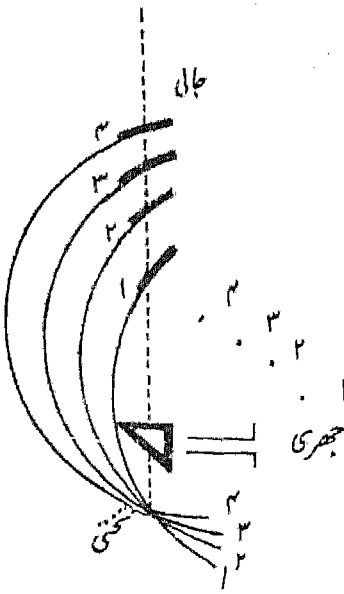
پیشن (Paschen) کا تنصیبی طریقہ۔ ہمہ قسم کے طیف نمائی تجربوں کے لیے مقعر جالی کی سب سے بہتر تنصیب پیشن (Paschen) کی مجوزہ ہے۔ اس میں انتہائی صلابت کے ساتھ ایک بڑی خوبی یہ ہے کہ اس کے ذریعہ وقت واحد میں اگر ضرورت ہو تو تمام رتبوں کے طیوف حاصل کیے جا سکتے ہیں۔ رولینڈ والے دائرہ کے ایک نصف حصہ پر سمنٹ سے ایک فولادی راستہ نصب کیا جاتا ہے۔ ملاحظہ ہو شکل ۵۵۔ اور فوٹوگرافی کی تختیاں اس راستہ پر جما دی جا سکتی ہیں۔ جالی دائرہ کے ایک دوسرے مقام پر علحدہ مستقلاً نصب کی جاتی ہے اور جھری دائرہ کے دوسرے بازو میں مرجح طریقہ پر طیف پیما کے کمرہ کی ایک دیوار میں سوراخ کر کے علحدہ نصب کی جاتی ہے۔ مبدا کے نور بازو والے کمرہ میں ترتیب دیا جا سکتا ہے۔

شکل ۵۵

لطیف پیما والے کمرہ کی دیواریں سیاہ رنگی جاتی ہیں۔ اور کمرہ کی تپش مستقل رکھی جاتی ہے۔

ا ایگل (Eagle) کا تنصیبی طریقہ۔ شکل ۵۹ میں اس کے اہم اجزاء کی سرسری توضیح کی گئی ہے۔ تختی گیر جس میں فوٹوگرافی کی تختی رکھی جاتی ہے "نور بند" لمبے صندوق کے ایک سرے کے پاس استادہ کیا جاتا ہے۔ یہ ایک انتصابی محور کے گرد گھمایا جا سکتا ہے جس کی وجہ سے جالی کی مختلف وضعوں میں طیف کا فوٹو تختی پر بنتا ہے۔ جھری کی نلی صندوق کے ایک پہلو میں تختی گیر کے سامنے ایسے فاصلہ پر واقع ہوتی ہے کہ انعکاس کلی پیدا کرنے والے منشور میں جھری کا مجازی خیال فوٹوگرافی کی تختی کے مرکز کے عین نیچے کے ایک نقطہ سے منطبق ہوتا ہے۔ جھری سے نکل کر نور کا منشور میں کلی انعکاس ہوتا ہے اور اس طرح نور کی شعاعیں صندوق کے دوسرے سرے کے قریب پہنچ کر جہاں مقعر جالی استادہ کی ہوئی ہے جالی سے منعکس ہوتی ہیں۔ جالی انتصابی محور کے گرد گھمائی جا سکتی ہے اور لمبے پیچ کی مدد سے جھری کے قریب یا اس سے دور لائی جا سکتی ہے۔

شکل ۵۹

شکل ۶۰ میں جو دائرے کھینچے گئے ہیں رولینڈ والے دائرہ کی مختلف وضعیں ہیں جبکہ جالی کو آگے یا پیچھے ہٹانے اور محور پر گھمانے سے ان دائروں کا مرکز نشانات ۱، ۲، ۳، وغیرہ پر منتقل ہوتا ہے۔ جالی کی مختلف وضعیں بھی

اس دائرہ کی مختلف وضعوں میں ان ہی نشانات کے ذریعہ سے ظاہر کی گئی ہیں ۔ جھری جالی اور فوٹو گرافی کی تختی ہر صورت میں (رولینڈ والے دائرہ ہی پر واقع ہونی چاہیے۔

ایگل والی تنصیب میں طیفی خطوط کی عدم ماسکیت (Astigmatism) جو طیف کے رتبہ کے ساتھ بڑھتی جاتی ہے رولینڈ والی تنصیب کے مقابلہ میں بہت کم ہوتی ہیں اور اس لیے طیوف کی حدّتِ تنویر بھی نسبتۂ زیادہ ہوتی ہے۔ اس کے علاوہ ایگل والے طریقہ میں زیادہ رتبہ کے اور نیز عمود کے دونوں جانب کے طیوف پر کام کیا جا سکتا ہے۔ جو رولینڈ کی تنصیب میں نہیں ہو سکتا۔

شکل ۶۰

دائری سہوہ سے نور کا انکسار

اب ہم احصار کے ذریعہ اس مسئلہ کو حل کرینگے اور ایک جملہ حاصل کرینگے جو مناظری آلات کی تحلیلی طاقت (Resolving power) کے محسوب کرنے میں بہت استعمال ہوتا ہے ۔

شکل ۶۱ میں ھ دائرہ کا مرکز ہے اور ص اس کا نصف قطر۔ ھ ع دائرہ کا مرکزی عمود ہے اور ا ب اس کا ایک قطر۔ ہم دریافت کرنا چاہتے ہیں کہ سمت طہ میں جب متوازی شعاعوں کی پنسل منکسر ہو کر ماسکہ م پر آتی ہے تو وہاں نور کی کیا حدّت ہوتی ہے ۔

فرض کرو کہ نقطہ ا کے پاس کے ایک جزو رقبۂ سہوہ صہ فرفہ فرصہ سے آنے والی نور کی موجوں کی وجہ سے ماسکہ م پر نقلِ مکان کی تعبیر

جب ۲ π $\frac{\text{و}}{\text{و}}$ صہ فرفہ فرصہ سے ہوتی ہے۔ اور ھ ف = صہ اور

شکل ۶۱

زاویہ ا ھ ف = فہ سہوہ کے کسی نقطہ ف کے محدّد ہیں۔ شکل کے معائنہ سے واضح ہوگا کہ ا سے آنے والی اور ج سے آنے والی شعاعوں میں تفاوتِ راہ ا ج جب طہ ہے۔

ف سے جو شعاع سمت طہ میں منکسر ہونے والی پنسل کے متوازی آتی ہے اس کا تفاوتِ راہ بھی بلحاظ ا سے آنے والی شعاع کے ا ج جب طہ ہے اس لیے کہ ج نقطہ ف سے قطر ا ب پر گرائے ہوئے عمود کا پائین ہے۔ پس ف سے آنے والی موج کی وجہ سے ماسکہ م پر نقلِ مکان

جب ۲ π ($\frac{\text{و}}{\text{و}}$ - $\frac{\text{ا ج جب طہ}}{\text{لہ}}$) صہ فرفہ فرصہ ہوگا۔

جس میں صہ فرفہ فرصہ نقطہ ف کے پاس کا جزو رقبۂ سہوہ ہے۔

چونکہ ا ج = ص - صہ جم فہ اس لیے پورے سہوہ سے پیدا ہونے والا نقلِ مکان

$=\iint$ صہ جب ۲ π ($\frac{\text{و}}{\text{و}}$ - $\frac{\text{ص جب طہ}}{\text{لہ}}$ + $\frac{\text{صہ جم فہ جب طہ}}{\text{لہ}}$) فرفہ فرصہ

اس جملہ کو پھیلانے سے نقلِ مکان

ل = ∫ ^۲π ∫ ^ص صہ جب ۲π (و/و − ص جب طہ/لہ) جم ۲π صہ جم فہ جب طہ/لہ فرفہ فرصہ

+ ∫ ^۲π ∫ ^ص صہ جم ۲π (و/و − ص جب طہ/لہ) جب ۲π صہ جم فہ جب طہ/لہ فرفہ فرصہ

اب فرض کرو کہ عہ = ۲π (و/و − ص جب طہ/لہ)،

ا = ∫ ^۲π ∫ ^ص جم ۲π صہ جم فہ جب طہ/لہ فرفہ فرصہ اور

ب = ∫ ^۲π ∫ ^ص جب ۲π صہ جم فہ جب طہ/لہ فرفہ فرصہ

پس ل = ا جب عہ + ب جم عہ

اگر ب/ا = مس بہ اور ج = √(ا^۲ + ب^۲) تو واضح ہے کہ

ل = ا جب عہ √(ا^۲ + ب^۲)/ج + ب جم عہ √(ا^۲ + ب^۲)/ج

جم بہ = ا/ج اور جب بہ = ب/ج

پس ل = (جم بہ جب عہ + جب بہ جم عہ) √(ا^۲ + ب^۲)

یعنی ل = ج جب (عہ + بہ) اور ما سکہ م پر حدتِ تنویر

حہ = ج^۲ = ا^۲ + ب^۲

پس حہ = (∫ ^۲π ∫ ^ص جم ۲π صہ جم فہ جب طہ/لہ فرفہ فرصہ)^۲

+ (∫ ^۲π ∫ ^ص جب ۲π صہ جم فہ جب طہ/لہ فرفہ فرصہ)^۲

حدّت کے اس جملہ میں دوسری رقم کا تکمل صفر ہے اس لیے کہ اس کے اجزاء جو سہوہ کے کسی قطر پہ بھی مرکزہ کے باہم دیگر مخالف سمتوں اور

مساوی فاصلوں سے متعلق ہیں ایک دوسرے کے مساوی اور مخالف علامت رکھتے ہیں۔ پس ماسکہ پر حدت

$$\text{حہ} = \left(\int^{۲\pi}\int^{\text{ص}} \text{صہ جم } ۲\pi \frac{\text{صہ جم فہ جب طہ}}{\text{لہ}} \text{ فرفہ فرصہ}\right)^{۲}$$

اس جملہ کو ہم بلحاظ صہ بالحصص اور بلحاظ فہ فی السلسلہ تکمیل کر سکتے ہیں اور بالآخر

$$\text{حہ} = \left(\pi\,\text{ص}^{۲}\right)^{۲}\left\{۱ - \frac{۱}{۲}\left(\frac{\text{م}}{۱}\right)^{۲} + \frac{۱}{۳}\left(\frac{\text{م}^{۲}}{۲}\right)^{۲} - \frac{۱}{۴}\left(\frac{\text{م}^{۳}}{۳\times۲}\right)^{۲} + \frac{۱}{۵}\left(\frac{\text{م}^{۴}}{۴\times۳\times۲}\right)^{۲} - \ldots\right\}^{۲}$$

جس میں م کی تعریف $۲\text{م} = \frac{۲\pi\,\text{ص}}{\text{لہ}}$ جب طہ سے ہوتی ہے۔

یہ نتیجہ ایری (Airy) نے ۱۸۳۴ء میں دریافت کیا تھا۔ سلسلۂ بالا م کی تمام قیمتوں کے لیے مستدق ہے اور علی التواتر م کی قیمت کے اضافہ کے ساتھ مثبت اور منفی ہوتا ہے۔ پس م اور اس لیے طہ کی بعض قیمتوں کے لیے ماسکہ پر حدتِ تنویر صفر ہوتی ہے۔ اس لیے وہاں ہم مرکز منور اور تاریک حلقوں کا سلسلہ پایا جاتا ہے۔ کسی منور یا تاریک حلقہ سے متعلق زاویہ فہ کی تعیین کے لیے سلسلہ مندرجۂ بالا میں متناظر م کی قیمت معلوم کر کے اس کو $\frac{\pi\,\text{ص جب طہ}}{\text{لہ}}$ کے مساوی لکھنا چاہیے۔ اس طرح جب $\text{طہ} = \frac{\text{م لہ}}{\pi\,\text{ص}}$ اور اس کے ذریعہ طہ کی قیمت معلوم ہو جائیگی۔ مساوات آخرالذکر سے ظاہر ہے کہ کسی حلقہ سے متعلق زاویہ طہ براہِ راست طولِ موج لہ کے اور بالعکس سہوہ کے نصف قطر ص کے متناسب ہے۔ سہوہ جوں جوں بڑا ہوتا ہے مرکزی انکساری دائرہ یا داغ اور اس کے ہم مرکز انکساری حلقوں کے قطر چھوٹے ہوتے جاتے ہیں۔ اسی وجہ سے ثابت ستاروں کے خیال بڑے سہوہ کی دوربینوں میں بہ نسبت کمتر سہوہ کی دوربینوں کے چھوٹے نظر آتے ہیں۔

ذیل میں $\frac{\text{م}}{\pi}$ کی قیمتیں پہلی تین اعظم و اقل حدتوں سے متعلق آر۔ ڈبلیو۔ وُڈ (R. W. Wood) کی کتاب فزیکل آپٹکس سے

نقل کی جاتی ہیں :—

اعظم	م/π	حدت	اقلّ	م/π	حدّت
پہلا	۰	۱	پہلا	۰٫۶۱	۰
دوسرا	۰٫۸۱	۰٫۰۱۷۴	دوسرا	۱٫۱۱۶	۰
تیسرا	۰٫۳۳۳	۰٫۰۰۴۱	تیسرا	۱٫۶۱۹	۰

دُور بین کی تحلیلی طاقت - جس قدر قریب کے دو مبدائے نور دُور بین میں علیحدہ علیحدہ نظر آتے ہیں اس کی تحلیلی طاقت اُسی قدر بڑی تصور کی جاتی ہے ۔ فضاء میں بہت سے ثابت ستارے دوہرے ہیں۔ یعنے تجاذبی قوت کے زیرِ اثر دو دو (یا بعض صورتوں میں ان سے زیادہ تعداد کے) ستاروں کے مستقل نظام ہوتے ہیں ۔ چونکہ ہمارے نظامِ شمسی سے نہایت دُور واقع ہیں اس لیے اکثر خالی آنکھ یا چھوٹی دُور بینوں میں ایک ہی ستارہ کی شکل میں نظر آتے ہیں۔ ایسے دوئیلے نظام کے ستاروں کو علیحدہ علیحدہ دیکھنے کے لیے ضرور ہے کہ ایک ستارے کے انکسارِ نور کا مرکزی منور دائرہ دوسرے ستارے کے انکسارِ نور کے پہلے اقلّ یعنے تاریک حلقہ پر یا اس سے بعید واقع ہو ۔ اگر دور بین کا سہوہ س (یا نصف قطر ص = س/۲) ہو تو جیسا کہ جدول میں بتایا گیا ہے پہلے اقلّ حلقہ سے متعلق طہ کا ضابطہ

$$\text{جب طہ} = ۰٫۶۱ \frac{\text{ل}}{\text{ص}} = ۱٫۲۲ \frac{\text{ل}}{\text{س}} \text{ ہے ۔}$$

دو ستاروں کا درمیانی زاویہ مصرحۂ بالا طہ سے زائد ہونا چاہیے تاکہ وہ ایک دوسرے سے جُدا نظر آئیں ۔ چونکہ طہ ایک بہت ہی چھوٹا زاویہ ہوتا ہے اس لیے بجائے جب طہ کے خود طہ ہی لکھ سکتے ہیں۔

اور تحلیل کے لیے ضرور ہے کہ ط > ۱۶۱ء۰ لم/ص ۔

ہماری آنکھوں کے لیے سب سے آرام دہ رنگ سبز ہے۔ تھیلیم (Thallium) کے سبز طیفی خط کا طول موج ۵۳۵۰ء۷۷ انگسٹروم ہے۔ پارے کا ایک سبز طیفی خط کا طول موج ۵۴۶۰ء۷۷ ہے اور ہائیڈروجن کے H_β سبزی مائل نیلے طیفی خط کا طول موج ۴۸۶۱ ہے۔ پس اگر سہولت کی خاطر تحلیلی طاقت والے جملے میں لم کو ۵۰۰۰ انگسٹروم یا ۰۰۰۵ء۰ ملی میٹر مانیں اور زاویہ ط کو سکنڈوں یعنے ثانیوں میں محسوب کریں تو دو قریب کے ستاروں کی تحلیل کے لیے

$$ط = \frac{ث \times ۳٫۱۴}{۶۰ \times ۶۰ \times ۱۸۰} > \frac{۰٫۰۰۰۵ \times ۰٫۶۱}{ص}$$

جس میں ث ستاروں کے درمیانی زاویہ کی قیمت ثانیوں میں ہے۔ اور ص دُور بین کے دہانہ والے عدسہ کے سہوہ کا نصف قطر ملی میٹروں میں۔

پس تحلیل کے لیے　ث > ۶۲٫۹/ص

موونٹ وِلسن (Mount Wilson) کی مشہور رصدگاہ کی سب سے بڑی دوربین کا سہوہ ایک سو انچ یعنے ص = ۵۰ انچ یا ۱۲۷۰ ملی میٹر ہے۔ پس یہ دُوربین ۶۲٫۹/۱۲۷۰ یعنے ۰٫۰۴۹۵ ثانیہ تک کے قریب کے دو ستاروں کو بھی تحلیل کر سکتی ہے۔

بابینے (Babinet) کا اصول - فرض کرو کہ ایک منوّر سہوہ کے سامنے ایک غیر شفاف پرت رکھی جاتی ہے جس میں جابجا ایک ہی ناپ کے چھوٹے چھوٹے گول سوراخ کر دیے گئے ہیں۔ اگر اس پرت کے

سامنے کسی پردہ پر ان سوراخوں کے انکسارِ نور سے پیدا ہونے والی شکلوں پر غور کیا جائے تو پردہ کے کسی نقطہ ن پر جہاں متوازی انکساری شعاعیں ان سوراخوں سے سمت طہ میں اکٹھا ہوتی ہیں تنویر دو تکملوں کے مربعوں کے حاصل جمع کے مساوی ہے جو ان سوراخوں کے رقبوں کے گرد لیے جاتے ہیں یعنے جن میں ان سوراخوں کے پورے رقبوں کا اثر محسوب ہے۔ ہم اس تنویر کو $ا_1^2 + ب_1^2$ سے تعبیر کرینگے۔ اگر پرت کے سوراخ بند کر دیے جائیں اور ان کا درمیانی غیر شفاف حصہ شفاف کردیا جائے۔ گویا پہلی پرت کی متتمم (Complementary) پرت استعمال کی جائے تو اسی نقطہ ن پر تنویر کی تعبیر اب $ا_2^2 + ب_2^2$ سے ہوگی۔

واضح ہے کہ پردہ اگر سوراخوں سے بالکلیہ معرا ہوتا تو نقطہ ن پر تنویر صفر ہوتی بشرطیکہ ن نور کے ناصیۂ موج کے ماسکہ پر واقع نہ ہو۔ پس اس سے یہ نتیجہ برآمد ہوتا ہے کہ پہلی نوع کی پرت کی وجہ سے پردہ پر جو حاصل تنویر پیدا ہوتی ہے وہ دوسری نوع کی پرت والی حاصل تنویر کو کالعدم کردیتی ہے۔ یعنے

$$(ا_1 + ا_2)^2 + (ب_1 + ب_2)^2 = 0$$

اس کے لیے ضرور ہے کہ $ا_1 = -ا_2$ اور $ب_1 = -ب_2$

پس پرت خواہ نوع اول کی ہو یا نوع دوم کی ہر صورت میں پردہ پر تنویر ایک ہی ہوتی ہے۔ یعنے انکسارِ نور کی شکلیں ایک ہوتی ہیں فرق صرف یہ ہوتا ہے کہ پرتوں کے بدلنے سے تنویر کی حاصل ہیئت ۱۸۰° میں تبدیل ہو جاتی ہے۔

اکلیل یا کوروسنے[۵]۔ چاند سورج اور تیز روشنی والے چراغوں کے گرد بعض اوقات جو رنگین دائرے نظر آتے ہیں اور انگریزی میں (Coronæ) کہلاتے ہیں اسی انکسارِ نور ہی سے پیدا ہوتے ہیں۔ ہم ان کے لیے اکلیل نام تجویز کرتے ہیں۔ ان کو ہالہ (Halo) نہیں کہہ سکتے اس لیے کہ ہالے چاند سورج کے گرد مدھم سفید رنگ کے وسیع حلقے ہیں۔ ان کا نصف قطر تقریباً $۲۲\frac{۱}{۲}°$ ہوتا ہے اور ان کا باعث برف کی مہین قلموں کا

۵۔ Coronæ

انتشارِ نور ہے۔ کبھی کبھی یہ حلقے رنگین بھی ہوتے ہیں۔ لیکن ان حلقوں کا بیرونی حاشیہ سُرخ ہوتا ہے اور اندرونی سبز۔ اس کے برعکس اکلیل روشن دائروں پر مشتمل ہوتے ہیں۔ ان کا اندرونی دائرہ سبز یا بعض اوقات زردی مائل ہوتا ہے اور بیرونی حلقہ سُرخ۔ اکلیل پانی کے چھوٹے قطروں کے انکسارِ نور کی وجہ سے نظر آتے ہیں جو ابر یا کُہر کی نسبتہً پتلی چادروں میں معلق رہتے ہیں قطرے جتنے چھوٹے ہونگے اکلیل کا قطر بڑا ہوگا۔ ریشہ نما (Cirrus) ابروں سے چاند کے گرد جو اکلیل پیدا ہوتے ہیں ان کے سب سے اندرونی دائرہ کا رنگ عموماً زردی مائل سفید ہوتا ہے ان کے بیرونی سُرخ حلقہ کا قطر ۳ اور ۴ درجوں کے مابین پایا جاتا ہے۔ ریشہ نما ابر اس ملک میں بارہ کلومیٹر بلندی پر واقع ہوتے ہیں۔ طبق نما (Stratus) ابر ان سے بہت کمتر بلندیوں پر صورت پذیر ہوتے ہیں اور ان سے جو اکلیل بنتے ہیں ان کے بیرونی سُرخ حلقوں کا قطر ۷ اور ۸ درجوں کے درمیان ہوتا ہے۔

کبھی بغیر نمایاں ابر یا کُہر کے بھی چاند اور مصنوعی مبدائے نور کے گرد رنگین اکلیل دکھائی دیتے ہیں۔ اُس وقت عموماً ہوا سرد اور مرطوب پائی جاتی ہے۔ ان کی پیدائش بھی قطراتِ آب کے انکسارِ نور پر منحصر ہے۔ اگر سردیوں کے موسم میں ایک شیشہ کی تختی کو جو رنگین نہ ہو مُنہ کے سامنے رکھ کر سانس باہر پھونکا جائے تو سانس کے ساتھ مرطوب ہوا خارج ہو کر سرد شیشہ پر بہت ہی چھوٹے پانی کے قطروں کی ایک پتلی "جھلّی" جمادیگی۔ اب اگر اس تختی کو کسی مبدائے نور کے سامنے رکھ کر دیکھیں تو بہت ہی خوبصورت اکلیل دکھائی دینگے تختی پر کے قطراتِ آب عملِ تبخیر کی وجہ سے بہت جلد چھوٹے ہوتے جائینگے اور اس کے ساتھ اکلیل کے دائروں کے قطر اور ان کے رنگ بھی تبدیل ہوتے جائینگے۔

طبیعی یا مصنوعی ذرائع سے جو اکلیل نظر آتے ہیں اُن میں بعض اوقات دوسرے اور تیسرے رُتبہ (Order) کے طیف بھی پائے جاتے ہیں۔ ایک رُتبہ کے آخری طیفی حلقے اور اس کے بعد کے رُتبہ کے پہلے حلقے کے بیچ میں اکثر ایک سیاہ حلقہ بھی دکھائی دیتا ہے۔

اکلیل خواہ وہ مرئی ابر کی وجہ سے پیدا ہوں یا غیر مرئی قطرات آب کی وجہ سے ہوا کی مرطوبیت اور تپش کے ساتھ فوراً تبدیل ہوتے ہیں۔ مؤلف کتاب نے ان کو ہوا کی جویاتی (Meteorological) کیفیت کی تبدیلی کے ساتھ اپنی آنکھوں کے سامنے بنتے تبدیل ہوتے اور مٹتے ہوئے، دیکھا ہے۔ ان کے مشاہدہ سے بہت مفید معلومات فراہم ہو سکتے ہیں۔

نور کا چھوٹے ذرّات کے اثر سے بکھرنا اور آسمان کے نیلے رنگ کی توجیہ

نور کا چھوٹے ذرّات کے اثر سے بکھرنا اور آسمان کے نیلے رنگ کی توجیہ۔ دھوئیں کے نیلے رنگ سے ہر کوئی واقف ہے۔ اس کے مہین ٹھوس ذرّات آفتاب کی روشنی کو بکھیر کر منتشر کر دیتے ہیں۔ سب سے کم طول موج کا نور سب سے زیادہ بکھرتا ہے۔ ٹنڈال (Tyndall) نے ایک شیشے کی نلی میں نائیٹرائٹ آف بیوٹل (Nitrite of butyl) کے بخار اور ہیڈرو کلورک گیس کو پست دباؤ کے تحت ملنے دیا۔ اس ملاپ سے مہین ذرّات ابر کی صورت میں رونما ہوئے۔ ان ذرّات کو ایک قوسی لیمپ کی تیز روشنی سے منوّر کر کے نلی کے بازوؤں سے نور پر ذرّات کا اثر مشاہدہ کیا تو معلوم ہوا کہ مرورِ وقت کے ساتھ بتدریج اِن ذرّات کی جسامت میں اضافہ ہوتا گیا اور جب یہ ایک معیّن جسامت اختیار کر چکے تو ان کے اثر سے قوسی لیمپ کا نور بکھر کر منتشر ہو گیا اور نلی کے بازوؤں سے آسمانی نیلا رنگ نہایت خوبی کے ساتھ دکھائی دینے لگا۔

آفتاب کو طلوع یا غروب کے وقت دیکھتے ہیں تو ہمیں اس کا رنگ سرخ دکھائی دیتا ہے۔ اس کی وجہ یہ ہے کہ ان اوقات میں آفتاب کی شعاعیں ہوا میں سے زیادہ لمبا رستہ طے کر کے آتی ہیں اور اس لیے اس کے نور کے نیلے رنگ کے اجزا بازوؤں میں بکھر جاتے ہیں باقی ماندہ اجزا جو زیادہ تر سُرخ رنگ پر مشتمل ہوتے ہیں ہم تک پہنچتے ہیں تو ہمیں آفتاب سُرخ رنگ کا دکھائی دیتا ہے۔ کم طول موج کی یعنی نیلے رنگ کی شعاعیں آفتاب سے آ کر زمین کے کرۂ ہوائی میں بکھر جاتی ہیں اور ان کی وجہ سے ہمیں نیلے رنگ کا آسمان دکھائی دیتا ہے۔

متوفی لارڈ ریلے (Rayleigh) نے بتایا کہ اس نیلے رنگ کے آسمان

کے لیے ہوا میں بیرونی ذرّات کا موجود ہونا ضروری نہیں ہے۔ بلند سے بلند پہاڑ کی چوٹی پر سے بھی اگر دیکھا جائے تو آسمان نیلگوں نظر آئیگا۔ موسکو سے جنوری ۱۹۳۴ء میں یو۔ یس۔ یس۔ آر۔ اسٹریٹوسفیر (U. S. S. R. Stratosphere) نامی غبارہ میں جن لوگوں نے سفر کیا ہے ان کے مشاہدات سے ظاہر ہوتا ہے کہ تقریباً ۵ ¼ میل کی بلندی پر سے آسمان نیلا دکھائی دیتا ہے۔ ۸ میل بلندی پر گہرا بنفشئی ۱۲ میل بلندی پر سیاہ بنفشئی اور ۱۲ ½ میل سے زائد بلندی پر سیاہ بھورا۔ ان ان بلندیوں پر خود ہوا کے سالمات ذرات کی طرح نور کو بکھیر دیتے ہیں۔

اگر ایسی بلندی پر سے مشاہدہ ممکن ہو جہاں ہوا انتہا درجہ رقیق ہوگئی ہو تو آسمان کی سیاہی اور بھی بڑھ جائیگی۔ ہمیں معلوم ہے کہ چاند کے گرد کرۂ ہوائی نام کو بھی موجود نہیں ہے وہاں سے اگر کوئی مشاہدہ کر سکتا ہے تو اس کو آسمان قطعاً سیاہ نظر آئیگا۔ اور دن کے وقت بھی سیارے دکھائی دینگے۔

ذرّات کے اثر سے چونکہ آفتاب کا نور زمین تک پہنچتے پہنچتے بنفشئی اور نیلے رنگ کا بہت بڑا جزو کھو دیتا ہے اس لیے دُور کے پہاڑوں یا میدانوں کا فوٹو جب معمولی فوٹو گرافی کی تختیوں پر لیتے ہیں (جو بنفشئی اور بالائے بنفشئی شعاعوں کے لیے حساس ہوتی ہیں) تو تصویر دُھندلی پائی جاتی ہے۔ اس کے برعکس اگر ایسی تختیاں استعمال کی جائیں جو پائین سُرخ شعاعوں کے لیے حسّاس ہوں تو تصویر بہت واضح برآمد ہوتی ہے۔ زمین کی تفصیل اس کے نشیب و فراز وغیرہ سب اچھی طرح دکھائی دیتے ہیں اسی لیے انفرا ریڈ فوٹو گرافی (Infra-red Photography) سے ان دنوں بہت مفید کام لیے جارہے ہیں۔ مثلاً آئس برگ (یخ کے پہاڑ جو سمندر میں اِدھر اُدھر بھٹکتے پھرتے ہیں) کا کُہر میں جہاز کے قریب آجانے سے پہلے پہچان لیا جانا، دن کے وقت ایکٹنگ کر کے سینما کمپنیوں کے لیے رات کے منظر تیار کرنا، جنگ کے زمانہ میں ہوائی جہازوں پر سے دشمن کے ملک کے سیکڑوں میل تک کے تفصیلی حالات معلوم کر لینا، وغیرہ وغیرہ۔

نور کے اس طرح بکھرنے کے لیے ضرور ہے کہ واسطہ خواہ گیسی ہو یا مایع جو ذرّات اس میں معلّق ہوں ان کا انعطاف نما واسطہ کے

انعطاف نما سے مختلف ہو۔ بکھرے ہوئے نور کا نہ صرف طولِ موج چھوٹا ہوتا ہے بلکہ وہ منقطب بھی ہوتا ہے چونکہ مسئلہ تقطیبِ نور (Polarization) پر ہم کسی آیندہ باب میں بحث کر ینگے اس لیے یہاں اس کا ذکر نہیں کیا جاتا ہے۔

متوفی لارڈ ریلے نے اس طرح بکھرے ہوئے نور کی حدّت کے لیے جو ضابطہ نور کے برقی مقناطیسی نظریہ کے ذریعہ حاصل کیا ذیل میں درج کیا جاتا ہے:-

$$ح = ا^{۲} \frac{(ش_{۱} - ش_{۰})^{۲}}{ش_{۰}^{۲}} (۱ + جم^{۲} ب) \frac{ن \pi\pi ص^{۲}}{ل^{۴} ف^{۲}}$$

اس ضابطہ میں ا واقع نور کی حدّت ہے۔ $ش_{۱}$ اور $ش_{۰}$ علی الترتیب ذرّات اور واسطہ کی مناظری کثافت ہے۔ ب وہ زاویہ ہے جو بکھرے ہوئے نور کی شعاعیں واقع شعاعوں کے ساتھ بناتی ہیں۔ ن ذرّات کی تعداد فی اکائی حجم واسطہ ہے۔ ص ان ذرّات کا اوسط حجم، ل واقع نور کا طولِ موج اور ف ذرّات سے اُس مقام کا فاصلہ جہاں بکھرے ہوئے نور کی حدّت مطلوب ہے۔

اِس ضابطہ میں ح کو ص، ل اور ف کے ساتھ جو تعلق ہے طریقۂ ابعاد کے ذریعہ بآسانی دریافت کرلیا جا سکتا ہے۔

چوتھا باب

مناظری طیوف-اُن کی تشریح وتوجیہ

مناظری طیف نگاری کا سنگ بنیاد اُنیسویں صدی میں رکھا گیا جبکہ کرخ ہوف (Kirchhoff) نے آفتاب کے طیف کے فراؤن ہوفر (Fraunhofer) والے انجذابی خطوط کی صحیح توجیہ کی۔ مختلف عناصر کے معمولی اخراجی (emission) طیوف کے فوٹوگراف کا مطالعہ کرنے سے معلوم ہوا کہ ان میں بآسانی امتیاز ہو سکتا ہے اور اس امتیاز کے ذریعہ ان کی شناخت کا ایک نہایت مفید اور راسخ طریقہ ہاتھ آیا۔ اس کے بعد معلوم ہوا کہ ایک ہی عنصر کے مختلف حالتوں میں، مختلف طیوف بنتے ہیں۔ اور تجربی آلات کی ترقی کے ساتھ اِن طیوف کے اختلافات کی باریکیاں بھی مشاہدہ ہونے لگیں۔ طیف نگاری تجربوں سے اس طرح جو مشاہدات قلمبند کیے گئے اس کثرت اور وسعت کے ثابت ہوئے کہ ان کا باہمی ربط اور تعلق دریافت کرنے میں ابتداءً بڑی دقتیں محسوس ہوئیں۔ سب سے ہلکا اور سادہ ترین عنصر ہائیڈروجن گیس ہے۔ مشاہدات سے پتہ چلا کہ ہائیڈروجن ہی کا مناظری طیف دیگر عناصر کے طیوف کی بہ نسبت سادہ ترین ہے۔ بامر (Balmer) نے ۱۸۸۵ء میں دریافت کیا کہ اُس وقت تک ہائیڈروجن کے جو نو طیفی خط تجربہ خانوں میں مشاہدہ ہوئے تھے

اور سر ولیم ھگنز (Sir W. Huggins) نے مزید پانچ خط شعرا ستارہ (Sirius) کے طیف میں فوٹوگراف کیے تھے ان کے طول موج مندرجہ ذیل ضابطہ سے محسوب ہو سکتے ہیں :-

$$ل = ۳۶۴۵٫۶ \frac{م^۲}{م^۲ - ۴}$$

جس میں م کی علی الترتیب ۳، ۴، ۵ ...... وغیرہ قیمتیں ہیں اور ل انگسٹروم اکائیوں میں ان قیمتوں کے متناظر طیفی خطوں کا طول موج ہے۔ ضابطہ سے ظاہر ہے کہ م کی قیمت جیسے جیسے بڑھتی ہے دو متصل خطوں کا درمیانی فاصلہ گھٹتا جاتا ہے۔ ان خطوں کا گویا ایک سلسلہ پایا جاتا ہے جو بامر کے طیفی سلسلہ کے نام سے مشہور ہے۔ مستقل عدد ۳۶۴۵٫۶ سلسلہ کے پہلے چار خطوں کے مطالعہ سے مستنبط کیا گیا اور سلسلۂ مذکور کا "سر" (head) کہلاتا ہے۔ درحقیقت یہ اس سلسلہ کے انتہائی خط کا انگسٹروم اکائیوں میں طول موج ہے جو م کی قیمت کو ∞ مان کر محسوب کیا جاتا ہے۔

کیسر اور رنگے (Kaysr and Runge) رڈ برگ (Rydberg) اور دیگر اشخاص نے ایسے دوسرے خطی طیوف کا بغور مشاہدہ کرکے دریافت کیا کہ ان طیوف میں بھی ایسے سلسلے موجود ہیں جو بامر والے ہائیڈروجن کے سلسلے کے متشابہ ہیں۔ اور اس کی طرح کمتر طول موج کی جانب مستدق ہوتے ہوئے "سروں" پر ختم ہوتے ہیں۔ بعض سلسلوں کے سر مشترک پائے گئے یعنی ان کے استدقاق کے مقام مشترک ثابت ہوئے بعض سلسلوں کے خطوط اکہرے ہیں جیسے ہیلیئم کے طیف میں، بعض کے دہرے جیسے قلوی دھاتوں کے طیوف میں اور بعض تہرے جیسے قلوی مٹیوں کی دھاتوں کے طیوف میں۔

بجائے طول موج کے اگر موج عدد (Wave number) یعنی فی اکائی سنٹی میٹر موجوں کی تعداد محسوب کی جائے تو بامر کا ضابطہ ذیل کی شکل اختیار کرتا ہے :-

$$ع = \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{۳۶۴۵٫۶ \times ۱۰^{-۸}} \left(\frac{م^{2} - ۴}{م^{2}}\right) \text{سم}^{-1}$$

اس لیے کہ ایک انگسٹروم = $۱۰^{-۸}$ سم

$$\text{پس}\quad ع = \frac{۱۰^{۸}}{۴ \times ۹۱۱٫۴} \left(۱ - \frac{۴}{م^{2}}\right)$$

$$\text{یعنی}\quad ع = \frac{۱۰^{۸}}{۹۱۱٫۴} \left(\frac{1}{۲^{2}} - \frac{1}{م^{2}}\right) \text{سم}^{-1}$$

$$\therefore\quad ع = ۱۰۹۷۲۱ \left(\frac{1}{۲^{2}} - \frac{1}{م^{2}}\right) \text{سم}^{-1}$$

$$\text{یا}\quad ع = ۲۷۴۳۰٫۳ - \frac{۱۰۹۷۲۱}{م^{2}} \text{سم}^{-1}$$

بامر سلسلے کے طیفی خط کے موج عدد کے لیے آخری دو ضابطے مناسب ترین شکلوں میں لکھے گئے ہیں۔ مستقل عدد ۱۰۹۷۲۱ ہائیڈروجن کے طیفی سلسلوں کا مستقل ہے اور چونکہ رِڈ برگ نے بتایا کہ نہ صرف ہائیڈروجن کے دوسرے طیفی سلسلوں کے ضابطوں میں یہی مستقل موجود ہے بلکہ دیگر عناصر کے طیفی سلسلوں کے لیے بھی جو مستقل دریافت ہوئے ہیں اسی ۱۰۹۷۲۱ کے تقریباً مساوی ہیں اس لیے اس کو رِڈ برگ کا مستقل کہتے ہیں اور عام طور پر ر لکھتے ہیں۔ ہائیڈروجن سے متعلق رِڈ برگ والا مستقل $ر_{H}$ لکھا جاتا ہے اور ہیلیم سے متعلق $ر_{He}$ وغیرہ۔ $ر_{H}$ کی صحیح تر قیمت ۱۰۹۶۷۷٫۵۹ سم$^{-1}$ ہے اور $ر_{He}$ کی ۱۰۹۷۲۲٫۳۰ سم$^{-1}$ عنصر کے وزنِ جوہر کی زیادتی کے ساتھ اس کے رِڈ برگ والے مستقل کی قیمت گھٹتی ہے۔

(واضح ہو کہ مندرجہ بالا سب سے آخر ضابطے میں ۲۷۴۳۰٫۳ ہائیڈروجن کے بامر والے طیفی سلسلے کے "حد" کا موج عدد ہے۔)

لائمان (Lyman) نے خلائی طیف نگار استعمال کر کے

ہائیڈروجن کا ایک طیفی سلسلہ بالائے بنفشئی حصّہ میں دریافت کیا جو اس کے نام سے مشہور ہے۔ اسی طرح پیشن (Paschen) نے طیف کے پائین سرخ حصّہ میں ایک اور سلسلہ دریافت کیا اور حال میں بریکٹ (Bracket) نے پائین سرخ کے انتہائی حصّہ میں ایک دوسرا اور سلسلہ ذیل میں ہائیڈروجن کے ان تمام سلسلوں کے ضابطے درج ہیں :-

اگر ان طیفی سلسلوں کا عام ضابطہ $ع = ر_H \left(\frac{1}{م_1^2} - \frac{1}{م_2^2} \right)$ لکھا جائے تو

لائمان کے سلسلہ میں $م_1 = ۱$ اور $م_2 = ۲، ۳، ۴ .....$

بامر .... $م_1 = ۲$ اور $م_2 = ۳، ۴، ۵ ......$

پیشن ...... $م_1 = ۳$ اور $م_2 = ۴، ۵، ۶ .....$

بریکٹ ...... $م_1 = ۴$ اور $م_2 = ۵، ۶، ۷ ......$

آر۔ ڈبلیو۔ ووڈ (R.W. Wood) نے سنہ ۱۹۲۰ء میں ایک میٹر لمبی اور ۷ ملی میٹر قطر کی نلی کے ایک سرے میں سے برق پاشیدگی کے ذریعہ تیار کی ہوئی مرطوب ہائیڈروجن گیس داخل کرکے دوسرے سرے سے اس کو خارج کیا۔ گیس کا دباؤ ایسا تھا کہ اس میں سے جب برقی اخراج منفی برقیرہ کے پاس واقع ہوا تو کروکس (Crookes) کی سیاہ فضاء تقریباً ۲ ملی میٹر لمبی تھی۔ نلی کو تدشاکلاً دو جگہوں سے علی القوائم موڑ کر صرف اس کے وسطی حصّہ کی تنویر سے پیدا ہونے والے طیف کا طیف نگار میں مطالعہ کیا۔ حالات مذکورہ میں وسطی حصّہ کی تنویر کا رنگ آتشی ارغوانی تھا۔ اس طریقۂ عمل سے ہائیڈروجن کا خالص طیف حاصل ہوسکا اور بامر سلسلہ کے ۲۲ طیفی خطوں کے فوٹوگراف لیے جاسکے۔ برقی اخراج کے لیے ۲۰ ہزار وولٹ کا مبدّل (Transformer) استعمال کرنا پڑا اور برقی رَو کی قیمت $\frac{1}{۴}$ ایمپیر تھی۔

ستاروں کے کرۂ ہوائی میں نہ صرف تپش بہت بلند ہے بلکہ کثافت بھی انتہا درجہ کم ہے۔ ان حالات ہی کے تحت طیفی سلسلوں کے وہ خطوط جو بامر اور

اس کے مماثل ضابطوں میں م، کی بڑی قیمتوں سے متعلق ہیں ظہور پذیر ہوتے ہیں۔
مختلف عناصر کے طیفی خطوط کے طولِ موج کا مطالعہ کر کے رڈبرگ نے بڑی محنت کے بعد ثابت کیا کہ ذیل کی شکل کے ضابطہ سے تمام طیفی سلسلوں کے موج عددوں کی تعیین ہو سکتی ہے۔ اور اس سے جو نتائج برآمد ہوتے ہیں مشاہدہ شدہ نتائج سے بخوبی منطبق ہوتے ہیں، صرف خفیف سی ترتیبی خطائیں (Systematic errors) رہ جاتی ہیں:

$$ع = ع_{\infty} - \frac{ل_{\infty}}{(م + مہ)^{2}}$$

مستقل اعداد $ع_{\infty}$ اور مہ خاص خاص سلسلوں کے لیے معیاری جدولوں کی مدد سے دریافت کیے گئے۔ مثلاً سوڈیم کے منتشر طیفی سلسلہ کے خطوں کے موج عددوں کی تعیین کے لیے ہم تقریبی ضابطہ

$$ع = ٢٤٤٧٠ - \frac{١٠٩٦٧٩}{(م + ٠٫٩٩٨٧)^{2}}$$

استعمال کر سکتے ہیں۔ یہ سلسلہ موج عدد ٢٤٤٧٠ پر مستدق ہوتا ہے جیسا کہ ضابطہ میں م = ∞ لکھنے سے واضح ہوتا ہے۔

ضابطہ $$ع = ع_{\infty} - \frac{ل_{\infty}}{\left(م + مہ + \frac{عہ}{م}\right)^{2}}$$

جس میں $ع_{\infty}$، مہ اور عہ تین مستقل عدد ہیں۔ استعمال کرنے سے حسابی اور تجربی نتائج میں بہتر انطباق پایا جاتا ہے۔

طیفی سلسلوں کے مابین روابط - رڈبرگ نے طیفی سلسلوں میں امتیاز کر کے ان کی تین قسمیں قرار دی تھیں جن کو ہم ان کے انگریزی ناموں Principal، Sharp اور Diffuse کی مناسبت سے صدر، تیز اور منتشر کہہ سکتے ہیں۔ بعد کو برگمان (Bergmann) وغیرہ نے ان کے علاوہ ایک اور قسم دریافت کی جو Fundamental

یعنے اساسی یا برگمان کے نام سے مشہور ہے۔ طیف نگاری کی اہمیت اور روز افزوں ترقی کی وجہ سے ہم مناسب سمجھتے ہیں کہ ان سلسلوں کے لیے وہی علامتیں اور طریقِ کتابت استعمال کیے جائیں جو انگریزی میں مستعمل ہیں۔ ہماری اس مختصر بحث کے لیے پروفیسر الفریڈ فاؤلر (A.Fowler) کا مجوزہ طریقۂ کتابت خصوصیت کے ساتھ مفید معلوم ہوتا ہے اس لیے ہم اسی کو اختیار کرینگے۔

رِڈبرگ والا ضابطہ ان تمام سلسلوں کی ترجمانی کے لیے کافی صحت کے ساتھ استعمال کیا جاسکتا ہے۔ ان کی تفصیل درجِ ذیل ہے:۔

$$P(m)=P_\infty-\frac{R_\infty}{(m+P)^2} \quad \text{یعنے} \quad \text{ص}(\text{م})=\text{ص}_\infty-\frac{\text{ر}_\infty}{(\text{م}+\text{ص})^2}$$

$$S(m)=S_\infty-\frac{R_\infty}{(m+S)^2} \quad \text{''} \quad \text{ت}(\text{م})=\text{ت}_\infty-\frac{\text{ر}_\infty}{(\text{م}+\text{ت})^2}$$

$$D(m)=D_\infty-\frac{R_\infty}{(m+D)^2} \quad \text{''} \quad \text{مر}(\text{م})=\text{مر}_\infty-\frac{\text{ر}_\infty}{(\text{م}+\text{مر})^2}$$

$$F(m)=F_\infty-\frac{R_\infty}{(m+F)^2} \quad \text{''} \quad \text{ا}(\text{م})=\text{ا}_\infty-\frac{\text{ر}_\infty}{(\text{م}+\text{ا})^2}$$

بطور نمونہ ہم صدر سلسلہ کی علامتوں کی توضیح کرتے ہیں $P(m)$ سے مُراد م۔ ویں طیفی خط کا موج عدد (ع م) ہے۔ [یہ ضرور نہیں کہ م تعداد (۱) ہی سے شروع ہو جیسا کہ ہائیڈروجن کے جز طیفی سلسلوں سے باستثنائے لائمان سلسلہ واضح ہے]۔ P_∞ سے مُراد ع∞ یعنے طیفی سلسلہ کے سر کا موج عدد ہے جس کے لیے م کی قیمت ∞ ہے اور P رِڈبرگ والے ضابطہ کا [illegible] یعنے ص ہے جو ایک چھوٹا مستقل عدد ہے جس کی اہمیت م کی ترقی کے ساتھ گھٹتی جاتی ہے۔

اکیہرے (Singlet) خطوط کے سلسلوں کے لیے پروفیسر فاؤلر نے بڑے انگریزی حروفِ تہجی P ، S ، D اور F تجویز کیے،

دُہرے (doublet) خطوط کے سلسلوں کے لیے یونانی حروفِ تہجی (π_2، π_1)، (σ_2، σ_1)، (δ_2، δ_1) اور (ϕ_2، ϕ_1) اور تہرے (triplet) خطوط کے لیے چھوٹے انگریزی حروف مثلاً p_1، p_2، p_3 وغیرہ تجویز کیے۔ واضح ہو کہ ان تہرے خطوط میں حرفِ تہجی کے بازو عدد (۱) سب سے زیادہ حدت کے طیفی خطوں کے لیے استعمال کیا جاتا ہے۔

مزید اختصار کی غرض سے بجائے $P(m) = P_\infty - \frac{R_\infty}{(m+P)^2}$ $P(m) = P_\infty - mP$ بھی لکھا جاتا ہے۔

اس طرح دُوسرے سلسلوں کے لئے اس کے مماثل مختصر طریقۂ کتابت مستعمل ہے مثلاً ضابطہ $\delta_2(m) = \delta_{2\infty} - m\delta_2$ دُہرے خطوط کے سلسلہ کے دوم خطوں کے لئے استعمال ہوتا ہے۔

صدر، تیز اور منتشر خطوط کے سلسلوں کے باھمی ارتباط۔ ایک ہی عنصر کے مختلف اقسام کے طیوف میں بعض باہمی روابط دریافت ہوئے ہیں جن سے طیفی سلسلوں کے طریقۂ کتابت میں بہت سہولت عمل میں لائی جاسکتی ہے اور ان سلسلوں کے متعلق مشترک اساسی کلیوں کا پتہ چلتا ہے۔ ذیل میں بطور مثال فاؤلر کے دیے ہوئے لیتھیم کے سلسلے پیش کرتے ہیں جو زیادہ تر رڈبرگ ہی کی تحقیقات پر مبنی ہیں۔ اگرچہ لیتھیم کے طیف کے خط دراصل دُہرے ہیں لیکن ہم یہاں ان دُہرے خطوط کے موج عددوں کے درمیانی خفیف تفاوتوں کو نظر انداز کرکے ان کی تقریبی قیمتیں قلمبند کرتے ہیں اور ان کے ذریعہ لیتھیم کے طیفی سلسلوں کے باہمی روابط ظاہر کرتے ہیں:-

(۱) تیز اور منتشر سلسلوں کے استدقاقی موج عددوں میں ربط۔

$$P(m) = 43488 - \frac{109721 \cdot 6}{(m+0 \cdot 9596)^2}, \quad (m = 1, 2, 3 \ldots)$$

$$S(m) = 28601 - \frac{109721 \cdot 6}{(m+0 \cdot 5951)}, \quad (m = 2, 3, 4 \ldots)$$

$$D(m) = 28509 - \frac{109721 \cdot 6}{(m+0 \cdot 9974)^2}, \quad (m = 2, 3, 4 \ldots)$$

ان ضابطوں پر ذرا سا غور کرنے سے معلوم ہوگا کہ تیز اور منتشر خطوط کے سلسلوں کے استدقاقی موج عدد یعنی S_∞ اور D_∞ قریب قریب مساوی ہیں۔

$$\text{پس}\quad S_\infty = D_\infty \quad \text{یا}\quad ت_\infty = م_\infty$$

(۲) صدر اور تیز سلسلوں کے استدقاقی موج عددوں میں ربط۔ لیتھیم کے صدر سلسلے کے ضابطہ کی تغیر پذیر رقم میں اگر م = ا لکھیں تو موج عدد اس کے تیز سلسلے کے استدقاقی موج عدد کے تقریباً مساوی ہو جاتا ہے۔ اور اگر لیتھیم کے تیز سلسلے کے ضابطہ کے ساتھ بھی یہی برتاؤ کریں تو موج عدد صدر سلسلہ کے استدقاقی موج عدد کے تقریباً مساوی ہو جاتا ہے۔ چنانچہ

$$\frac{R_\infty}{(1+0\cdot9596)^2} = 28573 \qquad \text{اور} \qquad \frac{R_\infty}{(1+0\cdot5951)^2} = 43124$$

واضح ہے کہ ۲۸۵۷۳ موج عدد ۲۸۶۰۱ کے قریب قریب مساوی ہے جو تیز سلسلہ کا استدقاقی موج عدد ہے اور اس طرح ۴۳۱۲۴ صدر سلسلہ کے استدقاقی موج عدد ۴۳۴۸۸ کے تقریباً مساوی ہے۔ پس

$$P_\infty = \frac{R_\infty}{(1+S)^2} \qquad \text{اور} \qquad S_\infty = \frac{R_\infty}{(1+P)^2}$$

پس صدر، تیز اور منتشر سلسلوں کے ضابطوں کو ہم بشکلِ ذیل لکھ سکتے ہیں:-

$$P(m) = \frac{R_\infty}{(1+S)^2} - \frac{R_\infty}{(m+P)^2}$$

$$S(m) = \frac{R_\infty}{(1+P)^2} - \frac{R_\infty}{(m+S)^2}$$

$$D(m) = \frac{R_\infty}{(1+P)^2} - \frac{R_\infty}{(m+D)^2}$$

یا اگر اختصاری طریقۂ کتابت سے کام لیا جائے تو

$P(m) = 1S - m\,P$ ؛ $S(m) = 1\,P - m\,S$ ؛ $D(m) = 1\,P - m\,D.$

(۳) اساسی اور منتشر سلسلوں کے استدقاقی موج عددوں میں ربط۔

لینتھیم کے اساسی سلسلہ کا اختصاری ضابطہ ہے :۔

$$F(m)=12203\cdot1-mF$$

اگر اس کے منتشر سلسلہ کے ضابطہ کی تغیر پذیر رقم میں م = ۲ لکھیں تو

$$\frac{109721.6}{(2+0\cdot9974)^2}=12212$$

جو اساسی سلسلہ کے استدقاقی موج عدد کے تقریباً مساوی ہے ۔ پس مندرجۂ بالا صدر، تیز اور منتشر سلسلوں کے ضابطوں کے ساتھ یہ اساسی سلسلہ بھی شریک کر دیا جا سکتا ہے :۔

$$F(m)=\frac{R_\infty}{(2+D)^2}-\frac{R_\infty}{(m+F)^2}$$

یا مختصراً

$$F(m)=2D-mF.$$

لینتھیم کے ان چار سلسلوں کے ضابطوں پر غور کرنے سے معلوم ہوگا کہ طیفی خطوں کے موج عدد دو رقموں کے تفاوت کے مساوی ہیں ۔ پہلی رقم میں م کی قیمت معینہ ہوتی ہے (جیسے ۱ یا ۲) اور دوسری رقم میں خط کے ترتیب واری عدد کے ساتھ م کی قیمتیں علی التواتر بڑھتی جاتی ہیں ۔ جیسے م = ۱، ۲، ۳ ...... پس کسی سلسلہ کو اس کی نوعیت کی مناسبت سے محض اس کے متعلقہ حرف جیسے P یا S یا D یا F کے ذریعہ ظاہر کرنے کے عوض علی الترتیب (S-P) یا (P-S) یا (P-D) یا (D-F) کے ذریعہ ظاہر کر سکتے ہیں ۔

رڈبرگ ۔ شوسٹر کلیہ ۔۔۔ چونکہ صدر سلسلے کے ضابطے $P(m)=1S-mP$ میں پہلے طیفی خط کا موج عدد $P(1)=1S-1P$ ہے اور ابھی ابھی ہم نے بتایا ہے کہ 1S صدر سلسلہ کا استدقاقی موج عدد ہے

اور IP تیز اور منتشر سلسلوں کا مشترک استدقاقی موج عدد ہے۔ لہذا صدر سلسلہ کے پہلے خط کا موج عدد اس سلسلہ کے استدقاقی موج عدد اور تیز و منتشر سلسلوں کے مشترک استدقاقی موج عدد کے تفاوت کے مساوی ہے۔ یہ کلیہ ۱۸۹۶ء میں رِڈبرگ اور شوسیلٹر نے آزادانہ شایع کیا۔

دُہرے خطوط کے سلسلوں میں ارتباط ۔ بطور مثال

ہم سوڈیم کے طیفی خطوط کے سلسلوں کو پیش کرینگے اس لیے کہ سوڈیم کے انجذابی طیف پر خصوصیت کے ساتھ کام ہوا ہے۔ اس کے صدر سلسلہ کا سب سے پہلا دُہرا خط زرد D_2، D_1 مشہور خطوط پر مشتمل ہے۔ اس سلسلہ کے دُوسرے دُہرے خطوط طیف کے ماورائے بنفشی حصّہ میں موجود ہیں۔ آر۔ ڈبلیو۔ ووڈ اور فورٹریٹ (Fortrat) نے سلسلۂ مذکور کے ۵۸ خطوط دریافت کیے جن کے آخری خط کا طول موج اس سلسلہ کے "سر" کے طول موج سے صرف ۲ء۱ انگسٹروم اکائی مختلف ہے۔ سوڈیم کے تیز اور منتشر سلسلوں کے خط تقریباً تمام کے تمام مرئی حصّہ میں واقع ہیں اور اس کے اساسی سلسلہ کے خطوط طیف کے سُرخ اور پائین سُرخ حصّہ میں۔

ذیل کی جدول میں چند موج عدد جو فاؤلر کے "طیفی سلسلوں کی رپورٹ" سے نقل کیے گئے ہیں سوڈیم کے صدر، تیز اور منتشر سلسلوں کے دُہرے خطوط (π_2، π_1 σ_2، σ_1 اور δ_2 اور δ_1) سے متعلق ہیں۔ ہر سلسلہ کے پہلے خانہ میں m سے مُراد اس سلسلہ کے خط کا ترتیبی عدد ہے۔ دُوسرے خانہ میں m کی ہر قیمت کے ساتھ اس کے متعلقہ دُہرے خط کے اجزائے ترکیبی کے موج عدد درج کیے گئے ہیں۔ اور تیسرے خانہ میں ان دُہرے خطوں کے موج عددوں کا تفاوت بتایا گیا ہے۔

سوڈیم کے طیف کے مختلف سلسلوں والے دُہرے خطوط کے موج عدد اور اُن کا تفاوت۔

صدر سلسلہ (π)			تیز سلسلہ (σ)			منتشر سلسلہ (δ)		
m	موج عدد	تفاوت	m	موج عدد	تفاوت	m	موج عدد	تفاوت
۱	۱۶۹۷۳٫۳۵	۱۷٫۱۸	۲	۸۷۶۶٫۳۴	۱۶٫۷۹	۲	۱۲۱۹۹٫۴۸	۱۷٫۱۶
	۱۶۹۵۶٫۱۷			۸۶۸۳٫۱۳			۱۲۲۱۶٫۶۴	
۲	۳۰۲۷۲٫۸۹	۵٫۴۹	۳	۱۶۲۲۷٫۳۷	۱۷٫۱۷	۳	۱۷۵۷۵٫۳۰	۱۷٫۱۷
	۳۰۲۶۷٫۳۷			۱۶۲۴۴٫۵۴			۱۷۵۹۲٫۴۷	
۳	۳۵۰۴۲٫۶۶	۲٫۴۹	۴	۱۹۳۹۸٫۳۴	۱۷٫۱۷	۴	۲۰۰۶۳٫۲۰	۱۷٫۱۴
	۳۵۰۴۰٫۱۷			۱۹۴۱۵٫۵۱			۲۰۰۸۰٫۳۴	
۴	۳۷۲۹۷٫۷۰	۱٫۵۰	۵	۲۱۰۳۸٫۳۷	۱۷٫۱۸	۵	۲۱۴۱۳٫۷۳	۱۷٫۱۶
	۳۷۲۹۶٫۲۰			۲۱۰۵۵٫۵۵			۲۱۴۳۰٫۸۹	
۵	۳۸۵۴۱٫۵۴	۱٫۴۷	۶	۲۱۹۹۵٫۰۰	۱۷٫۱۸	۶	۲۲۲۲۷٫۱۱	۱۷٫۱۴
	۳۸۵۴۰٫۰۷			۲۲۰۱۲٫۱۸			۲۲۲۴۴٫۲۵	
∞	۴۱۴۴۹٫۰۰	...	∞	۲۴۴۷۵٫۶۵	۱۷٫۱۸	∞	۲۴۴۷۵٫۶۵	۱۷٫۱۸
	$= \pi_\infty \equiv 1\sigma$			۲۴۴۹۲٫۸۳			۲۴۴۹۲٫۸۳	

جدول سے واضح ہے کہ تیز سلسلہ اور منتشر سلسلہ کے سروں $\sigma_{1\infty}$ اور $\delta_{1\infty}$ کے موج عدد ایک ہی ہیں اور ان کی قیمت ۲۴۴۷۵٫۶۵ سمر$^{-1}$ $\equiv 1\pi_1$ ہے اور اسی طرح $\sigma_{2\infty}$ اور $\delta_{2\infty}$ کے موج عدد ایک ہی ہیں اور ان کی قیمت ۲۴۴۹۲٫۸۳ سمر$^{-1}$ $\equiv 1\pi_2$ ہے۔
جدول کے ملاحظہ سے یہ بھی بخوبی ظاہر ہوتا ہے تیز اور منتشر سلسلوں کے

دُہرے خطوں کا تفاوت مستقل ہے اور ان سلسلوں کے "سروں" کے دُہرے
خطوط کے تفاوت کے مساوی ہے۔ معہٰذا (۳) یعنے صدر سلسلہ کے دُہرے
خطوں کا درمیانی تفاوت m کی زیادتی کے ساتھ مسلسل اور جلد جلد گھٹتا جاتا ہے
اور اس لیے $\pi_{1\infty}$ اور $\pi_{2\infty}$ دونوں کی قیمت ایک ہی ہے = ۴۱۴۴۹٫۰۰ سمر$^{-1}$
اور ان کا طولِ موج = ۲۴۱۶ انگسٹروم۔

جدول سے یہ بھی ظاہر ہے کہ صدر سلسلہ کے دُہرے خطوط کی ترتیب
بلحاظ قیمت موج عدد تیز اور منتشر سلسلوں کے دُہرے خطوط کی متناظر ترتیب کے
برعکس ہے۔ اس کی ایک وجہ یہ ہے کہ رڈبرگ شوسٹر والے کلیہ کی
رُو سے صدر سلسلہ کا پہلا خط سلسلۂ مذکور کے استدقاقی موج عدد میں سے تیز
اور منتشر سلسلوں کے مشترک استدقاقی موج عدد کو وضع کرنے سے حاصل ہوتا ہے
چونکہ سوڈیم کے دُہرے خطوط کے دونوں صدر سلسلوں کا ایک ہی استدقاقی
موجِ عدد ہے اس لیے لازماً صدر سلسلہ کے پہلے دُہرے خط کا زائد موج عدد والا
جزوِ ترکیبی، P_∞ میں سے کمتر موج عدد والا S_∞ یا D_∞ وضع کرنے سے
حاصل ہوگا۔ اس کے برعکس سلسلۂ مذکور کے اُسی دُہرے خط کا کمتر موج عدد والا
جزوِ ترکیبی P_∞ میں سے زائد موجِ عدد والا S_∞ یا D_∞ وضع کرنے سے
حاصل ہوگا۔

بالفاظِ دیگر چونکہ $P(1)=1S-1P$ اور $P_\infty=1S$

اور S_∞ اور D_∞ دونوں $=1P$ لہٰذا

$$\left.\begin{aligned} P(1) &= P_\infty - S_\infty \\ &= P_\infty - D_\infty \end{aligned}\right\}$$

ہم دیکھتے ہیں کہ
۴۱۴۴۹۰۰ − ۲۴۴۷۵۶۵ = ۱۶۹۷۳۳۵ = $\pi_1(1)$
اور ۴۱۴۴۹۰۰ − ۲۴۴۹۲۸۳ = ۱۶۹۵۶۱۷ = $\pi_2(1)$

خطوں کے اِس انقلابِ ترتیب کی طبیعی نقطۂ نظر سے، اس طرح تصدیق
ہوتی ہے کہ تیز اور منتشر سلسلوں کے دُہرے خطوط میں کمتر موج عدد کا جزوِ ترکیبی
زیادہ حدت کا ہے اور اس کے برعکس صدر سلسلہ کے دُہرے خطوط میں

زائد موج عدد کا جزوِ ترکیبی زیادہ حدّت رکھتا ہے۔

صدر، تیز اور منتشر سلسلوں کے باہمی ارتباط کے لحاظ سے سوڈیم کے اُن دُہرے خطوط کے لیے حسبِ ذیل چھ ضابطے (اختصاری طریقہ پر) لکھ سکتے ہیں :—

(۱) پہلا صدر سلسلہ .... $\pi_1(m) = 1\sigma - m\pi_1$

(۲) دوسرا " " .... $\pi_2(m) = 1\sigma - m\pi_2$

(۳) پہلا تیز سلسلہ .... $\sigma_1(m) = 1\pi_1 - m\sigma$

(۴) دوسرا " " .... $\sigma_2(m) = [1\pi_1 - \Delta\sigma] - m\sigma = 1\pi_2 - m\sigma$

(۵) پہلا منتشر سلسلہ .... $\delta_1(m) = 1\pi_1 - m\delta$

(۶) دوسرا " " .... $\delta_2(m) = [1\pi_1 - \Delta\sigma] - m\delta = 1\pi_2 - m\delta$

واضح ہو کہ چوتھے اور چھٹے ضابطہ میں $\Delta\sigma$ سے مُراد تیز اور منتشر سلسلوں کے دُہرے خطوط کے اجزائے ترکیبی کا مستقل تفاوت موج عدد ہے۔ جیسا کہ جدول سے ظاہر ہے۔

تہرے طیفی خطوط کے باھمی روابط — قلوی مٹیوں

کی دھاتوں۔ یعنی میگنیسیم، کیلسیم، اسٹرونشیم اور بیریم کے طیوف اور نیز دیگر عناصر جیسے جست، کیڈمیم اور پارے کے طیوف میں تہرے خطوط پائے جاتے ہیں اور ان کے ساتھ اکہرے خطوط بھی ہوتے ہیں۔ تہرے خطوط کے سلسلے بھی صدر، تیز اور منتشر اقسام کے ہوتے ہیں۔ ذیل میں ہم مجملاً ان مختلف سلسلوں کے باہمی روابط بیان کیے دیتے ہیں جن سے واضح ہوگا کہ یہ دُہرے خطوط کے سلسلوں کے روابط کے مشابہ ہیں :—

(۱) تینوں صدر سلسلے مستدق ہو کر ایک ہی موج عدد پر ختم ہوتے ہیں جو تیز سلسلہ کی ۱۵ رقم ہے۔

(۲) تیز اور منتشر سلسلوں کے تہرے خطوط کے اجزائے ترکیبی کے

موج عددی تفاوت سلسلۂ متعلقہ کے متناظر اجزاء کے لیے ایک ہی ہوتے ہیں۔

(۳) پہلا تیز اور پہلا منتشر سلسلہ متندق ہو کر ایک ہی موج عدد پر ختم ہوتا ہے جو پہلے صدر سلسلہ کی رقم $\frac{R_\infty}{m+p_1}$ میں $m=1$ لکھنے سے حاصل ہوتا ہے اور جو مختصراً $(1p_1)$ لکھا جاتا ہے۔ اسی طرح دوسرا تیز اور دوسرا منتشر سلسلہ $(1p_2)$ پر مستدق ہوتا ہے اور تیسرا تیز اور تیسرا منتشر سلسلہ $(1p_3)$ پر۔

(۴) صدر سلسلہ کے تہرے خطوط کا سب سے بڑے موج عدد والا خط سب سے زیادہ حدّت کا ہوتا ہے اور اس کے برعکس تیز اور منتشر سلسلو کے تہرے خطوط کے سب سے کمتر موج عدد والے خطوط سب سے زیادہ حدّت کے ہوتے ہیں۔ مندرجۂ ذیل ضابطے پہلے تین کلیوں کی توضیح کرتے ہیں:-

پہلا صدر سلسلہ	$p_1(m)=1s\text{-}mp_1$
دوسرا " "	$p_2(m)=1s\text{-}mp_2$
تیسرا " "	$p_3(m)=1s\text{-}mp_3$
پہلا تیز سلسلہ	$s_1(m)=1p_1\text{-}ms$
دوسرا " "	$s_2(m)=1p_2\text{-}ms$
تیسرا " "	$s_3(m)=1p_3\text{-}ms$
پہلا منتشر سلسلہ	$d_1(m)=1p_1\text{-}md$
دوسرا " "	$d_2(m)=1p_2\text{-}md$
تیسرا " "	$d_3(m)=1p_3\text{-}Md$

منتشر طیفی سلسلوں میں تابع خطوط (Satellites)

منتشر سلسلوں کے اکثر دوہرے اور تہرے خطوں کے ساتھ مدّھم تابع خطوط مشاہدہ ہوتے ہیں جن کو انگریزی میں (Satellite) (تابع) کہتے ہیں۔ ان کی وجہ سے ان سلسلوں کے خطوط کم طاقت طیف پیماؤں میں بہت منتشر نظر آتے ہیں۔

دوسرے خطوں میں ایک تابع زائد طولِ موج کے جزوِ ترکیبی کے ساتھ اس کے زائد طولِ موج کی جانب واقع ہوتا ہے اور جزوِ مذکور خود خفیف سا کمتر طولِ موج کی جانب ہٹا ہوا ہوتا ہے۔ یہ ہٹاؤ طیفی سلسلہ میں جیسے جیسے m کی قیمت بڑھتی ہے گھٹتا جاتا ہے۔ تیسرے خطوں میں زائد طولِ موج کے جزوِ ترکیبی کے ساتھ دو تابع خط ہوتے ہیں، بیچ کے جزو کے ساتھ ایک تابع ہوتا ہے اور سب سے چھوٹے طولِ موج کے جزو کا کوئی تابع نہیں ہوتا۔ مناظری طیوف کے نظریہ میں ان تابع خطوط کو بہت اہمیت حاصل ہے۔

ترکیبی خطوط اور اُن کے سلسلے

طیفی سلسلوں کے جو ضابطے بتائے گئے ہیں ان سے واضح ہے کہ کسی بھی طیفی خط کا موج عدد دو رقموں کا تفاوت ہے۔ پہلی رقم ثابت یا سلسلہ کی حد یا سر کا موج عدد کہلاتی ہے۔ اور دوسری رقم تغیر پذیر ہے جس میں m کی قیمت کو مختلف صحیح اعداد کے مساوی لکھنے سے سلسلہ کے مختلف خطوں کا موج عدد محسوب ہوتا ہے۔ صدر، تیز اور منتشر سلسلوں کے ضابطوں کی ثابت رقم کسی دوسرے سلسلہ کی متعلقہ تغیر پذیر رقم میں m=1 لکھنے سے حاصل ہوتی ہے۔ اور اساسی یا برگمان والے سلسلوں کے ضابطوں میں m=2 لکھنے سے حاصل ہوتی ہے۔

رڈبرگ کو اس بات کا خیال ہوا اور بعد کو رِٹس (Ritz) نے اس کی تصدیق کی کہ مصرحۂ بالا چار سلسلوں کے خطوط کے علاوہ اور دوسرے سلسلے یا خطوط مشاہدہ ہو سکتے ہیں اگر ثابت رقم کے لیے کسی اور سلسلہ کی تغیر پذیر رقم میں m کی قیمت ۲ یا ۳ وغیرہ کے مساوی لکھی جائے اور اس کی تغیر پذیر رقم کے لیے m کی قیمت کوئی اور صحیح رقم مانی جائے۔ ایسے خط یا سلسلے ترکیبی کہلاتے ہیں۔ مثلاً سوڈیم کے پائین سُرخ طیف میں ل = ۳۴۱۸۰ انگسٹروم یا ۲۹۲۵ موجِ عدد کا ایک خط موجود ہے جس کا ضابطہ ہے

$$\text{wave number} = \frac{R_\infty}{(2+\pi_1)^2} - \frac{R_\infty}{(3+\sigma)^2}$$

$$2,927 = 11,175 - 8,248$$

[یادداشت (۱) مناظری طیوف کے خطوں کے طول موج چونکہ بہت چھوٹے ہیں اس لیے ان کی پیمائش کے لیے طول کی اکائی بھی کافی چھوٹی ہونی چاہیے جو اکائیاں مستعمل ہیں ذیل میں ان کی صراحت کی جاتی ہے - اس تالیف میں ہم نے خصوصیت کے ساتھ انگسٹروم اکائیاں استعمال کی ہیں -

مائکرون (Micron) انگریزی علامت (μ) اُردو علامت (مہ)

= ۱۰

= 10^{-6} میتر (یا 10^{-4} سنتی میتر)-(Micro=a millionth)

ملّی مائکرون (Millimicron) $\mu\mu$ (مہ مہ)

= 10^{-9} میتر (یا 10^{-7} سنتی میتر یا 10^{-6} ملی میتر) اس لیے مائکرو ملّی میتر بھی کہلاتا ہے -

انگسٹروم (Ångstrom) Å = 10^{-10} میتر = (Tenth metre)

(دسواں میتر) = 10^{-8} سنتی میتر -

واضح ہو کہ لاشعاعوں (X-Rays) کا طولِ موج نور کے طول موج سے بھی بہت چھوٹا ہوتا ہے اس لیے ان کی پیمائش کی اکائی 10^{-13} میتر یا 10^{-11} سنتی میتر ہے اور اس کے لیے انگریزی علامت (X.U.) ہے اور ہم اردو میں (لا-ا) تجویز کرتے ہیں -

(۲) ۱۹۰۷ء میں فابری، پیرو اور بینواسٹ (Fabry, Perot and Benoist) نے کیڈمیم کے طیف کے سرخ خط کا طولِ موج بڑی احتیاط سے اسٹینڈرڈ (یعنے معیاری) میتر کی رقموں میں

تاہا تو معلوم ہوا کہ وہ ۶۴۳۸٫۴۶۹۶ انگسٹروم ہے۔ اُسی سال شمسی تحقیق کی انجمن بین الاقوام (انٹرنیشنل یونین فار سولر ریسرچ) نے کیڈمیم کے سُرخ خط کے طولِ موج کی اُسی قیمت کو جملہ طیفی خطوط کے طولِ موج کا اوّلی (Primary) معیار تسلیم کیا یعنے تمام طیفی خطوں کے طولِ موج کی پیمائش اسی بنیاد پر مبنی ہے کہ کیڈمیم کے سُرخ طیفی خط کا طولِ موج ۶۴۳۸٫۴۶۹۶ انگسٹروم ہے]

عناصر کے جوہری خواص اور طیفی خطوں کے سلسلوں کے مابین تعلق۔

طیفی سلسلوں کے عام ضابطہ پر نظر ڈالنے سے واضح ہوتا ہے کہ کسی بھی عنصر کے کوئی سے طیفی خط کا موج عدد دو رقموں کا تفاوت ہے۔ یہ رقمیں دو عددوں کی خارج قسمت ہیں، جن کا شمار کنندہ (R_∞) ہر عنصر کے لیے ایک علیحدہ مستقل ہے۔ وزنِ جوہر کے ساتھ، اس مستقل کی قیمت میں تبدیلی ہوتی ہے لیکن ہلکے سے ہلکے اور بھاری سے بھاری جوہر کے لیے بھی یہ تبدیلی خفیف ہے۔ نسب نما سادہ شکل میں دو عددوں کے حاصل جمع کا مربع ہے۔ پہلا عدد صحیح ہے اور دوسرا عدد عموماً اکائی سے چھوٹا اعشاریہ ہے۔ مثلاً ہائیڈروجن کے بامر والے سلسلہ کا بہت ہی صحیح ضابطہ جو فاؤلر کی رپورٹ میں دیا گیا ہے حسبِ ذیل ہے:۔

$$\text{wave number} = \frac{R_\infty}{(2-0{\cdot}00000383)^2} - \frac{R_\infty}{(m+0{\cdot}00000210)^2}$$

[واضح ہو کہ ہائیڈروجن کے ضابطہ کی پہلی رقم میں شمار کنندہ دو عددوں کا حاصلِ تفریق ہے نہ کہ حاصلِ جمع] چونکہ موج عدد ع = ۱/لہ اور سہ/لہ = تعدد جس میں لہ = طولِ موج اور سہ = رفتارِ نور۔

اگر تعدد سہ/لہ کو پلانک (Planck) کے مستقل (جس کی علامت انگریزی زبان میں h اور اُردو زبان میں حہ ہے) سے ضرب دیا جائے تو چونکہ اس مستقل کے ابعاد توانائی × وقت کے ہیں اور تعدد کے ابعاد ۱/وقت کے

تو حاصل ضرب توانائی ہوگا یعنے ہر طیفی سلسلہ کا ایک ایک خط ایک خاص مقدار توانائی سے متعلق ہے جو دو رقموں کا تفاوت ہے - پہلی رقم سلسلۂ مذکور کے لیے مستقل قیمت رکھتی ہے گویا ایک معیّن مقدار توانائی ہے - اور دوسری رقم بھی ایک دوسری مقدار توانائی ہے جس کی قیمت طیفی خط کے ساتھ بدلتی ہے -

انگریزی کتابت میں تعدّد کے لیے یونانی حرف نیو (ν) لکھا جاتا ہے اور موج عدد کے لیے ($\bar{\nu}$) - پس بامر والے سلسلہ کا تفریقی ضابطہ

$$(\bar{\nu})\ ch = R_\infty ch \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{m^2}\right)$$ لکھا جاسکتا ہے -

جس میں c = رفتار نور

زبان اردو میں اس کو ع س ھ = ل∞ س ھ $\left(\frac{1}{۲^۲} - \frac{1}{م^۲}\right)$ لکھ سکتے ہیں -

= ت۱ - ت۲

جس میں ت۱ اور ت۲ توانائی کی معین اور متغیّر مقداریں ہیں -

انہیں امور کو پیش نظر رکھ کر بوہر (Bohr) نے طیفی خطوط کی توجیہ کے لیے اپنا مشہور نظریہ پیش کیا جس کا ہم عنقریب ذکر کرینگے -

اگرچہ طیفی سلسلے دیکھنے کو بہت ہی پیچیدہ ہوتے ہیں تاہم محققین نے محنت شاقہ کے بعد اُن کے لیے مصرحۂ بالا ضابطے دریافت کرکے ان کے اندر بہت کچھ سادگی و باقاعدگی ثابت کر دی - اس کے بعد یہ کوشش کی گئی کہ جوہر کے بعض واضح خواص کے ساتھ ان سلسلوں کا ربط دریافت کیا جائے - مثلاً یہ کہ وزن جوہر، جوہری عدد یا جوہری حجم کے ساتھ ان کا کیا تعلق ہے -

بدیں غرض جب جوہری عدد یا جوہری حجم کے لحاظ سے طیفی سلسلوں کے استدقاقی موج عددوں کی ترسیمیں کھینچی گئیں تو ان میں کوئی خاص باقاعدگی نہیں پائی گئی - لیکن علاوہ اس امر کے قلوی دھاتوں کے طیوف میں دوہرے خط ہوتے ہیں اور جدول ادوار میں ان کے بعد کو آنے والے گروہ کے عناصر کے طیوف میں تہرے اور اکہرے خط ہوتے ہیں - یہ بھی دریافت ہوا کہ جب

دوہرے یا تہرے خطوط کے اجزائے ترکیبی کے موج عددوں کے تفاوتوں کا جذرالمربع عنصر متعلقہ کے جوہری عددوں کے مقابلہ میں ترسیم کی شکل میں کھینچا جاتا ہے تو تقریباً سیدھے خطوط حاصل ہوتے ہیں، یعنے متناظر دوہرے یا تہرے خطوط کے موج عددوں کے تفاوتوں کا جذرالمربع عنصر متعلقہ کے جوہری عدد کے متناسب ہے۔

ہم نے دیکھا ہے کہ تمام عناصر کے طیفی سلسلوں کے ضابطے ایک ہی نوعیت کے ہوتے ہیں جن کو ہم

$$\text{ع} = \frac{\text{ل}_\infty}{(\text{م}_1 + \text{ک}_1)^2} - \frac{\text{ل}_\infty}{(\text{م}_2 + \text{ک}_2)^2}$$

لکھ سکتے ہیں۔

اس ضابطہ میں ع موج عدد ہے اور م_1، م_2 صحیح عدد ہیں۔ طیفی سلسلہ میں جیسے جیسے خط کا رتبہ بڑھتا جاتا ہے ویسے ہی م_2 کی قیمت میں اضافہ ہوتا ہے۔ ک_1، ک_2 کسور اعشاریہ ہیں۔ واضح ہے کہ م_2 کی ترقی کے ساتھ اس کے متعلقہ ک_2 کی اہمیت میں جلد جلد انحطاط واقع ہوتا ہے اور اس لیے ضابطہ کی یہ رقم ہائیڈروجن کے بامر والے ضابطہ کی رقم کے مماثل تر ہوتی جاتی ہے۔ بالفاظ دیگر م کی بڑی قیمتوں کے لیے جملہ عناصر کے طیفی سلسلوں کے ضابطہ کی رقمیں علی الخصوص ہائیڈروجن کے ضابطہ کی رقموں کے ساتھ زیادہ مشابہ ہوتی جاتی ہیں۔ کیونکہ بامر والے ضابطہ میں ک_1، ک_2 ناقابل لحاظ کسور اعشاریہ ہیں۔

ازدیادی یا اثراری خطوط۔ اگر کسی عنصر کی گیس یا بخار میں سے مکثفہ کے ذریعہ بڑے تفاوت قوہ کا برقی اخراج جاری کیا جائے تو بہت سے عناصر کے طیوف میں مزید خط مشاہدہ ہوتے ہیں۔ ان کے لیے سر نارمن لوک یر (Lockyer) نے Enhanced lines نام تجویز کیا تھا۔ ہم ان کو ازدیادی خطوط کہینگے۔

اگر یہ ازدیادی خطوط ہیلیئم کے طیف سے متعلق ہیں تو ان کی ترتیب ہائیڈروجن کے طیفی سلسلوں کے خطوط کی ترتیب کے مشابہ ہوتی ہے۔ اور ان کا ضابطہ $\text{ع} = 4\,\text{ل}_{He}\left(\frac{1}{\text{م}_1^2} - \frac{1}{\text{م}_2^2}\right)$ ہوتا ہے جن میں ل_{He} کی قیمت

(فاولر کی رپورٹ کے بموجب) ۲۲ ر ۲۳ ، ۱۹۲۷ ستمبر ہے۔ اسی طرح قلوی مٹیوں والی دھاتوں کے شرارئی یا ازدیادی طیوف جدولِ ادوار میں ان سے عین پیشتر آنے والے عناصر (قلوی دھاتوں) کے معمولی یعنے قوسی (arc) طیوف کے مشابہ ہوتے ہیں۔ یعنے بجائے تہرے اور اکہرے خطوں پر مشتمل ہونے کے دوہرے خطوں پر مشتمل ہوتے ہیں۔ اور ان کے ضابطہ میں بجائے ی کے ۴ی استعمال ہوتا ہے۔

ہم آگے چل کر دیکھینگے کہ شرارہ کے عمل سے گیس یا بخار ایونائز ہوجاتی ہے یعنے اس کے جوہر سے ایک برقیہ نکال پھینکا جاتا ہے۔ اس وجہ سے اس کا ازدیادی طیف جدولِ ادوار میں اس سے عین پہلے آنے والے گروہ کے جوہر کے قوسی طیف کے مشابہ ہوتا ہے۔

طیفی سلسلوں کے متعلق نیلز بوہر (Niels Bohr) کا نظریہ

ہائیڈروجن کا طیفی سلسلہ بوہر نے رُدرفرڈ (Rutherford) کے نظریہ کے بموجب جوہر کے مرکزہ (نیوکلیس Nucleus) پر تقریباً تمام کمیت کو مرتکز مان کر فرض کیا کہ اس مرکز کے گرد جوہر کے بیرونی برقیے اپنے اپنے مداروں میں حرکت کرتے ہیں ایسا ہی جیسا کہ نظامِ شمسی میں آفتاب کے گرد سیّارے۔ چونکہ ہائیڈروجن کا صرف ایک ہی برقیہ ہے۔ ہائیڈروجن کے جوہر کی ساخت سادہ ترین متصور ہوتی ہے اور اس لیے بوہر کا نظریہ ہائیڈروجن کے طیفی سلسلوں کے لیے نہایت کامیاب ثابت ہوا۔ عناصر کی جدولِ ادوار میں دوسرے جواہر کا جس ترتیب کے ساتھ مقام واقع ہوتا ہے اُسی کے بموجب ان جواہر کے بیرونی برقیوں کی تعداد مشخص ہوتی ہے۔ چنانچہ ہیلیم کے طبعی جوہر کے دو برقیے ہیں اور لیتھیم کے تین وغیرہ وغیرہ۔ عامل ذرّات کی تعداد جہاں دو سے بڑھ گئی تو حسابی پیچیدگیاں اور دقتیں انتہا درجہ بڑھ جاتی ہیں اس لیے بوہر کے نظریہ کو ان جواہر کے طیفی سلسلوں کی توجیہ میں محض تقریبی کامیابی حاصل ہوسکی۔ لیکن ہیلیم کے جوہر کا ایک برقیہ جب روانیت کی وجہ سے خارج ہوجاتا ہے اور لیتھیم کے

جوہر کے دو برقیے خارج ہو جاتے ہیں تو یہ جواہر ہائیڈروجن کے جوہر کے مماثل بن جاتے ہیں اور پھر بوہر کا نظریہ ان پر بخوبی صادق آتا ہے۔

بوہر نے اپنے نظریہ میں ایک طرف تو نیوٹن (Newton) کے میکانی اصول استعمال کیے اور دوسری طرف نہ صرف اصولِ قدریہ (Quantum principles) ہی سے کام لیا بلکہ میکسول (Maxwell) کے برقی مقناطیسی نظریہ کے بعض مستند مستخرجات بلا تکلف نظر انداز کر دیے۔ چونکہ بوہر کے نظریہ کے نتائج تجربی نتائج سے عین منطبق ہوئے اس لیے باوجود ان صریح کمزوریوں کے اس نظریہ کو بڑی مقبولیت حاصل ہوئی۔

پہلے ہم برقیہ کے مدار کو دائری فرض کرتے ہیں اور مرکزہ کی کمیت کو برقیہ کی کمیت کے مقابلہ میں نا متناہی بڑی مانتے ہیں تاکہ مرکزہ کی گردشی حرکت کی ضرورت پیدا نہ ہو۔ فرض کرو کہ برقیہ کا برقی بار - بہ ہے اور مرکز کا بار + ب۔ دائرہ کا نصف قطر ص تو مرکزہ برقیہ کو اپنی طرف قوت $\frac{بہ\ ب}{ص^۲}$ سے کھینچتا ہے۔ چونکہ یہ فرض کیا جاتا ہے کہ برقیہ دائری مدار میں خطی رفتار ر کے ساتھ حرکت کرتا ہے اس لیے اگر اس کی کمیت کہ مانی جائے تو مرکز گریز قوت $\frac{کہ\ ر^۲}{ص}$ ہوگی اور

$$\frac{بہ\ ب}{ص^۲} = \frac{کہ\ ر^۲}{ص}$$

برقی مقناطیسی نظریہ کے بموجب برقیہ کی اس دائری حرکت سے (جس میں مرکز کی جانب مسلسل اسراع واقع ہوتا ہے) اشعاع کا ہونا لازمی ہے جس کی وجہ سے مرکزہ کی توانائی میں مسلسل کمی واقع ہوگی اور وہ بجائے ایک مستقل قطر کے دائرہ میں حرکت کرنے کے ایک لولبی مدار میں حرکت کریگا اور بالآخر ترقی رفتار کے ساتھ مرکزہ کے مثبت بار سے مل کر ناپید ہو جائیگا۔ بوہر نے بڑی جسارت برقی مقناطیسی نظریہ کے اس نتیجہ کو قطعاً نظر انداز کر کے فرض کیا کہ جب تک برقیہ ایک ہی مدار میں حرکت کرتا ہے اس سے اشعاع نہیں ہوتا۔ اشعاع توانائی کے لیے اس نے یہ نظریہ پیش کیا کہ برقیہ جب بیرونی مبدائے توانائی (شعلہ یا برقی قوس

یا برقی اخراج) سے توانائی جذب کرتا ہے تو اپنے طبعی مدار کو چھوڑ کر زیادہ بڑے قطر کے مدار میں حرکت کرنے لگتا ہے اور جب سبدار کا عمل موقوف ہوتا ہے تو اپنے طبعی مدار میں اُتر پڑتا ہے اور اترتے اترتے ایک خاص طیفی خط سے متعلق مقدارِ توانائی خارج کرتا ہے۔ اصول قدریہ کی متابعت میں بوہر یہ مانتا ہے کہ برقیوں کے مداروں کے قطر قدری اعداد ہی کے لحاظ سے مشخص ہو سکتے ہیں یعنے ان کی حرکت صرف خاص خاص مداروں میں ممکن ہے۔ ایک واضح دقّت جس کو بوہر کا نظریہ کسی طرح سے رفع نہیں کرسکتا یہ ہے کہ ایک مدار سے دوسرے مدار میں برقیہ کیونکر منتقل ہوتا ہے اور اس وقت اس پر کیا گزرتی ہے۔

اِس نظریہ میں قدری اصول کے اطلاق کی تفہیم کے لیے ہمیں پلانک (Planck) کے نظریۂ قدریہ سے مدد لینی ہوگی اور ہیئتی تکمّل (Phase Integral) کا تصور پیش کرنا ہوگا۔

فرض کرو کہ ک کمیت کا ایک ذرّہ ایک خطِ مستقیم میں ایک نقطہ کے گرد سادہ موسیقی حرکت کرتا ہے۔ کسی آن میں اِس ذرّہ کا نقلِ مکان یا ہٹاؤ مرکزی نقطہ سے لا = ط جب ۲π نہ و ہے

جس میں ط حیطۂ اہتزاز ہے، نہ تعددِ اہتزاز اور و وقت ہے جو مرکزی نقطہ میں سے ذرّہ کے گزرنے کی آن سے شمار کیا جاتا ہے۔ اس ذرّہ کو ہم پلانک کے خطی مہتزز (Oscillator) کا مشابہ تصور کرکے قدری اصول کے بموجب فرض کرسکتے ہیں کہ اس کی توانائی ا پلانک کے مستقل ھ اور تعددِ اہتزاز نہ کے حاصلِ ضرب کی ضعفوں کے مساوی ہیں یعنے

ا = ن ھ نہ (جس میں ن صحیح عدد ہے)

ذرّہ جب مرکزی نقطہ پر ہوتا ہے تو اس کی توانائی تمام کی تمام بالفعل ہوتی ہے اور اس لیے

ا = $\frac{1}{2}$ ک ر^{2}اعظم اور چونکہ رفتار ر = $\frac{\text{فرلا}}{\text{فرو}}$ = ۲π نہ ط جم ۲π نہ و لہذا

ر اعظم = ۲π نہ ط ∴ ا = ۲π^{2} نہ^{2} ط^{2} ک

ذرّہ کا ہٹاؤ جب لا ہوتا ہے تو اس کا معیارِ حرکت

$$مح_{لا} = ک \frac{فرلا}{فرو} = ۲\pi\, نہ\, ط\, ک\, جم\, ۲\pi\, نہ\, و$$

اگر ہم ذرہ کے معیارِ حرکت $مح_{لا}$ کو معین اور اس کے نقلِ مکان یا ہٹاؤ کو فصلہ مان کر ترسیم کھینچیں تو

چونکہ $\frac{لا^۲}{ط^۲} = جب^۲\, ۲\pi\, نہ\, و$ اور $\frac{مح_{لا}^۲}{۴\pi^۲ نہ^۲ ط^۲ ک^۲} = جم^۲\, ۲\pi\, نہ\, و$

$$\therefore \frac{لا^۲}{ط^۲} = \frac{مح_{لا}^۲}{۴\pi^۲ نہ^۲ ط^۲ ک^۲}$$

یہ ایک قطع ناقص کی مساوات ہے جس کا نصف محورِ اعظم ط ہے اور نصف محورِ اقل $۲\pi\, نہ\, ک\, ط$ اس ناقص کا رقبہ

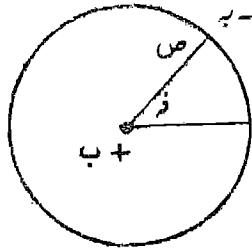
$\pi ط\, (۲\pi\, نہ\, ک\, ط) = ۲\pi^۲ نہ\, ط^۲ ک$ ہے

یعنے رقبہ $\oint مح_{لا}\, فرلا = \frac{۲\pi^۲ نہ^۲ ط^۲ ک}{نہ} = \frac{۱}{نہ} = \frac{ن\, ہ\, نہ}{نہ} = ن\, ہ$ ہے

واضح ہو کہ $\oint$ سے مراد پورے دور پر کا تکمل ہے۔ اور ن صحیح عدد ہے۔

پس تکمل $\oint مح_{لا}\, فرلا$ جب پورے دور پر محسوب کیا جاتا ہے تو اس کی قیمت پلانک کے عالمگیر مستقل ہ کے صحیح عددی ضعفوں کے مساوی ہوتی ہے۔ ایسی تکمل کو ہیئتی تکمل کہتے ہیں۔

اب ہم اس مساوات کا اطلاق بور کے نظریہ میں ایک برقیہ کی حرکت پر کرتے ہیں جو مرکزہ کے گرد یکساں دائری رفتار کے ساتھ حرکت کرتا ہے۔ ملاحظہ ہو شکل ۶۲۔ حرکت کی مناسبت کے لحاظ سے ذرّہ کے محدد زاویہ فہ اور زاویئی معیارِ حرکت $مح_{فہ}$ ہونگے۔

$مح_{فہ} = ک\, ص\, سہ(ص)$ جس میں

شکل ۶۲

ک ذرہ کی کمیت سہ اس کی زاویئی رفتار اور ص دائرہ کا نصف قطر ہے۔

پس مح ف = ک ص۲ سہ یعنے دائرہ کے مرکز کے گرد ذرہ کے جمود کا معیار اثر مضروب زاویئی رفتار ہے۔

∴ ہیئتی تکمل ≡ ∮ مح ف ذ ف = ن ھ

چونکہ زاویئی رفتار سہ مستقل مانی گئی ہے لہذا مح ف بھی مستقل ہے۔

پس ہیئتی تکمل = مح ف ∮ ذ ف = ۲π مح ف = ن ھ

اور اس لیے مح ف = ن ھ / ۲π

یہ ایک اہم رابطہ ہے جو پلانک کے قدری مفروضہ یعنے توانائی ا = ن ھ ن سے مدد لے کر حاصل کیا گیا ہے۔

میکانیات کے عام کلیوں کا اطلاق کر کے بوہر نے برقیہ اور مرکزہ کے نظام کے تعادل کے لیے مساوات

ب ب / ص۲ = ک ر۲ / ص

جیسا کہ ابھی ابھی بتایا گیا ہے۔

پس برقیہ کی توانائی بالفعل ت = ۱/۲ ک ر۲ = ب ب / ۲ص

اس کی توانائی بالقوہ (ق) کی تعیین کے لیے ہمیں برقی سکونیات سے معلوم ہے کہ مثبت نقطئی برقی بار ب کا قوہ اس سے فاصلہ ص پر = ب / ص

پس مرکزہ اور برقیہ کے نظام کی توانائی بالقوہ ق = − ب ب / ص ہے

اور اس لیے اس نظام کی حاصل مجموعی توانائی

ا = ت + ق = ب ب / ۲ص − ب ب / ص = − ب ب / ۲ص

ہیئتی تکمل کے تخیل سے

$$\text{حج}_{\text{ہ}} = \text{ک ص}^{۲}\,\text{سہ} = \text{ن}\,\frac{\text{ہ}}{۲\pi} \qquad \text{اور سہ} = \frac{\text{ن ہ}}{۲\pi\,\text{ک ص}^{۲}}$$

$$\text{پس چونکہ}\quad \frac{۱}{۲}\,\text{ک ر}^{۲} = \frac{۱}{۲}\,\text{ک سہ}^{۲}\,\text{ص}^{۲} = \frac{\text{بہ ب}}{۲\,\text{ص}}$$

ان دونوں مساواتوں کے ذریعہ سہ کو ساقط کرنے سے

$$\frac{\text{بہ ب}}{۲\,\text{ص}} = \frac{۱}{۲}\,\text{ک ص}^{۲}\,\frac{\text{ن}^{۲}\,\text{ہ}^{۲}}{۴\pi^{۲}\,\text{ک}^{۲}\,\text{ص}^{۴}} \quad \therefore\ \text{ص} = \text{ن}^{۲}\,\frac{\text{ہ}^{۲}}{۴\pi^{۲}\,\text{ک بہ ب}}$$

جس سے ظاہر ہوتا ہے کہ ہائیڈروجن کے جوہر میں برقیہ صرف اُن مداروں میں حرکت کرسکتا ہے جو صحیح اعداد ۱، ۲، ۳، ......، وغیرہ کے مربعوں کے متناسب ہیں۔

چونکہ ہائیڈروجن کے لیے $\text{بہ} = \text{ب} = ۴٫۷۷ \times ۱۰^{-۱۰}$ برقی سکونی اکائیاں (ب، س، ا) اور $\text{ک} = ۹ \times ۱۰^{-۲۸}$ گرام اور $\text{ہ} = ۶٫۵۵ \times ۱۰^{-۲۷}$ ارگ ثانیہ

پس ہائیڈروجن کے جوہر میں برقیہ کے سب سے چھوٹے مدار کا نصف قطر $= ۰٫۵۳ \times ۱۰^{-۸}$ سمر ہے جوہر میں برقیہ کے ہر ایک مدار کے لحاظ سے اس کی ایک معین توانائی ا ہے جس کا ضابطہ

$$\text{ا} = -\frac{\text{بہ ب}}{۲\,\text{ص}} = -\frac{۲\pi^{۲}\,\text{ک بہ}^{۲}\,\text{ب}^{۲}}{\text{ن}^{۲}\,\text{ہ}^{۲}} \quad \text{ہے۔}$$

توانائی کے لیے جو جملہ حاصل ہوا ہے اس کی منفی علامت کی وجہ سے ن کی قیمت جیسے جیسے (صحیح عددوں میں) بڑھتی ہے ویسے ہی توانائی کی مطلق قیمت بھی بڑھتی ہے۔ پس جوہر کی اس توانائی کی اقل قیمت (جو صفر نہیں ہے) اُسی حالت میں ہوتی ہے جبکہ ن = ۱ اور برقیہ اپنے سب سے چھوٹے مدار میں اور اس لیے طبعی حالت میں حرکت کرتا ہے۔

اگر ن مدار سے متعلق توانائی $\text{ا}_{\text{ن}}$ لکھی جائے اور $\text{ن}_{۱}$ مدار سے متعلق $\text{ا}_{\text{ن}_{۱}}$ تو برقیہ جب ن مدار سے اُتر کر $\text{ن}_{۱}$ مدار میں جاتا ہے تو اس سے توانائی $\text{ا}_{\text{ن}} - \text{ا}_{\text{ن}_{۱}}$ خارج ہوتی ہے۔ بوہر نے اس طرح خارج

ہونے والی توانائی کے متعلق فرض کرلیا کہ وہ ایک خاص طیفی خط سے وابستہ ہے جو گیس کے طیف میں ظہور پذیر ہوتا ہے۔

اصول قدریہ کے لحاظ سے اس توانائی کو (ھ نہ) مان کر اس نے مندرجۂ ذیل نہایت ہی اہم مساوات حاصل کی۔

$$\text{ھ نہ} = \text{ا}_{\text{ن}_2} - \text{ا}_{\text{ن}_1} = -\frac{2\pi^2\,\text{ک}\,\text{بہ}^2\,\text{ب}^2}{\text{ھ}^2}\left(\frac{1}{\text{ن}_2^2} - \frac{1}{\text{ن}_1^2}\right)$$

پس خطِ مذکور کا تعددِ ارتعاش $\text{نہ} = \frac{2\pi^2\,\text{ک}\,\text{بہ}^2\,\text{ب}^2}{\text{ھ}^3}\left(\frac{1}{\text{ن}_1^2} - \frac{1}{\text{ن}_2^2}\right)$

واضح ہو کہ یہ مساوات رِڈبرگ اور رِٹس وغیرہ کے تجربی نتائج سے اخذ کی ہوئی مساواتوں کے عین مشابہ ہے۔ اس مساوات میں ایک دوسری بڑی خوبی یہ ہے کہ اس کے ذریعہ ہائیڈروجن کے رڈبرگ والے مستقل کی قیمت بھی آزادانہ طریقہ پر محسوب ہوسکتی ہے۔ چنانچہ ہائیڈروجن کے لیے چونکہ بہ اور ب مساوی ہیں اس لیے

$$\text{نہ} = \frac{2\pi^2\,\text{ک}\,\text{بہ}^4}{\text{ھ}^3}\left(\frac{1}{\text{ن}_1^2} - \frac{1}{\text{ن}_2^2}\right)$$

اگر بجائے تعدد کے موج عدد (ع) استعمال کی جائے تو

$$\text{ع} = \frac{2\pi^2\,\text{ک}\,\text{بہ}^4}{\text{سر}\,\text{ھ}^3}\left(\frac{1}{\text{ن}_1^2} - \frac{1}{\text{ن}_2^2}\right)$$ جس میں سر = رفتارِ نور

پس ہائیڈروجن کا رِڈبرگ والا مستقل

$$R_H = \frac{2\pi^2\,\text{ک}\,\text{بہ}^4}{\text{سر}\,\text{ھ}^3} = 109750\ \text{سمر}^{-1}$$

یہ قیمت طیف نمائی پیمائشوں سے حاصل کردہ قیمت ۱۰۹۶۷۸ سے ایک فی صد کے بیسویں حصہ ہی کی حد تک مختلف ہے جو بوہر (Bohr) کے نظریہ کی کامیابی کا بڑا ثبوت ہے۔ ہائیڈروجن کے طیفی خط کے موجِ عدد کے لیے چونکہ بوہر کا

نظری ضابطہ اور رڈبرگ کا تجربی ضابطہ دونوں مماثل ہیں اور دونوں کے مستقل بھی باہمدیگر مساوی ہیں اس لیے بوہر کے ضابطہ سے بامر، لائمان، پیشن اور بریکٹ کے جملہ سلسلوں کے طیفی خطوط کے موج عدد محسوب کر لیے جا سکتے ہیں۔ پس بوہر کے نظریہ کو ہائیڈروجن کے طیف کی توجیہ میں انتہائی کامیابی حاصل ہوئی۔ نظریہ کی اندرونی خامیوں کو ہم ان کامیابیوں کے مقابلہ میں نظر انداز کر سکتے ہیں۔ اگرچہ اس نظریہ سے یہ نہیں بتایا جا سکتا کہ برقیہ جب ایک مدار کو چھوڑ کر دوسرے مدار میں اتر آتا ہے تو وہ کس طرح اتر آتا ہے اور اس پر کیا گزرتی ہے۔ لیکن چونکہ جواہر کی تعداد کثیر ہوتی ہے وقت واحد میں ایک مدار سے دوسرے مدار میں منتقل ہونے والے برقیوں کی تعداد بھی بڑی ہوتی ہے اور اس لیے طیف کے جملہ خطوط باعتبارِ وقت مسلسل یعنی بلاوقفہ دکھائی دیتے ہیں۔ البتہ ان خطوط کی حدّتِ تنویر متعلقہ مداروں سے طبعی مدار میں منتقل ہونے والے برقیوں کی تعداد پر موقوف ہوگی۔ طیفی سلسلہ کے "سر" کے قریب کے خطوط پیدا کرنے والے برقیوں کی تعداد چونکہ نسبتاً کم ہوتی ہے اس لیے ان خطوط کی حدّت بھی بہت کم ہوتی ہے۔

ہیلیم کے شرارئی طیف (یا روانی ہیلیم کے طیف) کے خطوط کی توجیہہ۔

ہیلیم گیس کی خلائی نلی میں سے جب بڑی حدّت کے برقی شرارے گزرتے ہیں تو اس کے بھی کئی طیفی سلسلے مشاہدہ ہوتے ہیں جن کے موجِ عددوں کا ضابطہ

$$ع \text{ یا } ئ = ۴\, ر_{He} \left(\frac{1}{ن_۱^۲} - \frac{1}{ن_۲^۲} \right)$$

ایک سلسلہ کے لیے $ن_۱$ کی قیمت ۲ ہے دوسرے کے لیے ۳ اور تیسرے کے لیے ۴ اور ان کے متناظر $ن_۲$ کی قیمتیں علی الترتیب ۳، ۴، ۵، وغیرہ ۴، ۵، ۶ وغیرہ اور ۵، ۶، ۷ وغیرہ ہوتی ہیں۔ پہلا سلسلہ ہیلیم کا لائمان والا

کہلاتا ہے' دوسرا فاؤلر کے نام سے منسوب ہے اور تیسرا پکرنگ (Pickering) کے نام سے۔

واضح ہو کہ طیفی ہیلیم کے طیفی سلسلے روانی ہیلیم کے طیفی سلسلوں سے بالکل مختلف ہیں۔ قبل اس کے کہ فاؤلر نے تجربہ خانہ میں روانی ہیلیم کے طیفی خطوط کی پیمائش کی تھی پکرنگ نے صورتِ سماوی سکّان (Puppis) کے ظہ (ξ) ستارہ کے طیف میں چند ایسے خطوط مطالعہ کیے جو ہائیڈروجن کے باہر والے سلسلے کے "سر" ہی کی طرف مستدق ہوتے نظر آئے۔ رِڈبرگ نے ان کو ہائیڈروجن سے منسوب کیا اور بتایا کہ باہر والے ضابطہ میں جس میں ن$_1$ = ۲ اور ن$_2$ = ۳، ۴، ۵ .... اگر ن$_2$ کی عددی قیمتوں کے ساتھ ۰٫۵ کا اضافہ کر دیا جائے تو ξ Puppis (ظہ سکّان) ستارہ کے طیف کے بعض خطوط اس ضابطہ کے خطوط سے منطبق ہو جاتے ہیں۔ چنانچہ اس لیے سر نارمن لوک یر (Sir Norman Lockyer) نے ان خطوط کو پروٹو ہائیڈروجن (Proto H) کے خطوط قرار دیا اور بعض لوگوں نے فرض کیا کہ یہ خطوط کو سمک ہائیڈروجن (Cosmic H) سے متعلق ہیں۔

چونکہ ضابطہ $ع = ر_H \left(\frac{1}{۲^۲} - \frac{1}{۳٫۵^۲} \right) = ۴ ر_H \left(\frac{1}{۴^۲} - \frac{1}{۷^۲} \right)$

$$ر_H \left(\frac{1}{۲^۲} - \frac{1}{۴٫۵^۲} \right) = ۴ ر_H \left(\frac{1}{۴^۲} - \frac{1}{۹^۲} \right)$$

. . . .

اس لیے صاف ظاہر ہے کہ یہ خطوط در اصل روانی ہیلیم کے پکرنگ والے سلسلہ سے متعلق ہیں۔ اگر $ر_{He}$ کی قیمت $ر_H$ سے ذرا بھی مختلف نہ ہوتی تو روانی ہیلیم کے پکرنگ والے یہ خطوط ہائیڈروجن کے باہر والے محولۂ بالا خطوط سے عین منطبق ہو جاتے۔ $ر_{He}$ اور $ر_H$ کے اختلاف کی وجہ سے ان خطوط میں پورا انطباق نہیں ہوتا۔

فاؤلر نے اپنے تجربہ خانہ میں ہیلیم گیس کے (جس کے ساتھ

ہائیڈروجن کا نوٹ شامل تھا) شرارئی طیف کا مطالعہ کیا تو اس کو چند ایسے خطوط نظر آئے جن کے لیے ضابطہ

$$ع = ر_{H}\left(\frac{1}{(1.5)^2} - \frac{1}{ن_2^2}\right)$$ جس میں $ن_2$ = ۲، ۳، ۴ .... قریب قریب

صحیح پایا گیا- یہ ضابطہ $ع = ۴\, ر_{H}\left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{ن_2^2}\right)$ کے مماثل ہے جس میں $ن_2$ کی قیمتیں ۴، ۶، ۸ .... وغیرہ ہیں- ان خطوط کے علاوہ فاؤلر نے ہیلیم کے شرارئی طیف میں ایسے بھی خطوط پائے جن کے ساتھ ضابطہ

$$ع = ۴\, ر_{H}\left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{ن_2^2}\right)$$ جس میں $ن_2$ = ۵، ۷، ۹.... تقریباً

منطبق ہوتا تھا- اس لیے فاؤلر نے بھی دھوکے میں آکر ان سلسلوں کو ہائیڈروجن ہی سے منسوب کیا- اس کے بعد بوہر نے اپنے نظریہ سے ثابت کیا کہ ہیلیم کا جوہر جس کی کمیت ہائیڈروجن کی کمیت کی تقریباً ۴ گنی ہے اور جس کے دو بیرونی برقیے ہوتے ہیں اگر ان برقیوں میں سے ایک برقیہ زبردست برقی اخراج کے ذریعہ مرکزہ کے اثر کے باہر کر دیا جائے اور باقی ماندہ برقیہ مقررہ بیرونی مداروں میں سے اتر کر طبعی مداروں میں آجائے تو ان تمام طیفی سلسلوں کی توجیہ ہو جاتی ہے جو غلطی سے کوسماٹ وغیرہ ہائیڈروجن کے ساتھ منسوب کیے گئے بشرطیکہ $ر_{He}$ کی $ر_{H}$ کی صحیح قیمت درج کی جائے-

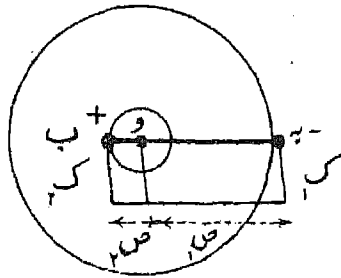
روانی ہیلیم کے لیے بوہر کا نظریہ ایسا ہی صحیح پایا جاتا ہے جیسا کہ ہائیڈروجن کے لیے- اس لیے کہ ضابطہ

$$ع = ۴\, ر_{He}\left(\frac{1}{ن_1^2} - \frac{1}{ن_2^2}\right)$$ میں اگر $ر_{He}$ کی صحیح قیمت درج

کی جائے تو لائمان، فاؤلر اور پکرنگ (Pickering) والے تینوں سلسلوں کے خطوط کے طولِ موج یا موج عدد کے لیے جو قیمتیں محسوب ہوتی ہیں تجربی نتائج سے بخوبی منطبق ہوتی ہیں- جیسا کہ قبل ازیں

بیان کیا گیا ہے۔

لائمان کے سلسلے کے لیے ن = ۲ فاؤلر کے لیے ن۱ = ۳ اور پکرنگ کے لیے ن۱ = ۴ واضح ہے کہ ان سلسلوں میں ن۲ کی قیمتیں ن۱ کی قیمتوں سے بقدر ۱ یا اس سے زائد صحیح اعداد کے بڑی ہونگی۔

لHe اور لH میں اختلاف کی وجہ یہ ہے کہ ہم نے بوہر کے نظریہ کو اس کی سادہ ترین شکل میں پیش کرکے مرکزہ کی کمیت کو برقیہ کی کمیت کے مقابلہ میں نامتناہی بڑا فرض کیا تھا۔ اب ہم مرکزہ کی حقیقی کمیت کو پیش نظر رکھ کر پہلے سے زیادہ صحیح جملے مستنبط کرینگے۔

شکل ۶۳

فرض کرو مرکزہ کی کمیت ک۲ اور اس کا برقی بار + ب ہے۔ یہ برقی بار + جعہ ب کے مساوی ہے جس میں جعہ عنصر کا جوہری عدد (Atomic number) یعنے مرکزہ کا حاصل مجموعی مثبت بار ہے اور - ب برقیہ کا منفی بار ہے۔ ک۱ برقیہ کی کمیت ہے اور - ب اس کا بار۔ مرکزہ اور برقیہ کا درمیانی فاصلہ حسب سابق ص مانا جاتا ہے لیکن چونکہ میکانیات کے اصول کے بموجب مرکزہ اور برقیہ دونوں اپنے مشترک مرکز ثقل و کے گرد مساوی زاویئی رفتار کے ساتھ گھومینگے اس لیے اگر و سے مرکزہ کا فاصلہ ص۲ اور برقیہ کا فاصلہ ص۱

مانا جائے تو $\text{ص} = \text{ص}_1 + \text{ص}_2$

اور $\text{ص}_1 = \text{ص}\,\dfrac{\text{ک}_2}{\text{ک}_2+\text{ک}_1}$ اور $\text{ص}_2 = \text{ص}\,\dfrac{\text{ک}_1}{\text{ک}_2+\text{ک}_1}$

اگر مشترک زاویئی رفتار سہ ہو اور مرکزہ کی خطی رفتار ر_2 اور برقیہ کی خطی رفتار ر_1 تو $\text{ر}_2 = \text{سہ}\,\text{ص}_2$ اور $\text{ر}_1 = \text{سہ}\,\text{ص}_1$

ازروئے کلیاتِ میکانیات $\dfrac{\text{بہ}\,\text{ب}}{\text{ص}^2} = \dfrac{\text{جعہ}\,\text{بہ}^2}{\text{ص}^2} = \dfrac{\text{ک}_2\,\text{ر}_2^2}{\text{ص}_2} = \dfrac{\text{ک}_1\,\text{ر}_1^2}{\text{ص}_1}$

پس مرکزہ اور ایک برقیہ والے اس جوہری نظام کی توانائی بالفعل

$$= \tfrac{1}{2}\text{ک}_2\,\text{ر}_2^2 + \tfrac{1}{2}\text{ک}_1\,\text{ر}_1^2$$

$$= \tfrac{1}{2}\text{ک}_2\,(\text{سہ}\,\text{ص}_2)^2 + \tfrac{1}{2}\text{ک}_1\,(\text{سہ}\,\text{ص}_1)^2$$

$$= \tfrac{1}{2}\text{ک}_2\,\text{سہ}^2\left(\frac{\text{ص}\,\text{ک}_1}{\text{ک}_2+\text{ک}_1}\right)^2 + \tfrac{1}{2}\text{ک}_1\,\text{سہ}^2\left(\frac{\text{ص}\,\text{ک}_2}{\text{ک}_2+\text{ک}_1}\right)^2$$

لیکن $\tfrac{1}{2}\text{ک}_2\,\text{ر}_2^2 = \dfrac{\text{جعہ}\,\text{بہ}^2}{2\,\text{ص}^2}\,\text{ص}_2$ اور $\tfrac{1}{2}\text{ک}_1\,\text{ر}_1^2 = \dfrac{\text{جعہ}\,\text{بہ}^2}{2\,\text{ص}^2}\,\text{ص}_1$

∴ نظام کی توانائی بالفعل

$$= \frac{\text{جعہ}\,\text{بہ}^2}{2\,\text{ص}^2}(\text{ص}_2+\text{ص}_1) = \frac{\text{جعہ}\,\text{بہ}^2}{2\,\text{ص}^2}\,\text{ص}$$

$$= \frac{\text{جعہ}\,\text{بہ}^2}{2\,\text{ص}} = \tfrac{1}{2}(\text{سہ}\,\text{ص})^2\,\frac{(\text{ک}_2\text{ک}_1^2+\text{ک}_1\text{ک}_2^2)}{(\text{ک}_2+\text{ک}_1)^2}$$

$$\therefore\ \frac{\text{جعہ}\,\text{بہ}^2}{2\,\text{ص}} = \tfrac{1}{2}(\text{سہ}\,\text{ص})^2\left(\frac{\text{ک}_2\text{ک}_1}{\text{ک}_2+\text{ک}_1}\right)$$

چونکہ توانائی بالقوہ $= \dfrac{-\text{جعہ}\,\text{بہ}^2}{\text{ص}}$

اس لیے حاصل مجموعی توانائی $= \dfrac{\text{جعہ}\,\text{بہ}^2}{2\,\text{ص}} - \dfrac{\text{جعہ}\,\text{بہ}^2}{\text{ص}} = -\dfrac{\text{جعہ}\,\text{بہ}^2}{2\,\text{ص}}$

$$= -\frac{1}{2}\left(\text{سہ ص}\right)^2 \left(\frac{\text{ک}_1 \text{ک}_2}{\text{ک}_1 + \text{ک}_2}\right)$$

پس موج عدد ع $= \frac{2\pi^2 \,\text{جعہ}^2\, \text{ب}^4}{\text{ر}\,\text{ھ}^3}\left(\frac{\text{ک}_1 \text{ک}_2}{\text{ک}_1 + \text{ک}_2}\right)\left(\frac{1}{\text{ن}_1^2} - \frac{1}{\text{ن}_2^2}\right)$

چونکہ $\frac{\text{ک}_{He}}{\text{ک}_H} = \frac{\text{وزن جوہر ہیلیم}}{\text{وزن جوہر ہائیڈروجن}}$ صحت کے کافی بڑے درجہ تک $= \frac{4.0022}{1.00777}$

اس لیے $\frac{\text{ک}_{He}}{\text{ک}_H} = 3.9717$

چونکہ ہیلیم کے لیے جعہ کی قیمت $= 2$

لہذا ع $\equiv$ موج عدد $= 4\, \frac{2\pi^2 \text{ک}_1 \text{ب}^4}{\text{ر}\,\text{ھ}^3}\, \frac{\text{ک}_2}{\text{ک}_1 + \text{ک}_2}\left(\frac{1}{\text{ن}_1^2} - \frac{1}{\text{ن}_2^2}\right)$

پس ہیلیم کے لیے رِڈبرگ والا مستقل $\text{ر}_{He} = \frac{2\pi^2 \text{ک}_1 \text{ب}^4}{\text{ر}\,\text{ھ}^3}\, \frac{\text{ک}_{He}}{\text{ک}_1 + \text{ک}_{He}}$

اور ہائیڈروجن کے لیے رِڈبرگ والا مستقل $\text{ر}_H = \frac{2\pi^2 \text{ک}_1 \text{ب}^4}{\text{ر}\,\text{ھ}^3}\, \frac{\text{ک}_H}{\text{ک}_1 + \text{ک}_H}$

$$\therefore \frac{\text{ر}_{He}}{\text{ر}_H} = \frac{\frac{\text{ک}_1}{\text{ک}_H} + 1}{\frac{\text{ک}_1}{\text{ک}_{He}} + 1} = \frac{\frac{\text{ک}_1}{\text{ک}_H} + 1}{\frac{\text{ک}_1}{3.9717\,\text{ک}_H} + 1}$$

لیکن $\frac{\text{ر}_{He}}{\text{ر}_H} = \frac{109722.40}{109677.59}$ پس طیف نمائی طریقوں ہی سے برقیہ اور جوہر ہائیڈروجن کی کمیتوں میں نسبت معلوم ہوسکتی ہے۔

اس طرح $\frac{\text{ک}_1}{\text{ک}_H}$ کی قیمت $\frac{1}{1839}$ دریافت ہوئی ہے جو دوسرے طریقوں سے دریافت کی ہوئی قیمتوں سے بہت کم مختلف ہے۔

اگر جوہری عدد جعہ کے عنصر کے لیے رِڈبرگ والا مستقل $\text{ر}_{\text{جعہ}}$ لکھا جائے

اور اس کے مرکزہ کی کمیت کجعہ تو

$$ر_{جعہ} = \frac{۲ \pi^۲ ک_۱ ب^۴}{ہ^۳ س} \cdot \frac{۱}{۱ + \frac{ک_۱}{ک_{جعہ}}}$$

پس برقیہ کے بالمقابل انتہائی کمیت والے مرکزہ کے لیے $\frac{ک_۱}{ک_{جعہ}}$ = صفر اور

$$ری = \frac{۲ \pi^۲ ک_۱ ب^۴}{ہ^۳ س}$$

اگرچہ مندرجۂ بالا مساوات میں ک، ب، س اور ہ کی معلوم کردہ قیمتیں تعویض کرکے ری کی قیمت محسوب کی جا سکتی ہے لیکن اگر اس کی تعیین میں طیف نمائی پیمائشوں کی اعلیٰ درجہ کی صحت مطلوب ہو تو اس سے اوپر والی مساوات میں طیف نمائی ذرائع سے کسی عنصر مثلاً ہائیڈروجن کے لیے رجعہ اور $\frac{ک_۱}{ک_{جعہ}}$ کی دریافت کی ہوئی قیمتیں درج کرکے ری کی قیمت معلوم کر سکتے ہیں۔ چنانچہ اس طرح اس کی قیمت ۱۰۹۷۳۷٫۴۲ سمر$^{-۱}$ محسوب ہوئی ہے۔ اس کی مدد سے ہم کسی بھی جوہری عدد والے عنصر کا رِڈبرگ والا مستقل دریافت کر سکتے ہیں۔

بوہر کے نظریہ سے چونکہ طیفی خطوط کے تعدد ارتعاش اور موج عدد کے جملوں کی شکل بعینہٖ رِڈبرگ اور رِٹس والے جملوں کے مماثل حاصل ہوتی ہے اس لیے نظریہ مذکور سے رِڈبرگ، شوسٹر والے کلیہ اور "اجتماعی خطوط" کی بھی بآسانی توجیہ ہو جاتی ہے۔

چونکہ بوہر کے نظریہ سے ہائیڈروجن اور روانی ہیلیم (یا دوہرے روانی لیتھیم) کے لیے طیفی خطوط کے موج عددوں کا ضابطہ

$$ع = جعہ^۲ ر_{جعہ} \left(\frac{۱}{ن_۱^۲} - \frac{۱}{ن_۲^۲} \right) ہے۔$$

اور ہائیڈروجن کے لیے جعہ کی قیمت اکائی ہے، اس لیے

$$ع = ر_H \left(\frac{۱}{ن_۱^۲} - \frac{۱}{ن_۲^۲} \right)$$

بامر والے سلسلہ کا استدقاقی موجِ عدد $ر_H\left(\frac{1}{2^2}-\frac{1}{\infty}\right) = ر_H\left(\frac{1}{2^2}\right)$ ہے

لائمان " " " $ر_H\left(\frac{1}{1^2}-\frac{1}{\infty}\right) = ر_H\left(\frac{1}{1^2}\right)$ ہے

اور پیشن " " " $ر_H\left(\frac{1}{3^2}-\frac{1}{\infty}\right) = ر_H\left(\frac{1}{3^2}\right)$ ہے

پس لائمان اور بامر والے سلسلوں کے استدقاقی موجِ عددوں کا تفاوت

$$= ر_H\left(\frac{1}{1^2}-\frac{1}{2^2}\right)$$

= لائمان والے سلسلہ کے پہلے طیفی خط کا موج عدد

اس طرح بامر اور پیشن والے سلسلوں کے استدقاقی موج عددوں کا تفاوت

$$= ر_H\left(\frac{1}{2^2}-\frac{1}{3^2}\right)$$

= بامر والے سلسلہ کے پہلے طیفی خط کا موج عدد

ان روابط پر غور کرنے سے معلوم ہوگا کہ رڈبرگ، شوسٹر والا کلیہ جس کا ذکر اس باب کے ابتدا میں آچکا ہے مصرحۂ بالا روابط کو تعمیمی شکل میں ظاہر کرتا ہے۔

اجتماعی خطوط کی توجیہ میں ہم بامر والے سلسلہ کے دوسرے اور چوتھے خط کے موج عددوں کو پیش کر سکتے ہیں۔ چنانچہ

اس سلسلے کے چوتھے خط کا موجِ عدد $= ر_H\left(\frac{1}{2^2}-\frac{1}{6^2}\right)$

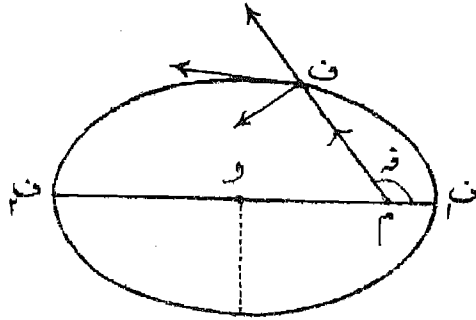
اور " " دوسرے " " $= ر_H\left(\frac{1}{2^2}-\frac{1}{4^2}\right)$

ان کا تفاوت $= ر_H\left(\frac{1}{4^2}-\frac{1}{6^2}\right)$

جو بریکٹ والے سلسلے کے دوسرے خط کا موج عدد ہے۔ پس بامر والے سلسلہ کے

چوتھے اور دوسرے خطوں کے موج عددوں کا تفاوت بریکٹ والے سلسلہ کے دوسرے خط کے موج عدد کے مساوی ہے ۔

میکانی اصول کے لحاظ سے بوہر کے نظریہ میں برقیہ کا مدار نہ صرف دائری ہو سکتا ہے بلکہ ناقصی بھی - ایسی صورت میں مرکزہ قطع ناقص کے ایک ماسکہ پر واقع ہوگا۔ ہم سومر فلڈ (Sommerfeld) کا طریقۂ عمل اختیار کر کے بتائینگے کہ برقیہ جب ناقص مدار میں حرکت کرتا ہے تو قدری اعداد (Quantum numbers) کے تصور میں کیا توسیع واقع ہوتی ہے ۔

شکل ۶۴ میں فرض کرو کہ برقیہ قطع ناقص ف۱ ف ف۲ میں حرکت کرتا ہے اور مرکزہ مدار کے ماسکہ م پر واقع ہے۔ و مدار کا مرکز ہے ۔

شکل ۶۴

و ف۱ = و ف۲ مدار کا نصف محورِ اعظم ا ہے اور اس کا نصف محورِ اقل ب ہے ۔ فاصلہ و م = ج اور ناقص کا خروج المرکز = $\frac{ج}{ا}$ برقیہ کے مقابلہ میں مرکزہ کی کمیت بنظرِ سہولت بہت بڑی مانی جاتی ہے ۔ جب برقیہ اپنے مدار میں کسی مقام ف پر واقع ہوتا ہے تو فرض کرو کہ اس کے قطبی محدد ص اور فہ ہوتے ہیں ۔ شکلِ بالا میں طول م ف = ص اور زاویہ ف۱ م ف = فہ

کسی وقت بھی برقیہ کی حرکت مدار کے خطِ مماس کی سمت میں ہوگی - اس کی خطی رفتار (ر) کو ہم دو اجزائے ترکیبی میں تحلیل کرسکتے ہیں - م ف کی سمت میں رفتار کا جو جزو ہوگا اس کو ہم نیم قطری جزو کہینگے اور وہ فرر/فرو ہے - م ف کے علی القوائم سمت میں رفتار کا جزو ص فرفہ/فرو ہے - ان دو اجزاء کے متناظر برقیہ کے دو معیارِ حرکت ہیں -

جس میں ک برقیہ کی کمیت ہے -

$$\left.\begin{array}{ll} \text{نیم قطری معیارِ حرکت} & \text{مح}_{\text{ص}} = \text{ک}\,\dfrac{\text{فرص}}{\text{فرو}} \\ \text{اور زاویئی معیارِ حرکت} & \text{مح}_{\text{فہ}} = \text{ک}\,\text{ص}^2\,\dfrac{\text{فرفہ}}{\text{فرو}} \end{array}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

نیم قطری معیارِ حرکت مح ص برقیہ کی دَوری حرکت میں مسلسل بدلتا رہتا ہے نقطہ ف پر اس کی قیمت صفر ہے پھر وہ بڑھتے بڑھتے اعظم ہوجاتا ہے اور اس کے بعد گھٹتے گھٹتے ف پر پھر صفر ہوجاتا ہے - بوہر کی تقلید میں پہلے ہی سے فرض کرلیا گیا ہے کہ برقیہ جب تک ایک ہی دَور میں گھومتا ہے اس سے اشعاع واقع نہیں ہوتا - مزید براں سردست ہم سہولت کی خاطر یہ بھی فرض کرلینگے کہ برقیہ کی کمیت میں اس کی مداری رفتار کے تغیر/تبدل سے کوئی فرق نہیں آتا یعنی سردست ہم مسئلۂ اضافیت کا اطلاق ملتوی کرتے ہیں - لیکن چونکہ برقیہ پر قوت ہمیشہ ماسکہ م کی جانب عمل کرتی ہے اس لیے اس کا کوئی جزوِ تحلیلی نیم قطر سمتی کے علی القوائم نہیں ہوتا ہے - اس لیے مح فہ کی قیمت مستقل ہوگی -

سوھر فلاٹ کا مفروضہ ہے کہ نیم قطری معیارِ حرکت (مح ص) اور زاویئی معیارِ حرکت (مح فہ) دونوں پر ہیئتی تکمیل عائد کیا جاسکتا ہے یعنے

$$\oint \text{مح}_{\text{فہ}}\ \text{فرفہ} = \text{ن}_{\text{فہ}}\ \text{ھ} \quad \text{اور} \quad \oint \text{مح}_{\text{ص}}\ \text{فرص} = \text{ن}_{\text{ص}}\ \text{ھ}$$

ان میں سے ن فہ السمتی یا زاویئی (Azimuthal or Angular) قدری عدد کہلاتا ہے اور ن ص نیم قطری قدری عدد - جوہر کی حالت کا تعین اگر مجموعی قدری عدد (ن) سے ہوتا ہے تو $\text{ن} = \text{ن}_{\text{فہ}} + \text{ن}_{\text{ص}}$

دائری مدار کی صورت میں ن~ص~ = ۰ اس لیے کہ دائری حرکت میں قطر مستقل ہونے کی وجہ سے نیم قطری معیارِ حرکت صفر ہے۔ واضح ہو کہ ن~فہ~ اور ن~ص~ دونوں اپنی جداگانہ حیثیت سے صحیح اعداد ہیں۔
مساواتوں (۱) کی رُو سے

∮ک ص^۲^ (فرفہ/فرو) فرفہ = ن~فہ~ ھ اور ∮ک (فرص/فرو) فرص = ن~ص~ ھ .... (۲)

چونکہ مح~فہ~ مستقل ہے ک ص^۲^ (فرفہ/فرو) مستقل ہے اور اس لیے مساواتوں (۲) میں سے پہلی مساوات کو فوراً تکمل کر سکتے ہیں چنانچہ

۲ π مح~فہ~ = ن~فہ~ ھ ∴ مح~فہ~ = ن~فہ~ (ھ/۲π) ..... (۳)

(۲) کی دوسری مساوات کا تکمل کسی قدر طویل ہے۔ اس لیے کہ اس میں دو متغیر ص اور (فرص/فرو) ہیں۔ ہم ان دونوں کو فہ کی رقموں میں ظاہر کریں گے۔
چونکہ ناقص کی قطبی مساوات سے

ص (۱ + ز جم فہ) = ا (۱ - ز^۲^) .... (۴)

جس میں ز = ناقص کا خروج المرکز اور ا = اس کا نصف محورِ اعظم اور واضح ہو کہ ز = √((ا^۲^ - ب^۲^)/ا^۲^) جس میں ب = نصف محورِ اقل = ا (۱ - ز^۲^)^½^
مساوات (۴) کو تفرق کرنے سے

(فرص/فرفہ) (۱ + ز جم فہ) - ص ز جب فہ = ۰

∴ (۱/ص) (فرص/فرفہ) = (ز جب فہ)/(۱ + ز جم فہ) .... (۵)

مساواتوں (۱) سے (مح~ص~/مح~فہ~) = (فرص/فرو)/(ص^۲^ فرفہ/فرو) ∴ مح~ص~ = مح~فہ~ (۱/ص^۲^) (فرص/فرفہ) .... (۶)

اور $\text{فرص} = \frac{\text{فرص}}{\text{فرفہ}}\ \text{فرفہ}$ ۔ پس ان قیمتوں کو (۲) کی دوسری مساوات میں درج کرنے سے

$$\oint \text{مح}_{\text{فہ}} \frac{1}{\text{ص}^2} \frac{\text{فرص}}{\text{فرفہ}}\ \text{فرفہ} = \text{ن}_{\text{ص}}\, h$$

$$\text{مح}_{\text{فہ}} \oint \left(\frac{1}{\text{ص}} \frac{\text{فرص}}{\text{فرفہ}}\right)^2 \text{فرفہ} = \text{ن}_{\text{ص}}\, h \quad \ldots\ldots (۷)$$

پس از روئے مساوات (۳) و (۵)

$$\frac{\text{ز}^2}{۲\pi} \oint \frac{\text{جب}^2\,\text{فہ}}{(۱+\text{زجم فہ})^2}\ \text{فرفہ} = \frac{\text{ن}_{\text{ص}}}{\text{ن}_{\text{فہ}}} \quad \ldots (۸)$$

اس تکمل میں صرف ایک ہی متغیر فہ ہے۔ اس لیے ہم اس کا تکمل بالحصص انجام دینگے

چونکہ $\frac{\text{ن}_{\text{ص}}}{\text{ن}_{\text{فہ}}} = \frac{\text{ز}}{۲\pi} \oint (\text{جب فہ}) \left\{\frac{\text{زجب فہ}}{(۱+\text{زجم فہ})^2}\right\} \text{فرفہ}$

$$\therefore \frac{\text{ن}_{\text{ص}}}{\text{ن}_{\text{فہ}}} = \frac{\text{ز}}{۲\pi}\left[\frac{\text{جب فہ}}{۱+\text{زجم فہ}}\right]^{۲\pi} - \frac{\text{ز}}{۲\pi}\int^{۲\pi} \frac{\text{جم فہ}}{۱+\text{زجم فہ}}\ \text{فرفہ} \quad \ldots (۹)$$

قوسین میں جو رقم لکھی گئی ہے اس کی قیمت دونوں نہایتوں (۲π اور ۰) کے لیے صفر ہے۔ پس

$$\frac{\text{ن}_{\text{ص}}}{\text{ن}_{\text{فہ}}} = -\frac{\text{ز}}{۲\pi}\int^{۲\pi} \frac{\text{جم فہ}}{۱+\text{زجم فہ}}\ \text{فرفہ} = \frac{۱}{۲\pi}\int^{۲\pi}\left(\frac{۱}{۱+\text{زجم فہ}} - ۱\right) \text{فرفہ} \quad \ldots (۱۰)$$

$$\text{پس} \quad \frac{\text{ن}_{\text{ص}}}{\text{ن}_{\text{فہ}}} = \frac{۱}{\sqrt{۱-\text{ز}^2}} - ۱$$

$$\therefore ۱-\text{ز}^2 = \left(\frac{\text{ن}_{\text{فہ}}}{\text{ن}_{\text{فہ}}+\text{ن}_{\text{ص}}}\right)^2 \ \text{اور}\ \text{ز} = \sqrt{۱-\left(\frac{\text{ن}_{\text{فہ}}}{\text{ن}_{\text{فہ}}+\text{ن}_{\text{ص}}}\right)^2} \quad \ldots (۱۱)$$

مساوات (۱۱) سے واضح ہے کہ مجموعی قدری عدد کی کسی دی ہوئی

قیمت کے لیے برقیہ کے ممکنہ ناقص مداروں کی تعداد بھی نفہ کی ممکنہ قیمتوں کے لحاظ سے محدود ہے۔ مثلاً اگر ن ≡ نفہ + نص = ۵ تو پانچ ہی ناقص مداروں میں حرکت ہوسکتی ہے۔ ایک ایک مدار نفہ کی ہر ممکنہ صحیح عددی قیمت یعنی ۱، ۲، ۳، ۴ اور ۵ کے لحاظ سے ممکن ہے۔ نفہ صفر کو اس لیے متروک کرنا پڑتا ہے کہ ایسی صورت میں ناقص کا خروج المرکز اکائی ہوگا اور برقیہ کا مدار خطِ مستقیم ہوگا جو مرکزہ میں سے گزریگا۔

ہم اب برقیہ کے مختلف ناقصی مداروں کو پیش نظر رکھ کر جوہر کی توانائی محسوب کرینگے اور اس کی مدد سے مساوات (۱۱) کی مزید تعبیر کرینگے۔ چونکہ مجموعی توانائی

$$ا = ت + ق \quad \text{(یعنے توانائی بالفعل + توانائی بالقوہ)}$$

توانائی بالقوہ $ق = \frac{به\,ب}{ص} = \frac{به\,ب}{ل} \cdot \frac{۱ + ز\,جم\,فه}{۱ - ز^۲}$ .... (۱۲)

(جس میں ل = ناقص کا نصف محورِ اعظم) به = برقیہ کا بار اور ب = مرکزہ کا بار

اور توانائی بالفعل $ت = \frac{۱}{۲}ک\left(\frac{د ص}{د و}\right)^۲ + \frac{۱}{۲}ک\left(ص\frac{د فه}{د و}\right)^۲$

ت کو فہ ہی کی رقموں میں ظاہر کرنے کے لیے اس کے جملہ کی پہلی رقم کو ک سے ضرب اور تقسیم کرو اور دوسری رقم کو ک ص۲ سے ضرب اور تقسیم کرو تب

$$ت = \frac{۱}{۲ک}\left(ح_ص^۲ + \frac{۱}{ص^۲}\,ح_{فه}^۲\right) \quad .... (۱۳)$$

$ح_ص = ح_{فه}\,\frac{۱}{ص^۲}\,\frac{د ص}{د فه}$ ازروئے مساوات (۶)۔ پس مساواتوں (۱) اور (۵) کی مدد سے

$$ت = \frac{(ح_{فه})^۲}{۲ک\,ل^۲} \cdot \frac{ز^۲ + ۲ز\,جم\,فه + ۱}{(۱ - ز^۲)^۲} \quad .... (۱۴)$$

پس مجموعی توانائی

$$ا = ت + ق = \frac{\text{م}^2 \text{فہ}}{2\text{ک} \text{ل}^2} \cdot \frac{\text{ز}^2 + 2\text{ز جم فہ} + 1}{(1-\text{ز}^2)^2} - \frac{\text{ب ب}}{\text{ل}} \cdot \frac{1 + \text{ز جم فہ}}{1 - \text{ز}^2} \quad \ldots (15)$$

ہمارے اس مفروضہ کے بموجب کہ مدار میں حرکت کرنے سے توانائی کا اشعاع نہیں ہوتا $\frac{\text{فر ا}}{\text{فر فہ}} = 0$

پس مساوات (۱۵) کو تفرق کرنے سے

$$\frac{\text{فر ا}}{\text{فر فہ}} = 0 = -\frac{\text{م}^2 \text{فہ}}{2\text{ک} \text{ل}^2} \cdot \frac{2\text{ز جب فہ}}{(1-\text{ز}^2)^2} + \frac{\text{ب ب}}{\text{ل}} \cdot \frac{\text{ز جب فہ}}{1 - \text{ز}^2} \quad \ldots (16)$$

اس کو ل یعنے نصف محورِ اعظم کے لیے حل کرنے سے

$$\text{ل} = \frac{\text{م}^2 \text{فہ}}{\text{ک ب ب} (1 - \text{ز}^2)} \quad \ldots\ldots (17)$$

∴ مساواتوں (۳) اور (۱۱) کی مدد سے

$$\text{ل} = (\text{ن}_{\text{فہ}} + \text{ن}_{\text{ص}})^2 \frac{\text{ھ}^2}{4\pi^2 \text{ک ب ب}} \quad \ldots\ldots (18)$$

چونکہ $(\text{ن}_{\text{فہ}} + \text{ن}_{\text{ص}}) = \text{ن}$ یعنے مجموعی قدری عدد، اس لیے مساوات (۱۸) دائری مدار کے نصف قطر والی مساوات کے مشابہ ہے۔ معہذا ناقص کا نصف محورِ اعظم $\text{ن}_{\text{فہ}}$ اور $\text{ن}_{\text{ص}}$ کے حاصل جمع کے تابع ہے ان کی علیحدہ علیحدہ قیمتیں خواہ کچھ ہی ہوں۔

البتہ ناقص کے نصف محورِ اقل ب کی قیمت السمتی قدری عدد $\text{ن}_{\text{فہ}}$ کے تابع ہے اس لیے کہ $\text{ب} = \text{ل}\sqrt{1 - \text{ز}^2}$

$$\text{اور اس لیے} = \text{ن}_{\text{فہ}} (\text{ن}_{\text{فہ}} + \text{ن}_{\text{ص}}) \frac{\text{ھ}^2}{4\pi^2 \text{ک ب ب}} \quad \ldots (19)$$

برقیہ کا تضیضی (Perihelion) فاصلہ م ف، (ملاحظہ ہو شکل ۶۳) $= \text{ل} (1 - \text{ز})$

$$\text{پس م ف}_{۱} = (\text{ن}_{\text{ف}} + \text{ن}_{\text{ص}})^{۲} \frac{\text{ه}^{۲}}{۴\pi^{۲}\,\text{ک بہ ب}} \left[۱ - \sqrt{۱ - \frac{\text{ن}_{\text{ف}}^{۲}}{(\text{ن}_{\text{ف}} + \text{ن}_{\text{ص}})^{۲}}} \right] \quad \ldots (۲۰)$$

جس سے ظاہر ہے کہ کسی دیے ہوئے مجموعی قدری عدد کے لیے $\text{ن}_{\text{ف}}$ جیسے چھوٹا ہوتا ہے حقیقی فاصلہ بھی چھوٹا ہوتا جاتا ہے۔ توانائی کے جملہ (۱۵) میں مساوات (۱۷) سے $\frac{\text{مج}_{\text{ف}}^{۲}}{\text{ک ر}}$ کی قیمت درج کرنے سے

$$\text{ا} = \frac{\text{بہ ب}}{\text{ر}(۱-\text{ز}^{۲})} \left[\frac{\text{ز}^{۲} + ۲\,\text{ز جم ف} + ۱}{۲} - (۱ + \text{ز جم ف}) \right]$$

$$= \frac{\text{بہ ب}}{\text{ر}(۱-\text{ز}^{۲})} \cdot \frac{(\text{ز}^{۲} - ۱)}{۲}$$

$$= - \frac{\text{بہ ب}}{\text{ر}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (۲۱)$$

اس مساوات سے ظاہر ہے کہ برقیہ کے ناقص مدار کے جوہری نظام کی توانائی ا صرف ناقص کے محورِ اعظم ۲ ر کے تابع ہے اور چونکہ یہ محور صرف مجموعی قدری عدد کی قیمت کے تابع ہے اس لیے جوہری نظام کی توانائی ان تمام ناقصوں کے لیے مساوی ہے جن کا مجموعی قدری عدد مساوی ہے۔

مساوات (۲۱) میں مساوات (۱۸) سے ر کی قیمت تعویض کرنے سے توانائی

$$\text{ا} = - \frac{۲\pi^{۲}\,\text{ک بہ}^{۲}\,\text{ب}^{۲}}{\text{ه}^{۲}} \cdot \frac{۱}{(\text{ن}_{\text{ف}} + \text{ن}_{\text{ص}})^{۲}} \quad \ldots\ldots (۲۲)$$

پس بہ تقلید بوہر چونکہ یہ مانا جاتا ہے کہ جوہری نظام جب ایک مجموعی قدری عدد $\text{ن}_{۱}$ کی متناظر حالت سے نکل کر ایک کمتر توانائی کی حالت میں جو مجموعی قدری عدد $\text{ن}_{۲}$ کے متناظر ہے (اور $\text{ن}_{۲} > \text{ن}_{۱}$) داخل ہوتا ہے تو اس سے ایک قدر یہ توانائی ھ ؎ اشعاع کی شکل میں

خارج ہوتا جس کا ضابطہ ہے

$$\text{ہ}\,\text{نہ} = \text{ا}_{\text{ن}_{۲}} - \text{ا}_{\text{ن}_{۱}}$$

یہاں نہ اشعاع کا تعدد ارتعاش ہے۔ جب اس کو موج عدد نہَ یا ع میں تبدیل کرتے ہیں تو

$$\text{ع} = \frac{۲\pi^{۲}\,\text{ک}^{۲}\,\text{ب}^{۲}\,\text{ب}'^{۲}}{\text{س}\,\text{ہ}^{۳}}\left[\frac{۱}{(\text{ن}_{\text{ن}}+\text{ن}_{\text{ص}})_{۱}^{۲}} - \frac{۱}{(\text{ن}_{\text{ن}}+\text{ن}_{\text{ص}})_{۲}^{۲}}\right] \quad \ldots\ldots (۲۳)$$

واضح ہو کہ $(\text{ن}_{\text{ن}}+\text{ن}_{\text{ص}})_{۱}$ = مجموعی قدری عدد $\text{ن}_{۱}$ اور $(\text{ن}_{\text{ن}}+\text{ن}_{\text{ص}})_{۲}$ = مجموعی قدری عدد $\text{ن}_{۲}$۔ پس عددی اعتبار سے مساوات (۲۳) دائری مدار والی موج عدد والی مساوات کے عین مماثل ہے۔ البتہ فرق اس امر کا ہے کہ جوہر جب مجموعی قدری عدد $\text{ن}_{۱}$ کے متناظر حالت میں ہوتا ہے تو اس کا برقیہ $\text{ن}_{۱}$ ناقصی مداروں میں سے کسی ایک مدار میں ہو سکتا ہے اور جوہر جب $\text{ن}_{۲}$ مجموعی قدری عدد کے متناظر حالت میں منتقل ہوتا ہے تو برقیہ $\text{ن}_{۲}$ ناقصی مداروں میں سے کسی ایک مدار میں ہو سکتا ہے۔ اس طرح پہلی حالت سے دوسری حالت میں منتقل ہونے کے $\text{ن}_{۲} - \text{ن}_{۱}$ مختلف طریقے ہیں۔ ہمارے اس مفروضہ سے کہ ناقصی مدار میں برقیہ کی تبدیلی رفتار سے اس کی کمیت پر کوئی اثر نہیں پڑتا (جو اصولِ اضافیت کے لحاظ سے نادرست ہے) جوہر کی تبدیلی حالت کے ان $(\text{ن}_{۲} - \text{ن}_{۱})$ طریقوں سے اشعاع کے تعددِ ارتعاش میں کوئی فرق نہیں پیدا ہوتا۔ لیکن در اصل ایسا نہیں ہوتا ہے۔ اصولِ اضافیت کی رُو سے برقیہ کی کمیت مستقل نہیں رہ سکتی۔ سومرفلڈ نے اس امر کو پیشِ نظر رکھ کر جو اہم اور پُر معنی نتائج اخذ کیے ذیل میں بیان کیے جاتے ہیں:—

ناقصی مدار اور سومرفلڈ کی تصحیح بلحاظِ اصولِ اضافیت۔

تجربہ اور نظریہ دونوں سے ثابت ہوتا ہے کہ اجسام کی کمیت ان کی رفتار کے لحاظ سے بدلتی ہے۔ اگر حالتِ سکون میں کسی جسم کی کمیت ک ہے اور رفتار ر کی حالت میں کَ تو نظریۂ اضافیت کی رو سے

$$\text{ک} = \frac{\text{ک}_0}{\sqrt{1 - \frac{\text{ر}^2}{\text{س}^2}}}$$ جس میں س = رفتارِ نور .... (۲۴)

برقیہ کا مدار جب ناقصی ہوتا ہے تو اس کی رفتار مختلف مقاموں پر بہت مختلف ہوتی ہے چنانچہ جب اس کا نیمقطر سمتی اقل ہوتا ہے تو رفتار اعظم ہوتی ہے اور جب وہ اعظم ہوتا ہے تو رفتار اقل ہوتی ہے -

زاویئی معیارِ اثر کو مستقل ماننے سے ک $\text{ص}^2 \frac{\text{فـ ف}}{\text{فـ و}}$ = مستقل

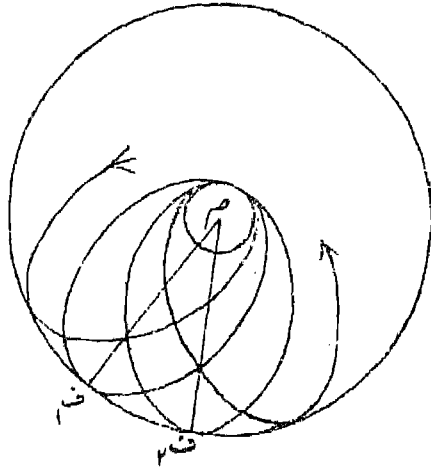
کمیت ک جب مستقل سمجھی جاتی ہے تو کیپلر (Kepler) کا ناقصی حرکت کا دوسرا کلیہ کہ نیمقطر سمتی مساوی اوقات میں مساوی رقبے طے کرتا ہے فوراً حاصل ہوتا ہے اس لیے کہ جزو رقبہ (فـ س) جو جزو زاویہ فـ ف سے متعلق ہے

$$= \frac{1}{2} \text{ص}^2 \text{ فـ ف} \text{ - پس}$$

$$2\text{ک} \frac{\text{فـ س}}{\text{فـ و}} = \text{مستقل}$$

لیکن اگر کمیت ک رفتار کے ساتھ بدلتی ہے تو صورت حال مختلف ہوتی ہے اور برقیہ کا مدار ناقصی نہیں ہوتا ہے بلکہ شکل ۶۵ کی طرح تغیر پذیر اور کھلا ہوتا ہے -گویا ایک ناقص نما مدار ہے جس کے مستوی میں محور اعظم ایک ماسکہ کے گرد (بطور مرکز) ایسی زاویئی رفتار کے ساتھ گھومتا ہے کہ نیمقطر سمتی کی قیمت علی التواتر اعظم ہونے تک محور مذکور ایک مستقل زاویہ ف م ف٫ میں آگے کو بڑھ جاتا ہے - مدار کے اندر مرکزہ کے گرد برقیہ کی زاویئی حرکت جس سمت میں ہوتی ہے محورِ اعظم کی زاویئی حرکت بھی اسی سمت میں ہوتی ہے (دیکھو شکل ۶۵) - بالفاظِ دیگر یہ ایسی حرکت ہے کہ نیمقطر سمتی کی قیمت علی التواتر اعظم ہونے کے لیے اس کو بجائے زاویہ ۲π میں گھومنے کے زاویہ $\frac{2\pi}{\text{جہ}}$ میں گھومنا پڑتا ہے جس میں جہ اکائی سے ذرا سی چھوٹی ایک مقدار ہے - ایسی صورت میں ہم نے برقیہ کے ناقصی مدار کے لیے جو مساواتیں قبل ازیں حاصل کی تھیں وہ بحال رہ سکتی ہیں اگر بجائے ف کے جہ ف لکھا جائے- سومر فلڈ نے ثابت کیا کہ

$$\text{ج} = \sqrt{1 - \frac{\text{ب}^2 \,\text{ب}^2}{\text{مح}_\text{فہ}^2\, \text{س}^2}}$$

[بہ اور ب علی الترتیب برقیہ اور مرکزہ کے بار ہیں مح فہ = زاویئی معیار حرکت
اور س = رفتارِ نور]

شکل ۶۵

پس اس سے واضح ہے کہ برقیہ کو اب دو دَوری حرکتیں حاصل ہیں، ایک حرکت جس سے اس کا نیمقطر سمتی علی التواتر اعظم و اقل قیمتوں میں بدلتا رہتا ہے، اور دوسری حرکت جس سے اس کے مدار کا محور بتدریج اور نسبتہً بہت آہستہ ماسکہ م کے گرد گھومتا ہے۔ ذرا سا غور کرنے سے معلوم ہوگا کہ برقیہ کی یہ حرکت ایک حد تک زیمانی اثر والی حرکت کے مشابہ ہے۔ پس اس مدار میں حرکت کرتے ہوئے برقیہ سے اگر قدیم برقی مقناطیسی کُلیوں کے بموجب توانائی کا اشعاع صادر ہو تو ہم توقع کرسکتے ہیں کہ اشعاع مذکور دو باہمدیگر خفیف سے مختلف تعددوں پر مشتمل ہوگا۔ نظریۂ قدریہ سے بھی اس کے مشابہ نتائج حاصل کیے جاسکتے ہیں

لیکن اس کا تصور بالکل مختلف ہوگا۔ سومرفلڈ نے اس مسئلہ کی تحقیق میں جو نتائج اخذ کیے ذیل میں ان کا اقتباس پیش کیا جاتا ہے۔

برقیہ کی ناقصی مداری حرکت فرض کرکے سومرفلڈ ناقص کی مساواتوں سے آغاز کرتا ہے البتہ بجائے ف کے جہ ف تعریف کرتا ہے اور برقیہ کی کمیت کو حسب مساوات (۲۴) رفتار کے تابع تصور کرکے بالآخر برقیہ اور مرکزہ کے نظام کے لیے قدری حالت ن سے متعلق، توانائی ا کا حسب ذیل ضابطہ حاصل کرتا ہے !۔

$$\text{ا} = -\text{ک.}\,\text{س}^2 + \text{ک.}\,\text{س}^2\left[1+\frac{(\text{عہ جعہ})^2}{\left\{\text{ن}_{\text{س}} + \sqrt{\text{ن}_{\text{ف}}^2-(\text{عہ جعہ})^2}\right\}^2}\right]^{-\frac{1}{2}} \quad \ldots\ (۲۵)$$

جس میں ک. برقیہ کی کمیت بحالتِ سکون ہے، $\text{عہ} \equiv \frac{۲\pi\,\text{بہ}^2}{\text{س}\,\text{ھ}}$ (طیفی خط کی باریکی ساخت کا مستقل) اور جعہ = جوہری عدد جو ہائیڈروجن کے لیے اکائی ہے۔

اس سے پہلے ہم نے اضافیت کی تصحیح بغیر توانائی کے لیے مساوات (۲۲)

$$\text{یعنی}\quad \text{ا} = -\frac{۲\pi^2\,\text{ک}\,\text{بہ}^2\,\text{ب}^2}{\text{ھ}^2\,(\text{ن})^2} = -\frac{۲\pi^2\,\text{ک}\,\text{بہ}^4\,\text{جعہ}^2}{\text{ھ}^2}\,\frac{1}{\text{ن}^2}$$

حاصل کی تھی جس میں ب = مرکزہ کا برقی بار = بہ جعہ ہے اور $\text{ن} = \text{ن}_{\text{س}} + \text{ن}_{\text{ف}}$

جدید مساوات (۲۵) کا سہولت کے ساتھ مساوات (۲۲) سے مقابلہ کرنے کے لیے

$$\text{ن}_{\text{س}} + \sqrt{\text{ن}_{\text{ف}}^2 - (\text{عہ جعہ})^2}\quad \text{کی بجائے سس لکھو}$$

تب مساوات (۲۵) صورتِ ذیل اختیار کرتی ہے:

$$\text{ا} = -\text{ک.}\,\text{س}^2 + \text{ک.}\,\text{س}^2\left\{1+\left(\frac{\text{عہ جعہ}}{\text{سس}}\right)^2\right\}^{-\frac{1}{2}}$$

$$= -\text{ک.}\,\text{س}^2 + \text{ک.}\,\text{س}^2\left\{1-\frac{1}{2}\left(\frac{\text{عہ جعہ}}{\text{سس}}\right)^2+\frac{3}{8}\left(\frac{\text{عہ جعہ}}{\text{سس}}\right)^4-\ldots\ldots\right\}$$

ازروئے مسئلۂ ثنائی جس میں بعد کو آنے والی رقمیں ناقابلِ لحاظ سمجھ کر

نظرانداز کردی جا سکتی ہیں اس لیے کہ $\left(\frac{ع جہ}{س}\right)^{۲} < ۱$

مزید $\left\{ن_{ف}^{۲} - (ع جہ)^{۲}\right\}^{\frac{۱}{۲}} = ن_{ف}\left\{۱ - \left(\frac{ع جہ}{ن_{ف}}\right)^{۲}\right\}^{\frac{۱}{۲}} = ن_{ف} - \frac{۱}{۲}\,\frac{(ع جہ)^{۲}}{ن_{ف}}$ تقریباً

$$\therefore \frac{۱}{س} = \frac{۱}{ن_{ص} + ن_{ف} - \frac{۱}{۲}\left(\frac{ع^{۲} جہ^{۲}}{ن_{ف}}\right)} \text{ تقریباً } = \frac{۱}{ن - \frac{۱}{۲}\,\frac{ع^{۲} جہ^{۲}}{ن_{ف}}}$$

(اس لیے کہ $ن_{ص} + ن_{ف} = ن$)

$$\therefore \frac{۱}{س^{۲}} = \frac{۱}{ن^{۲}\left\{۱ - \frac{۱}{۲}\,\frac{ع^{۲} جہ^{۲}}{ن\, ن_{ف}}\right\}^{۲}} = \frac{۱}{ن^{۲}\left\{۱ - \frac{ع^{۲} جہ^{۲}}{ن\, ن_{ف}}\right\}} \text{ تقریباً}$$

$$= \frac{۱}{ن^{۲}}\left\{۱ + \frac{ع^{۲} جہ^{۲}}{ن\, ن_{ف}}\right\} \text{ تقریباً } = \frac{۱}{ن^{۲}} + \frac{ع^{۲} جہ^{۲}}{ن^{۳}\, ن_{ف}}$$

$$= \frac{۱}{ن^{۲}} + \frac{ع^{۲} جہ^{۲}\, ن}{ن^{۴}\, ن_{ف}}$$

اور اس لیے $\frac{۱}{س^{۴}} = \frac{۱}{ن^{۴}}$ ..... تقریباً

$$\therefore ا = -ک.بہ^{۲} + ک.بہ^{۲}\left\{۱ - \frac{۱}{۲}\,\frac{ع^{۲} جہ^{۲}}{س^{۲}} + \frac{۳}{۸}\,\frac{ع^{۴} جہ^{۴}}{س^{۴}}\right\} \text{ تقریباً}$$

$$= -\frac{ک.بہ^{۲} ع^{۲} جہ^{۲}}{۲}\left\{\frac{۱}{س^{۲}} - \frac{ع^{۲} جہ^{۲}}{س^{۴}}\right\}$$

جو $\frac{۱}{س^{۲}}$ اور $\frac{۱}{س^{۴}}$ کی تقریبی قیمتیں تعویض کرنے سے

$$= \frac{۲\,۳۲^{۲} ک.ب^{۲} جہ^{۲}}{ہ^{۲}}\left\{\frac{۱}{ن^{۲}} + \frac{۴\,۳۲^{۲} ب^{۲} جہ^{۲}}{ر^{۲} ہ^{۲}}\left(\frac{ن}{ن_{ف}} - \frac{۳}{۴}\right)\frac{۱}{ن^{۴}}\right\} \quad \text{...(۲۶)}$$

جس سے واضح ہوتا ہے کہ اضافیت کی تصحیح سے توانائی کے جملہ میں ایک دوسری رقم کا

اضافہ ہوتا ہے جس میں مجموعی قدری عدد ن اور السمتی قدری عدد نف کی نسبت شامل ہے۔ یعنی توانائی محض نف + نص کی مجموعی قیمت کے تابع نہیں ہے بلکہ اس امر کے بھی کہ یہ مجموعی قیمت نف اور نص میں کس طرح تقسیم ہوتی ہے۔

ن یعنے مجموعی قدری عدد مستقل رہ کر نف کی قیمت جس قدر کم ہوگی توانائی آ کی جبری قیمت بھی ویسے ہی کم ہوگی۔ پس مساوی مجموعی قدری عدد کے دائرہ اور ناقص میں ناقص کی توانائی کمتر ہے اور جیسے جیسے ناقص کا خروج المرکز بڑھتا ہے مدار کی توانائی گھٹتی ہے۔ چونکہ ن مجموعی قدری عدد کے ن مدار ممکن ہیں اس لیے بجائے ایک معیّن قیمت کی توانائی کے ن توانائیوں کا امکان پایا جاتا ہے جو ایک دوسری سے خفیف سی مختلف ہیں۔ مدار کی توانائی کے اس طرح "پھٹنے" کی وجہ سے طیفی خط بھی پھٹ کر ساخت کی باریکی (fine structure) پیدا کرتے ہیں۔

ہم مثال کے طور پر ہائیڈروجن کے طیفی خط H_β کی ساخت پر بحث کرینگے جو مجموعی قدری عدد ن = ۴ کے مداروں سے ن = ۲ کے دو مداروں میں سے کسی ایک مدار میں برقیہ کے منتقل ہونے سے پیدا ہوتا ہے۔ چونکہ ن = ۴ کے چار مدار ہیں اور ن = ۲ کے دو اس لیے از روئے حساب آٹھ ایسی منتقلیاں ممکن ہیں اور ان میں سے کسی ایک سے متعلق تعدّد (نہ) دریافت کرنے کے لیے بوہر کا ضابطہ

ھ نہ = آن۴ - آن۲

مساوات (۲۶) میں استعمال ہوسکتا ہے۔

چونکہ تعدّد (نہ) اور موج عدد (ع) کے مابین رابطہ ع = نہ/ر ہے

اس لیے　　ھ نہ = ھ ع ر = آن۴ - آن۲

پس ع = آن۴/ھ ر - آن۲/ھ ر ≡ آ̄ن۴ - آ̄ن۲ مختصراً

(جس کا صرف یہی مفہوم ہے کہ توانائی آ̄ بجائے تعدّد کی اکائیوں کے

موج عدد کی اکائیوں میں ظاہر کی جاتی ہے)۔

لیکن $\frac{۲\text{ط}^۲ \text{ک} . \text{ب}^۴}{\text{س} \text{ھ}^۳}$ = رڈبرگ کا مستقل ر سمر$^{-۱}$

اور عہ = سومرفلڈ والا باریک ساخت کا مستقل $= \frac{۲\text{ط}\text{ب}^۲}{\text{س}\text{ھ}} = ۷۰۲۸۴ \times ۱۰^{-۳}$

پس مساوات (۲۶) صورت

$$\text{آ}_{\text{ن، ن فہ}} = -\frac{\text{ر جعہ}^۲}{\text{ن}^۲} - \frac{\text{ر عہ}^۲}{\text{ن}^۴}\text{ جعہ}^۴ \left(\frac{\text{ن}}{\text{ن فہ}} - \frac{۳}{۴}\right) \quad \ldots\ldots (۲۷)$$

اختیار کرتی ہے۔ جس میں آن ن فہ سے مراد مجموعی قدری عدد ن اور سمتی قدری عدد ن فہ سے متعلقہ مدار کی توانائی ہے (موج عدد اکائیوں میں) اور $\frac{\text{ر جعہ}^۲}{\text{ن}^۲}$ اضافیت کے لحاظ سے غیر مصححہ توانائی ہے اور

$$\text{تصحیح بلحاظ اضافیت} = \Delta\ \text{آ} = \frac{\text{ر عہ}^۲}{\text{ن}^۴}\text{ جعہ}^۴\left(\frac{\text{ن}}{\text{ن فہ}} - \frac{۳}{۴}\right) \quad \ldots\ldots (۲۸)$$

چونکہ ہائیڈروجن کے بامر والے سلسلہ میں انتہائی مدار کے لیے مجموعی قدری عدد ن کی قیمت ۲ ہے اور

$$\text{جعہ} = ۱ \text{ پس } \text{آ}_{۲،۲} - \text{آ}_{۲،۱} = \Delta\ \text{آ}_{\text{H}} =$$

$$= \frac{۱۰۹۷۰۰ \times (۷۰۲۸۴ \times ۱۰^{-۳})^۲}{۲^۴}\left[\left(\frac{۲}{۱} - \frac{۳}{۴}\right) - \left(\frac{۲}{۲} - \frac{۳}{۴}\right)\right]$$

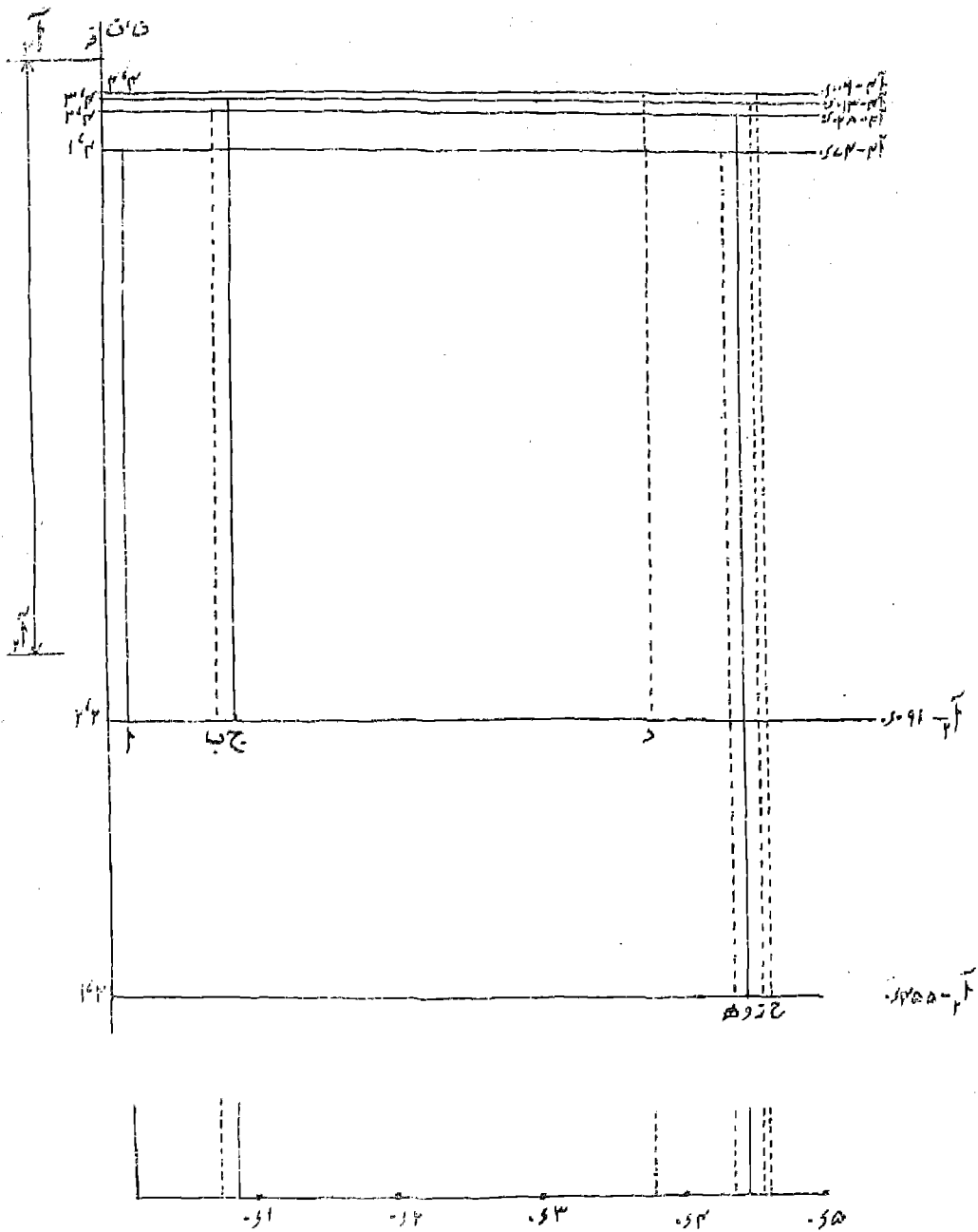
$$= \frac{۱۰۹۷۰۰ \times (۷۰۲۸۴ \times ۱۰^{-۳})^۲}{۲^۴} = \frac{\text{ر}_{\text{H}}\text{ عہ}^۲}{۲^۴} = ۰۰۳۶۴ \text{ سمر}^{-۱}$$

اور "ہائیڈروجن کے دوہرے خط کا مستقل" کہلاتا ہے۔ اس سے مجموعی قدری عدد ن = ۲ سے متعلق ہائیڈروجن کے برقیہ کی دو توانائی کی سطحوں کا تفاوت متصور ہے۔

اب ہم ہائیڈروجن کے جوہر کے ن = ۳ مداروں سے ن = ۲ مداروں میں برقیہ کی منتقلی سے متعلق توانائی کی سومرفلڈ والی تصحیح اضافیت ایک جدول کی شکل میں بنا کر پیش کرتے ہیں۔

ن	نف	(ن/نف - ۳/۴)	Δ آ = (رہ۲/ن۴) (ن/نف - ۳/۴)	مصحح توانائی آن،نف = - آن - Δ آ
۴	۴	۱/۴	۰٫۰۰۶ سمر-۱	آ۴،۴ = - آ۴ - ۰٫۰۰۶ سمر-۱
۴	۳	۷/۱۲	۰٫۰۱۳	آ۴،۳ = - آ۴ - ۰٫۰۱۳
۴	۲	۵/۴	۰٫۰۲۸	آ۴،۲ = - آ۴ - ۰٫۰۲۸
۴	۱	۱۳/۴	۰٫۰۷۴	آ۴،۱ = - آ۴ - ۰٫۰۷۴
۲	۲	۱/۴	۰٫۰۹۱	آ۲،۲ = - آ۲ - ۰٫۰۹۱
۲	۱	۵/۴	۰٫۴۵۵	آ۲،۱ = - آ۲ - ۰٫۴۵۵

شکل ۶۶ میں آ۴ اور آ۲ غیر مصحح توانائی کی سطحیں ہیں اور بقیہ سطحیں مصحح توانائی آن،نف کی ہیں۔ آ۴ کی مصحح اور غیر مصحح توانائی کی سطحوں کا تفاوت بلحاظ پیمانہ تقریباً صحیح بتایا گیا ہے اور اس طرح آ۲ کی مصحح وغیر مصحح کا تفاوت بلحاظ پیمانہ صحیح ہے لیکن جگہ کی قلّت کی وجہ سے آ۴ اور آ۲ کی سطحوں کا تفاوت خلافِ پیمانہ اور فرضی منتخب کر لیا گیا۔

اس طرح توانائی کی جو افقی لکیریں کھینچی گئی ہیں ان کو ہم ایک طرح سے برقیہ کے مختلف مداروں کا قائم مقام تصور کر سکتے ہیں اور مجموعی قدری عدد ۴ کے چار ناقصی مداروں سے مجموعی قدری عدد ۲ کے دو ناقصی مداروں میں برقیہ کی منتقلی کی تعبیر اُن کی متعلقہ سطحوں کو ملانے والے انتصابی خطوط سے ہو سکتی ہے۔ از روئے حساب واضح ہے کہ کامل آٹھ منتقلیاں ہو سکتی ہیں جن کی تعبیر شکل میں ا، ب، ج، د، ھ، و، ز، ح پر کے انتصابی خطوں سے ہوئی ہے۔ لیکن ہم نے ان میں سے صرف ا، ج، اور و پر کے خطوں کو مسلسل کھینچا ہے۔

شکل ۶۶

اور بقیہ پانچ کو نقطہ دار۔ اس کی وجہ یہ ہے کہ "قاعدۂ انتخاب" کی رُو سے صرف پہلی ہی تین منتقلیاں ممکن ہیں۔ پس اضافیت کے اصول (اور انتخاب کے قاعدہ) کے بموجب Hβ کا خط پھٹ کر تین باریک خطوط پیدا کرتا ہے۔ شکل ۲۹ میں سب کے نیچے کے خط پر تقریباً پیمانہ کے بموجب اُن آٹھ باریک خطوط کے موج عددوں کی نشان دہی کی گئی ہے جو ازرُوئے حساب ممکن ہیں۔ امر واقعی یہ ہے کہ صرف تین ہی پیدا ہوتے ہیں۔ جن میں سے دو اس قدر قریب ہیں کہ ان کو "تحلیل" کرنے کے لیے ہمارے موجودہ آلات ناکافی ہوتے ہیں۔ اور Hβ ایک موٹے اور ایک باریک خط میں پھٹا نظر آتا ہے۔

ذیل میں ان باریک خطوں کے موج عدد بھی درج کیے جاتے ہیں:—

(۱) سطح ۴٬۱ سے سطح ۲٬۲ کی منتقلی کا موج عدد عَ‌ا = عَ‌ہ + ۰٫۰۱۶ سم⁻¹

(۲) ،، ۴٬۲ ،، ۲٬۲ .... عَ‌ب = عَ‌ہ + ۰٫۰۴۳ ،،

(۳) ،، ۴٬۳ ،، ۲٬۲ .... عَ‌ج = عَ‌ہ + ۰٫۰۶۸ ،،

(۴) ،، ۴٬۴ ،، ۲٬۲ .... عَ‌د = عَ‌ہ + ۰٫۰۸۵ ،،

(۵) ،، ۴٬۱ ،، ۲٬۱ .... عَ‌ہ = عَ‌ہ + ۰٫۳۸۱ ،،

(۶) ،، ۴٬۲ ،، ۲٬۱ .... عَ‌و = عَ‌ہ + ۰٫۳۲۶ ،،

(۷) ،، ۴٬۳ ،، ۲٬۱ .... عَ‌ز = عَ‌ہ + ۰٫۴۴۲ ،،

(۸) ،، ۴٬۴ ،، ۲٬۱ .... عَ‌ح = عَ‌ہ + ۰٫۴۴۹ ،،

قاعدۂ انتخاب — جوہر ہائیڈروجن کے مرکزہ کے گرد اس کے رتبہ کا

زاویئی معیارِ حرکت　مح‌ف = ن‌ف ہ/۲π .... (۲۹)

اگر کسی بین مداری منتقلی میں السمتی قدری عدد ن‌ف بدل کر ن‌ف٬ ہو جاتا ہے تو

جوہری نظام کا زاویئی معیارِ حرکت

$$\Delta \text{مح}_{\text{ف}} = (\text{ن}_{\text{ف}_1} - \text{ن}_{\text{ف}_2}) \frac{h}{2\pi} = \Delta \text{ن}_{\text{ف}} \frac{h}{2\pi} \quad \ldots\ldots (۳۰)$$

زاویئی معیارِ حرکت کے بقاء کے کلیہ کے بموجب ایک "بند نظام" کا زاویئی معیارِ حرکت تبدیل نہیں ہوسکتا۔ ہم نے تسلیم کرلیا کہ جب ایک حالت سے دوسری حالت میں منتقلی عمل میں آتی ہے تو جوہر کا زاویئی معیارِ حرکت تبدیل ہوتا ہے پس اس سے ظاہر ہے کہ ہم جوہر کو ایک "بند نظام" نہیں مان سکتے۔ بلکہ ان بین مداری منتقلیوں میں جو اشعاع واقع ہوتا ہے اس کو ہم زاویئی معیارِ حرکت کی مقدار Δ مح ف کا اٹھا لیا جانا تصور کرسکتے ہیں۔ زاویئی معیارِ حرکت کے بقاء کے کلیہ کو اشعاع صادر کرنے والے ایک جوہری نظام پر عائد کرکے روبینا وٹس (Rubinowicz) نے ثابت کیا کہ ایسے بین مداری مروروں میں السمتی قدری عدد ن ف صرف +۱ اور −۱ کی حد تک بدل سکتا ہے

یعنی Δ ن ف = ±۱

بقیہ تبدیلیاں "ممنوع" ہیں۔ اسی قاعدہ کو "انتخاب کا قاعدہ" کہتے ہیں۔

شکل ۶۶ میں جو نقطہ دار طیفی خط اور توانائی کی سطحوں سے برقیہ کی منتقلیاں بتائی گئی ہیں وہ اسی انتخاب کے قاعدہ کے تحت بتائی گئی ہیں اور وہ ظہور پذیر نہیں ہوتی ہیں۔

مشاہدہ سے ہائیڈروجن کے بامر والے خطوط ($H_\alpha, H_\beta, H_\gamma$) میں جو "پھوٹ" دریافت ہوئی ہے وہ سومر فلڈ کے اس نظریہ سے اخذ کی ہوئی قیمتوں سے ٹھیک منطبق نہیں ہوتی۔ معہذا روانی (Ionised) ہیلیم کے بعض طیفی خطوط کی باریک ساخت مشاہدہ کرنے سے ایسے خطوط کا قطعی وجود بھی پایا جاتا ہے جن کو سومر فلڈ کا نظریہ ممنوع قرار دیتا ہے۔ برقیہ کے متعلق مداری گردش کے علاوہ اگر محوری گردش بھی فرض کی جائے اور موجی میکانیات (Wave Mechanics) کے طریقے استعمال کرکے اضافیت کا نظریہ عائد کیا جائے تو طیفی خطوط کی باریک ساخت مشاہدہ کے نتائج کے ساتھ اور بھی زیادہ منطبق ہوتی ہے۔

خالص طیف نگاری مقدمات کے ذریعہ ھ، ب اور ک عالمگیر مستقلوں کی تعیین -

اس سے پہلے ہم نے سومر فلڈ والے ضابطہ میں بتایا ہے کہ باریک ساخت کے مستقل عہ^2 $\equiv$ (۲ ۳۲ ب^2 / ھ س)^2 کو ایک خاص اہمیت حاصل ہے اس لیے کہ ر$_H$ عہ^2 / ۲ = ۰٫۳۶۴ سمر$^{-1}$ جو ہائیڈروجن کا دوہرے طیفی خط کا مستقل کہلاتا ہے اس کے تابع ہے - اس طرح عہ^2 کی قیمت بذریعہ مشاہدہ و پیمائش ۵٫۳۰۶ × ۱۰$^{-5}$ برآمد ہوتی ہے - پس واضح ہے کہ ہم اس سے ب^2/ھ معلوم کر سکتے ہیں -

معہذا طیفی مشاہدوں سے ر$_H$ یعنے ہائیڈروجن کا رِڈبرگ مستقل ۱۰۹۶۷۷٫۶۹ سمر$^{-1}$ ہے اور چونکہ وہ

$$۲ ۳۲ ک \frac{ب^4}{ھ^3} = \frac{۲ ۳۲^2 \left(\frac{ب^2}{ھ}\right)^3}{ب \left(\frac{ب}{ک}\right)} ہے$$

جن میں سے (ب^2/ھ) کی قیمت بذریعہ عہ اور ب/ک کی قیمت بھی طیف نگاری طریقوں ہی سے معلوم ہو جاتی ہے - [اس لیے کہ ر$_{He}$ اور ر$_H$ کی مدد سے ہم نے قبل ازیں کمیت برقیہ / کمیت جوہر ہائیڈروجن کی قیمت کی تعیین کا جو طریقہ بیان کیا ہے اس پر ذرا غور کرنے سے معلوم ہو جائیگا کہ یہ نسبت دراصل

(ہائیڈروجن ایون کے برقی بار / جوہر ہائیڈروجن کی کمیت) اور (برقیہ کے برقی بار / برقیہ کی کمیت) کی نسبت ہے کیونکہ ہائیڈروجن آیون کا اور برقیہ کا برقی بار دونوں عین مساوی ہیں اور ساتھ ہی اس کے ہائیڈروجن ایون کے برقی بار اور اس کے جوہر کی کمیت کی نسبت جو دراصل ہائیڈروجن گرام ایون کا برقی بار یعنی ۹۶۴۹۴ کولمب ہے پہلے ہی سے بخوبی معلوم ہے اس لیے برقیہ کے بار اور اس کی کمیت یعنی ب/ک کی قیمت بھی

طیف نگاری طریقوں سے دریافت ہو جاتی ہے)۔ پس مندرجۂ بالا مساوات سے
ہ کی قیمت محسوب ہو جاتی ہے اور پھر اس کے ذریعہ ک اور ھ کی قیمتیں
علٰحدہ محسوب ہو جاتی ہے۔

بیرون مرکزئی کثیر التعداد برقیوں والے عناصر کے

مناظری طیوف — بوہر کا نظریہ ہائیڈروجن اور ہائیڈروجن کے مماثل
بیرون مرکزئی یک برقیہ والے عناصر کے لیے ٹھیک منطبق ہوتا ہے۔ چنانچہ
ایک بار رواں ہوئی ہیلیم یا دو بار روانی ہوئی لیتھیم کے طیف ہائیڈروجن کے
طیف کے بہت مشابہ ہوتے ہیں، اس لیے کہ ہیلیم کا جوہری عدد دو ہے
اور لیتھیم کا تین۔ اول الذکر کے دو بیرونی برقیوں میں سے جب ایک برقیہ
نکال دیا جاتا ہے اور ثانی الذکر کے تین بیرونی برقیوں میں سے دو
نکال دیے جاتے ہیں تو صرف ایک ایک برقیہ باقی رہتا ہے جس کی وجہ
سے ان جوہروں کی ساخت معمولی ہائیڈروجن کے جوہر کی ساخت کے مماثل ہو جاتی
ہے۔ فرق صرف مرکزہ کی کمیتوں میں پایا جاتا ہے۔

ایک سے زائد بیرونی برقیے والے جوہر کے لیے بوہر کا نظریہ استعمال
کرنے میں ناقابلِ حل حسابی دقتیں پیش آتی ہیں۔ سومر فلڈ نے بعض
تجربی مشاہدات کی مدد سے ایسے جواہر کی ساخت کے متعلق چند جائز
مفروضوں سے کام لے کر بوہر کا نظریہ استعمال کیا اور ان کے طیوف
کے لیے جو ضابطے حاصل کیے اُن سے تقریبی حد تک واقعات کی ترجمانی
ہوتی ہے۔

جس طرح ایک بار روانی ہوئی ہیلیئم کا مناظری طیف طبعی ہائیڈروجن
کے طیف کے مشابہ ہے اسی طرح ایک بار روانے ہوئے میگنیسیم کا طیف
طبعی سوڈیئم کے طیف کے ساتھ ایک حد تک مشابہت رکھتا ہے۔ طیف نمائی
اصطلاح میں میگنیسیم کا شرارئی طیف سوڈیم کے قوسی طیف کے مشابہ
ہے۔ اسی طرح سوڈیئم کا شرارئی طیف نیون (Neon) کے قوسی طیف کے

مشابہ ہے - اور عموماً ایک عنصر کا شرارتی طیف اس کے متصل کے کمتر جوہری عدد والے عنصر کے قوسی طیف کے مشابہ ہے - یہ کلیہ ڈسپلیسمنٹ (Displacement) یعنے ہٹاؤ کا کلیہ کہلاتا ہے -

ضمیمہ طبیعیات برق کے گیارہویں باب میں ہم نے جواہر کی ساخت پر بحث کرتے ہوئے مرکزے کے گرد K، L، M، N، O، P اور Q خولوں کا تصور پیش کیا تھا جو طبیعی کیمیائی نقطۂ نظر سے مفید اور سومرفلڈ کے اس تقریبی حسابی عمل کے سمجھنے میں بکار آمد ہے - توقع کی جاتی ہے کہ طالب علم پہلے اسی محولہ باب کا مطالعہ کرلینگے - ذیل کی جدول میں ہم بمتابعت بوہر عناصر کے دَوری نظام میں سے بطور نمونہ ابتدا کے چند عناصر کو سلسلہ وار لکھ کر اُن کے جوہری عدد، اُن کے خولوں (یا مداروں) کے برقیوں کی تعداد اور متعلقہ حاصل مجموعی قدری عدد (ن) کی تصریح کرتے ہیں - اس کے مطالعہ سے معلوم ہوگا کہ جوہری عدد کے اضافہ کے ساتھ مرکزوں کے گرد خولوں میں برقیوں کی ترتیب کس طرح بتدریج بدلتی ہے - غیر عامل گیسوں (ہیلیم، نیون وغیرہ) کے خول کس طرح برقیوں سے "مکمل" متصور ہو سکتے ہیں اور تیز عامل عناصر (لیتھیم، سوڈیم، پوٹاسیئم وغیرہ) کے سب سے بیرونی خول میں ایک زائد برقیہ ہائیڈروجن کے برقیہ کے ماثل کیونکر کیفیت پیدا کرتا ہے :-

دَور (۱)

ن = ۱		
۱	H	۱
۲	He	۲

دَور (۲)

۲	۱ = ن		
۱	۲	Li	۳
۲	۲	Be	۴
۳	۲	B	۵
۴	۲	C	۶
۵	۲	N	۷
۶	۲	O	۸
۷	۲	F	۹
۸	۲	Ne	۱۰

دَور (۳)

۳	۲	۱ = ن		
۱	۸	۲	Na	۱۱
۲	۸	۲	Mg	۱۲
۳	۸	۲	Al	۱۳
۴	۸	۲	Si	۱۴
۵	۸	۲	P	۱۵
۶	۸	۲	S	۱۶
۷	۸	۲	Cl	۱۷
۸	۸	۲	A	۱۸

دَور (۴)

		ن = ۱	۲	۳	۴
۱۹	K	۲	۸	۸	۱
۲۰	Ca	۲	۸	۸	۲
	بعض صورتوں میں کسی قدر پیچیدہ ترتیب				
۳۶	Kr	۲	۸	۱۸	۸

دَور (۵)

		ن = ۱	۲	۳	۴	۵
۳۷	Rb	۲	۸	۱۸	۸	۱
	بعض صورتوں میں کسی قدر پیچیدہ ترتیب					
۵۴	Xe	۲	۸	۱۸	۱۸	۸

دَور (۶)

		ن = ۱	۲	۳	۴	۵	۶
۵۵	Cs	۲	۸	۱۸	۱۸	۸	۱
	بعض صورتوں میں کسی قدر پیچیدہ ترتیب						
۸۶	Ni	۲	۸	۱۸	۳۲	۱۸	۸

دَور (۷)

		ن = ۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷
۸۷		۲	۸	۱۸	۳۲	۱۸	۸	۱
۸۸	Ra	۲	۸	۱۸	۳۲	۱۸	۸	۲
	....							
۹۲	U	۲	۸	۱۸	۳۲	۱۸	۱۲	۲

اس سے پہلے ذکر آچکا ہے کہ مشاہدات کی بناء پر عناصر کے مناظری طیفی سلسلوں سے متعلق طیفی خط کے موجِ عدد (ع) کی تعیین کے لیے رِٹس (Ritz) نے جو عام مساوات

$$ع = ر \left[\frac{1}{(ن_1 + ل_1 + ب_1)^2} - \frac{1}{(ن_2 + ل_2 + ب_2)^2} \right] \quad \ldots\ldots (۱)$$

دریافت کی ہے اس میں $ن_1$ اور $ن_2$ تغیر پذیر صحیح اعداد ہیں، $ل_1$ اور $ل_2$ مستقل عدد ہیں اور $ب_1$ اور $ب_2$ کسی ایک مخصوص سلسلہ کے لیے تقریباً مستقل ہیں۔

اس سے براہِ راست یہ نتیجہ نکلتا ہے کہ پیچیدہ ساخت کے جوہر کی توانائی کی سطحوں کا ضابطہ بشکل

$$ا_ن = ب - \frac{س ھ ر}{(ن + ل + ب)^2} \quad \ldots\ldots\ldots (۲)$$

ہوتا ہے جو ہائیڈروجن کے طیفی سلسلہ کے ضابطہ

$$\acute{\text{ن}} = \acute{\text{ب}} - \frac{\text{H}' \ \text{سماھ}}{\text{ن}^{2}} \quad \ldots\ldots \ (\text{۳})$$

سے صرف مساوات کے بائیں جانب کی دوسری رقم کے نسبت نماہی کی حد تک مختلف ہے۔

مندرجۂ بالا تین ضابطوں پر غور کرنے سے واضح ہوگا کہ جوہر کی ساخت میں اس کے بیرون مرکزئی برقیوں کے اضافہ سے جو پیچیدگی پیدا ہوتی ہے اس سے جوہر کی حرکیات (Dynamics) میں کوئی بڑی تبدیلی نہیں واقع ہوتی۔ اس لیے سومرفلڈ نے جو سب سے پہلے قلوی دھاتوں کے طیوف پر اس نقطۂ نظر سے بحث کی ہے تقریبی طور پر فرض کیا کہ ان دھاتوں کا صرف ایک برقیہ (ہائیڈروجن کے برقیہ کی طرح) طیفی خطوط کی پیدائش کے لیے توانائی جذب اور خارج کرتا ہے۔ اگر عنصر کا جوہری عدد (جعه) ہے تو (جعه - ۱) برقیے ایک اندرونی دائرہ پر ترتیب پاکر یکساں برقی کثافت والے دائرہ کی سی کیفیت پیدا کرتے ہیں جس کا مجموعی برقی بار - (جعه - ۱) به ہوتا ہے۔ ایسے نظام میں بیرونی برقیہ کی جو گردشی حرکت ہوگی مرکزی غیر کولمبی برقی میدان کے تابع ہوگی یعنے ایسی قوت کے زیرِ اثر ہوگی جس کا کلیہ فاصلہ کے عکسی مربع کا کلیہ نہ ہوگا۔

ایسے نظام کی توانائی بالقوّہ

$$\text{ق} = -\frac{\text{به}^{2}}{\text{ص}} + \frac{\text{عم}_{1}}{\text{ص}^{3}} + \frac{\text{عم}_{2}}{\text{ص}^{5}} + \ldots\ldots \ (\text{۴})$$

جس میں $\text{عم}_{1} = \frac{1}{4}(\text{جعه} - 1)\ \text{به}^{2}\ \text{ص}_{0}^{2}$ اور $\text{عم}_{2} = \frac{9}{64}(\text{جعه} - 1)\ \text{به}^{2}\ \text{ص}_{0}^{4}$

اور $\text{ص}_{0} \equiv$ اندرونی برقیئی دائرہ کا نصف قطر

اس نظام کی توانائی بالحرکت $\text{ت} = \frac{1}{2\text{ک}}\left(\text{مح}_{\text{ص}}^{2} + \frac{1}{\text{ص}^{2}}\ \text{مح}_{\text{فہ}}^{2}\right)$

اور چونکہ $\int \text{مح}_{\text{ف}}\, \text{فرف} = \text{ن}_{\text{ف}}\, \text{ھ}$، جس میں $\text{ن}_{\text{ف}}$ السمتی قدری عدد ہے

$$2\pi\, \text{مح}_{\text{ف}} = \text{ن}_{\text{ف}}\, \text{ھ}$$

پس حاصل مجموعی توانائی

$$\text{ا}_{\text{ن}} = \text{ق} + \text{ت}$$

$$= -\frac{\text{ب}^2}{\text{ص}} + \frac{\text{ع}_1}{\text{ص}^3} + \frac{\text{ع}_2}{\text{ص}^5} + \frac{1}{2\text{ک}}\left(\text{مح}_{\text{ص}}^2 + \frac{1}{\text{ص}^2}\,\frac{\text{ن}_{\text{ف}}^2\, \text{ھ}^2}{4\pi^2}\right)$$

اور $\int_{\text{ف}=0}^{\text{ف}=2\pi} \text{مح}_{\text{ص}}\, \text{فرص} = \text{ن}_{\text{ص}}\, \text{ھ}$

$$\int_{\text{ف}=0}^{\text{ف}=2\pi} \sqrt{2\pi\left[\text{ا}_{\text{ن}} + \frac{2\text{ک}\,\text{ب}^2}{\text{ص}} - \frac{\text{ن}_{\text{ف}}^2\, \text{ھ}^2}{4\pi^2}\,\frac{1}{\text{ص}^2} - \frac{2\text{ک}\,\text{ع}_1}{\text{ص}^3} - \frac{2\text{ک}\,\text{ع}_2}{\text{ص}^5}\right]}\; \text{فرص}$$

جس سے $\text{ا}_{\text{ن}} = -\frac{2\pi^2\,\text{ک}\,\text{ب}^4}{\text{ھ}^2\left(\text{ن}_{\text{ف}} + \text{ن}_{\text{ص}} + \text{ا} + \text{ب}\right)^2}$ .... (۵)

جس میں $\text{ا} = \frac{16\pi^4\,\text{ک}^2\,\text{ب}^2\,\text{ع}_1}{\text{ن}_{\text{ف}}^3\, \text{ھ}^4}$ اور $\text{ب} = \frac{192\pi^6\,\text{ک}^3\,\text{ب}^2\,\text{ع}_2}{\text{ن}_{\text{ف}}^5\, \text{ھ}^6}$

مساوات (۵) کا مساوات (۲) سے مقابلہ کرکے دیکھا جائے تو معلوم ہوگا

$\text{ر} = \frac{2\pi^2\,\text{ک}\,\text{ب}^4}{\text{س}\,\text{ھ}^3}$ اور $\text{ن}_{\text{ف}} + \text{ن}_{\text{ص}} = \text{ن}$ یعنی حاصل مجموعی

قدری عدد

واضح ہے کہ ا اور ب دونوں السمتی قدری عدد کے تفاعل ہیں لیکن ب معہذا توانائی ا کا بھی تفاعل ہے۔ دونوں بھی نسبتاً چھوٹے عدد ہیں، ص طبعی جوہری نیمقطر کا نصف لیا جا سکتا ہے۔ ریلش کی محولہ بالا مساوات طبعی جوہر کے قوسی طیف کے چار سلسلوں کی عام تعبیر ہے جو صدر، تیز، منتشر اور اساسی یا برگمان کے سلسلے کہلاتے ہیں۔ یہ سلسلے مساوات (۱)

(یعنے رِٹس کی مساوات) میں عام رقموں ا۱، ب۱، ا۲، ب۲ کے عوض ان کی خاص خاص قیمتیں درج کرنے سے حاصل ہوتی ہیں - ذیل میں ہم ان کو پیشن (Paschen) کے جدید طریقۂ کتابت کے بموجب انگریزی میں لکھ کر پیش کرتے ہیں :-

[واضح رہے کہ $\bar{\nu}$ سے مراد خط کا موجِ عدد ہے]

$$(۶)\cdots\begin{cases}\bar{\nu}=R\left[\frac{1}{(1+S+\sigma)^2}-\frac{1}{(n+p+\pi)^2}\right] & \text{(صدر سلسلہ) Principal Series.}\\ \bar{\nu}=R\left[\frac{1}{(2+p+\pi)^2}-\frac{1}{(n+s+\sigma)^2}\right] & \text{(تیز ") Sharp Series}\\ \bar{\nu}=R\left[\frac{1}{(2+p+\pi)^2}-\frac{1}{(n+d+\delta)^2}\right] & \text{(منتشر ") Diffuse Series}\\ \bar{\nu}=R\left[\frac{1}{(3+d+\delta)}\;\;\frac{1}{(n+f+\phi)^2}\right] & \text{(برگمان ") Bergmann Series یا مختصراً}\end{cases}$$

$$(۷)\cdots\begin{cases}\bar{\nu}=1S-np;\ n=2,3,4 & \text{صدر سلسلہ}\\ \bar{\nu}=2p-nS;n=2,3,4 & \text{تیز "}\\ \bar{\nu}=2p-nd;n=3,4,5 & \text{منتشر "}\\ \bar{\nu}=3d-nf;n=4,5,6 & \text{برگمان "}\end{cases}$$

مساوات (۱) کا مساواتوں (۶) سے مقابلہ کرنے سے معلوم ہوگا سلسلہ کی ہر رقم میں ا۱ مستقل ہے - یعنی (۶) میں جہاں جہاں S، p، d اور f رقمیں لکھی گئی ہیں وہ مساوات (۱) کی ا۱ یا ا۲ رقموں کی خاص خاص قیمتیں ہیں - پس مصرحۂ بالا ان چار رقموں میں سے ہر ایک رقم ایک مستقل السّمتی عدد کو تعبیر کرتی ہے اس لیے کہ ا۱ جو $\frac{۱۶\,\pi^2\,ک\,ب^2\,ع}{ن^3_۱\,ھ}$ کے مساوی ہے السّمتی عدد نف کا تفاعل ہے اور بدیں وجہ ہر ایک سلسلہ میں تغیر پذیر عدد نص ہے - (S) رقموں میں حاصل مجموعی

قدری عدد (ن) کی قیمت ہو سکتی ہے۔ لیکن چونکہ ن = نف + نص اور قبل ازیں بتا دیا گیا ہے کہ اِنتمتی عدد نف صفر نہیں ہو سکتا۔ پس جملہ (S) رقموں کے لئے نف کی قیمت اکائی ہے۔ مہٰذا "قاعدہ انتخاب" کی رُو سے جوہری نظام کی توانائی میں صرف ایسا ہی تغیر جائز ہے جس میں نف بقدر +۱ یا -۱ بدلتا ہے۔ پس (P) رقموں کے لیے نف = ۲ (d) رقموں کے لیے نف = ۳ اور (f) رقموں کے لیے نف = ۴۔ اس سے واضح ہوتا ہے کہ رِڈبرگ کے امتحانی (empirical) ضابطوں کی (جو (۶) اور (۷) مساواتوں میں درج ہیں) سومرفلڈ کے مصرحۂ بالا نظریہ سے بہت خوبی کے ساتھ تعبیر ہوتی ہے۔

بند نما طیوف۔ ان کا مختصر ذکر ضمیمۂ برق کے گیارہویں باب میں آیا ہے۔ ان طیوف کو بلحاظ تعلق سالمی طیوف بھی کہتے ہیں۔ بند نما طیوف کی تجربی و نظری تحقیقات سے سالمہ کے طبیعی ابعاد کے متعلق اکثر و بیشتر ایسے معلومات حاصل ہوئے ہیں جن کا اب تک پتہ نہیں چل سکتا تھا۔ اس لیے بند نما طیف پیمائی کو آجکل بڑی اہمیت دی جاتی ہے۔ بہ نظرِ اختصار اس کتاب کے لیے ہم اس کے صرف چند ضروری امور کا بیان کر دینا ہی کافی سمجھتے ہیں۔

بند نما طیوف کے تین اجزاء مشاہدہ ہوتے ہیں۔ ایک جزو طیف کے بعید پائین سُرخ حصّہ میں ہے جو گردشی بند نما طیف کہلاتا ہے۔ دوسرا قریب پائین سُرخ حصّہ میں ہے جو اہتزازگردشی بند نما طیف کہلاتا ہے۔ اور تیسرا مرئی یا بالائے بنفشی حصّہ میں جس کو برقیئی بند نما طیف کہتے ہیں۔ کافی بڑی طاقت کے طیف پیما استعمال کرنے سے بند نما طیوف تحلیل ہو کر باریک خطوں کی شکل میں دکھائی دیتے ہیں۔ گردشی بند نما طیفی خط کا تعددِ ارتعاش نر سے تعبیر کیا جاتا ہے۔ اہتزاز گردشی خط کا تعدد نہ ر سے اور برقیئی خط کا تعدد نب سے۔

(۱) خطی طیوف کے نظریہ کی تقلید کرتے ہوئے بند نما طیوف کی

توجیہ سالمہ کی قدری حالت کے تغیر سے کی جاتی ہے - ہم فرض کرینگے کہ سالمہ اپنی سادہ ترین صورت میں دو جوہروں پر مشتمل ہے جن کی کمیتیں ک اور جن کو مِلانے والے خط کا طول ۲ ص ہے - سالمہ اس خط کے ثابت نقطۂ تنصیف میں سے علی القوائم گزرنے والے محور کے گرد گھومتا ہے - اس طرح پر کہ دونوں جوہر ایک کروی سطح پر حرکت کرتے ہیں - ایسی صورت میں سالمہ کی توانائی گردشی توانائی ہوگی - موجی میکانیات (Wave Mechanics) کے طریقوں سے اس کا ضابطہ $ت_{ن} = \frac{ه^2 ن(ن+1)}{8\pi^2 ج}$ ......(۱) حاصل ہوتا ہے۔

جس میں ه ≡ پلانک کا عالمگیر مستقل، ن ایک مثبت صحیح عدد ہے اور ج ≡ سالمہ کے جمود کا معیارِ اثر - اگر سالمہ کے دونوں جوہر ایک ہی ہوں تو ج = ۲ ک ص۲ -

قدری اصول کے بموجب توانائی کی تبدیلی صحیح اعداد ہی کے لحاظ سے عمل میں آئیگی - ن کی حیثیت چونکہ السّمتی قدری عدد کی سی ہے اس لیے توانائی کی ان تبدیلیوں میں ن کی قیمت صرف ± ۱ (یا صفر) کے حساب سے تبدیل ہوگی - قدری عدد جب $م_1$ سے بدل کر $م_2$ ہوتا ہے تو توانائی میں تبدیلی

$$ت_{ن_1} - ت_{ن_2} = \frac{ه^2}{8\pi^2 ج}\left\{(ن_1^2 + ن_1) - (ن_2^2 + ن_2)\right\} \quad ....(2)$$

$$\text{پس}\quad \text{نہ}_{ن_1, ن_2} = \frac{ه}{8\pi^2 ج}\left\{\left(ن_1 + \frac{1}{2}\right)^2 - \left(ن_2 + \frac{1}{2}\right)^2\right\} \quad ....(3)$$

$$\text{اور}\quad \text{نہ}_{ن+1, ن} = \frac{ه}{8\pi^2 ج}\, 2(ن+1) = \frac{ه(ن+1)}{4\pi^2 ج} -$$

اس طیف کے خطوط مساوی فاصلوں پر ہوتے ہیں - اس کی مثال آبی بخار کا جذبی بند نما طیف ہے -

اگر قدری عدد ن کی قیمت صفر سے بدل کر ۱ ہو جائے تو

$$\text{ش}_{۱،۰} = \frac{\text{ه}}{۸\pi^۲ \text{ج}} \left\{ \left(۱ + \tfrac{۱}{۲}\right)^۲ - \left(\tfrac{۱}{۲}\right)^۲ \right\} = \frac{۲\text{ه}}{۸\pi^۲ \text{ج}}$$

ذیل میں ہم بوہر کے نظریہ سے ان توانائیوں کا ضابطہ حاصل کرتے ہیں، لیکن یہ ضابطہ محض تقریبی ہوگا۔ سالمہ کی گردشی توانائی $\text{ت}_\text{گ} = \frac{۱}{۲} \text{ج} \text{س}^۲$ جس میں س = سالمہ کی زاویئی رفتار، اس کا زاویئی معیارِ حرکت = س ج اور بوہر کی قدری شرط کے بموجب

$$۲\pi (\text{س ج}) = \text{ن ه} \quad \text{جس میں ن} = ۱، ۲، ۳ \ldots$$

پس ان دونوں مساواتوں سے س کو ساقط کرنے سے

$$\text{ت}_\text{گ} = \frac{\text{ن}^۲ \text{ه}^۲}{۸\pi^۲ \text{ج}} \quad \ldots\ldots (۴)$$

$$\text{اور} \quad \text{ش}_{\text{ن}_۱، \text{ن}_۲} = \frac{\text{ه}}{۸\pi^۲ \text{ج}} \left(\text{ن}_۱^۲ - \text{ن}_۲^۲\right) \quad \ldots\ldots (۵)$$

واضح ہو کہ موجی میکانیات کی زیادہ صحیح مساوات میں بجائے قدری اعداد ن کے $(\text{ن} + \frac{۱}{۲})$ شریک ہیں۔

(ب) سالمہ کی گردشی حرکت کے علاوہ اس کے جوہر جو ایک دوسرے سے ۲ رُ فاصلہ پر فرض کیے گئے ہیں ان کو ملانے والے خط پر اپنے مقامِ تعادل کے گرد اہتزاز بھی کر سکتے ہیں۔ اگر یہ اہتزاز سادہ موسیقی ہو تو اس کی مساوات

$$\text{ک} \frac{\text{ف}^۲ \text{لا}}{\text{فو}^۲} = - \text{د لا}$$

جس میں ک جوہر کی کمیت اور د ایک مستقل ہے۔ موجی میکانیات کے طریقہ سے ایک ایک جوہر کی توانائی

$$\text{ت}_\text{و} = \left(\text{ن} + \tfrac{۱}{۲}\right) \frac{\text{ه}}{۲\pi} \sqrt{\frac{\text{د}}{\text{ک}}} \quad \ldots\ldots (۶)$$

برآمد ہوتی ہے۔

اور اگر سالمہ ایک ہی عنصر کے دو جواہر پر مشتمل ہے تو

$$\text{ت}_{\text{ر}} = (\text{نَ} + \tfrac{1}{2}) \, \frac{\text{ھ}}{\pi} \sqrt{\frac{\text{م}}{\text{ک}}} \quad \ldots\ldots\ldots (۷)$$

پس قدری عدد نَ$_1$ سے نَ$_2$ میں جب منتقلی واقع ہوتی ہے تو

$$\text{ش}_{\text{ر}}, \text{نَ}_1, \text{نَ}_2 = (\text{نَ}_1 - \text{نَ}_2) \, \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{\text{م}}{\text{ک}}} \quad \ldots\ldots\ldots (۸)$$

کلیۂ انتخاب کے بموجب $(\text{نَ}_1 - \text{نَ}_2) = \pm 1$ پس

$$\text{ش}_{\text{ر}} = \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{\text{م}}{\text{ک}}}$$

درحقیقت سالمہ کے جواہر کا اہتزاز غیر سادہ موسیقی ہوتا ہے۔ اور اس کے بموجب توانائی کا زیادہ صحیح ضابطہ

$$\text{ت}_{\text{ر}} = \frac{\text{ھ}}{\pi} \sqrt{\frac{\text{م}}{\text{ک}}} \, (\text{نَ} + \tfrac{1}{2}) \left[1 - \text{عر}_1 (\text{نَ} + \tfrac{1}{2}) + \text{عر}_2 (\text{نَ} + \tfrac{1}{2})^2 + \ldots\ldots \right]$$

جس میں عر$_1$، عر$_2$ ...... بہت چھوٹے مقادیر ہیں۔ اس جملہ کو ایک دوسرے طریقہ پر پھیلانے سے

$$\text{ت}_{\text{ر}} = 1 + \text{عَر}_1 \text{نَ} - \text{عَر}_2 \text{نَ}^2 + \text{عَر}_3 \text{نَ}^3$$

اور کلیۂ انتخاب میں بھی ترمیم ہو کر قدری عدد نَ عموماً ۱ یا ۲ کے حساب سے تبدیل ہوتا ہے۔ ہم بوہر کے طریقہ سے ت$_{\text{ر}}$ کے لیے ضابطہ اخذ کرینگے اور بتائینگے۔ یہ ضابطہ موجی میکانیات والے زیادہ صحیح ضابطے سے کس حد تک مختلف ہے۔

چونکہ ک $\frac{\text{فر}^2 \text{لا}}{\text{فر و}^2} = -$ مرلا لہذا لا = ب جب ۲π ع و اور ۲π ع = $\sqrt{\frac{\text{م}}{\text{ک}}}$

اہتزاز کرنے والے جوہر کی توانائی

$$\text{ت} = \frac{1}{2} \text{ک} \left(\frac{\text{فر لا}}{\text{فر و}} \right)^2 + \frac{1}{2} \text{ مر لا}^2$$

= ۱/۲ [۴ π² ب² ع² ک جم² (۲π ع و) + م ب² جب² (۲π ع و)]

= ۲ π² ع² ب² ک

بور کی قدری شرط کے بموجب ∫ ۲ ک (فرلا / فرو) فرلا = نَ ھ

یا ۸ ک ب² ع² π² ∫ (جم ۴π ع و + ۱) فرو = نَ ھ　(حد: ۰ تا ۱/ع)

اس لیے کہ درانحالیکہ و = ۱/(۴ع)، لا = ب جب ۲π ع و = ب

یا　ع = نَ ھ / (۲ ک π² ب²)　یعنے نَ ھ = ۲ π² ع ب² ک

پس　نَ ھ ع = ۲ π² ع² ب² ک = توانائی ت

∴　ت = (نَ ھ / ۲π) √(م/ک)　...........(۹)

مساوات (۹) کا مساوات (۶) کے ساتھ مقابلہ کرنے سے معلوم ہوگا کہ اوّل الذکر میں قدری عدد (نَ + ۱/۲) اور ثانی الذکر میں صرف نَ

(ج) اب ہم سالمہ کی گردش پر اور اس کے جواہر کے اہتزازوں کی حاصل مجموعی حرکت پر غور کرتے ہیں ۔ یہ ثابت کیا جا سکتا ہے کہ سالمہ جب اس طرح حرکت کرتا ہے تو اس کی حاصل مجموعی توانائی اس کی خالص گردشی اور اس کے جواہر کی خالص اہتزازی توانائیوں کا تقریباً حاصل جمع ہے ۔

پس　ت‌ن،نَ = (ن + ۱/۲)² ھ² / (۸ π² جم) + (نَ + ۱/۲) (ھ / ۲π) √(۲ م/ک)

اگر سالمہ دو مساوی جواہر پر مشتمل ہو تو اس توانائی کی قیمت

(ن + ۱/۲)² ھ² / (۱۶ π² جم) + (نَ + ۱/۲) (ھ / π) √(م / ۲ک) ہے

چونکہ ن کی تبدیلیاں ± ۱ کے حساب سے عمل میں آتی ہیں اس لیے تعددِ ارتعاش

$$\text{ش}_{\text{ن}+1،\text{ن};\ \bar{\text{ن}}_1،\bar{\text{ن}}_2} = \frac{2(\text{ن}+1)\text{ه}}{16\pi^2\,\text{مج}} + (\bar{\text{ن}}_1 - \bar{\text{ن}}_2)\frac{1}{\pi}\sqrt{\frac{\text{ص}}{\text{ک}}} \quad \ldots\ldots(10)$$

$$= \frac{(\text{ن}+1)\text{ه}}{8\pi^2\,\text{مج}} + (\bar{\text{ن}}_1 - \bar{\text{ن}}_2)\,2\text{ع}$$

جس کو بشکل $\text{ش}_{\text{ن}+1،\text{ن};\ \bar{\text{ن}}_1،\bar{\text{ن}}_2} = \text{ش}_{\text{گ}} + \text{ش}_{\text{ر}}$ لکھ سکتے ہیں۔

چونکہ $\text{مج} = \text{ک}\,\text{ص}^2$ اور $\sqrt{\frac{\text{ص}}{\text{ک}}} = 2\pi\,\text{ع}$ اور $\text{ع} = \frac{\bar{\text{ن}}\,\text{ه}}{2\,\text{ک}\,\pi^2\,\text{ب}^2}$

لہذا سالمہ کا گردشی تعدد سالمہ کے بین جوہری فاصلہ (۲ص) کے مربع کے بالعکس بدلتا ہے اور اہتزازی تعدد جوہر کے حیطۂ اہتزاز (ب) کے مربع کے بالعکس۔ لیکن ب بہ نسبت ص کے بہت چھوٹا ہے اس لیے $\text{ش}_{\text{ر}}$ کی قیمت بمقابل $\text{ش}_{\text{گ}}$ کے بہت زیادہ ہے۔ گویا اصل تغیر اہتزازی توانائی کا ہے اور اس کے ساتھ گردشی توانائی کے بھی چند ایک ممکنہ تغیرات عمل میں آتے ہیں یا بالفاظ دیگر $\text{ش}_{\text{ر}}$ سے طیف کے اس حصہ کی تعیین ہوتی ہے جس میں اہتزاز گردشی بند موجود ہوتے ہیں اور $\text{ش}_{\text{گ}}$ بندوں کے منفردہ خطوط کے درمیانی فاصلوں کو تعبیر کرتا ہے۔

ایسے طیف کی مثالیں ہائیڈروجن کے مرکبات میں پائی جاتی ہیں جو کلورین، برومین اور فلورین کے ساتھ مل کر بنتے ہیں۔

تسرنی (Czerny) نے ہائیڈروجن کلورائیڈ (HCl) گیس کے بعید پائین سرخ حصۂ طیف میں ۱۲۰ مائکرون (μ 120) یعنی 120×10^{4} انگسٹروم تک جذبی خطوط کی پیمائش کی اور ان کے تعدد کے لیے ضابطہ

$$\text{ش} = 20{,}794\,\text{م} - 0{,}0164\,\text{م}^3 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (11)$$

دریافت کیا جس میں م کی قیمتیں صحیح عددی ہیں جو ایک خط سے دوسرے

خط کے لیے بدلتی جاتی ہیں ـ م^۲ والی رقم کی توجیہ اس طرح کی جاتی ہے کہ سالمہ جب بہت تیز زاویئی رفتاروں کے ساتھ حرکت کرنے لگتا ہے تو اس کا بین جوہری فاصلہ بڑھ جاتا ہے جس کی وجہ سے جمود کا معیارِ اثر (ج) بھی بڑھ جاتا ہے ـ

گردشی طیف کے ضابطہ نہ

$$\text{نہ}_{\text{ن+۱،ن}} = \frac{\text{ہ}\,(\text{ن}+۱)}{۴\pi^2\,\text{ج}}$$

سے مساوات (۱۱) کا مقابلہ کرنے سے

$$(\text{ن}+۱) = \text{م} \quad \text{پس} \quad \text{ن} = \text{م}-۱ \quad \text{اور} \quad \frac{\text{ہ}}{۴\pi^2\,\text{ج}} = ۲۰٫۷۹۴ \ \text{ثانیہ}^{-۱}$$

پس (HCl) سالمہ کے جمود کا معیارِ اثر براہِ راست $۲٫۶۶ \times ۱۰^{-۴۰}$ گرام سمر^۲ محسوب ہوتا ہے ـ ہائیڈروجن اور کلورین کی کمیتیں معلوم کر کے (HCl) سالمہ کے بین جوہری فاصلہ کی قیمت تقریباً $۱٫۲۸ \times ۱۰^{-۸}$ سمر دریافت کی جاتی ہے ـ

HCl کے اساسی اہتزاز گردشی بند کا انجذابی سپکٹروگرام (خطی نقشہ)

شکل ۶۷

(منقول از آؤٹ لائین آف اٹومک فزکس چیپمین اینڈ ہال لندن)

اہتزاز گردشی بند نما طیوف کے طول موج آٹھ ہزار انگسٹروم سے پچاس ہزار انگسٹروم تک مشاہدہ ہوئے ہیں۔

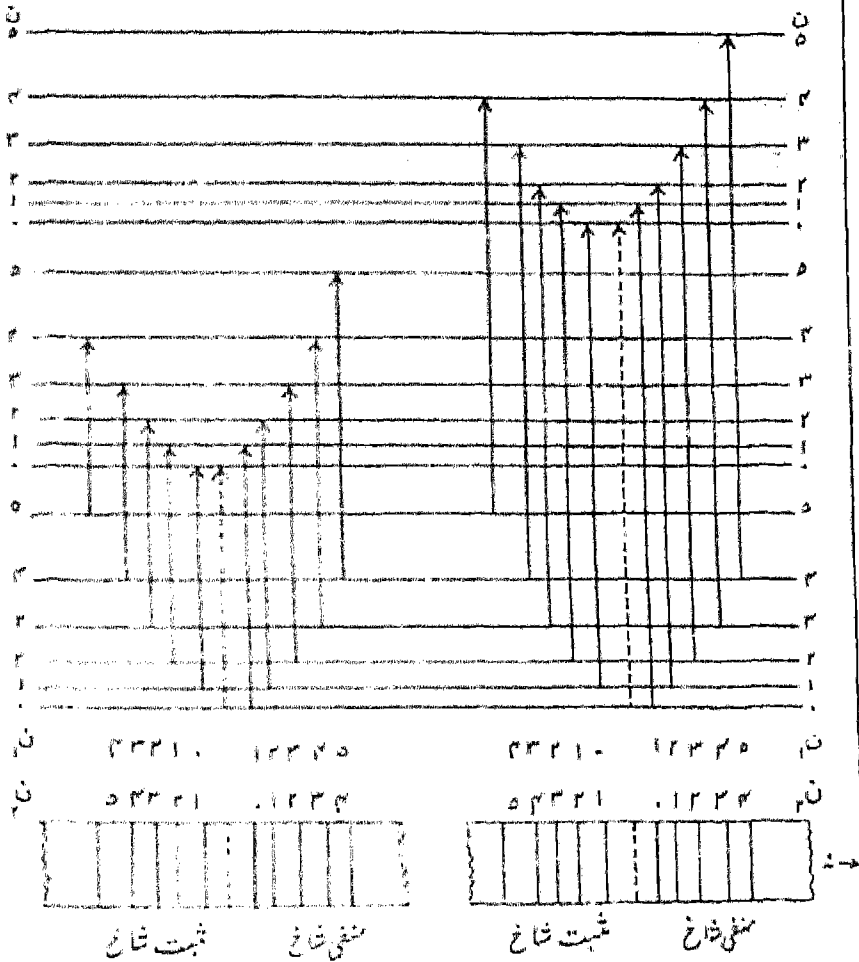
شکل ۶۷ میں ہم نے چیپمین اینڈ ہال لندن کی شایع کردہ کتاب آؤٹ لائین آف اٹومک فزکس سے HCl کے اساسی بند نما طیف کے قریب پائین سرخ انجذابی نقشہ نقل کیا ہے جس کے وسطی حصہ کا طول موج $۳٫۴۶ \times ۱۰^{۴}$ انگسٹروم ہے۔ HCl کے بند نما طیف کی یہ ایک بڑی خصوصیت ہے کہ وسطی حصہ کا طیفی خط غائب ہے۔ اس وسطی غائب خط کے دونوں جانب مساوی فاصلوں پر خطوط مشاہدہ ہوتے ہیں۔

شکل ۶۸ میں جو متذکرۂ بالا کتاب ہی سے نقل کی گئی ہے سالمہ کی توانائی کی سطحیں کھینچ کر خطوط کی پیدائش کی توجیہ کی گئی ہے۔ شکل کے معائنہ سے معلوم ہوگا کہ بند نما طیف کے وسطی حصہ کے غائب خط کے اسباب کیا ہیں۔ یہ خط توانائی کی سطحوں کے لحاظ سے ایسی منتقلی کو تعبیر کرتا ہے جس میں گردشی قدری عدد ن تبدیل نہیں ہوتا ہے۔ بند نما طیف کی مثبت شاخ ایسے خطوط پر مشتمل ہے جن کے لیے ن۱ - ن۲ = +۱ اور حرف (R) سے تعبیر کی جاتی ہے۔ منفی شاخ حرف (P) سے تعبیر کی جاتی ہے اور اس کے خطوط کے لیے ن۱ - ن۲ = -۱

شکل ۶۸ کے ملاحظہ سے معلوم ہوگا کہ HCl کے اساسی بند نما طیف کے علاوہ (جو ۳٫۴۶ مہ کے پاس واقع ہوتا ہے) ایک دوہرے تعدد کا پہلا ہارمونک بند بھی پایا جاتا ہے جو ۱٫۷۶ مہ کے پاس واقع ہے۔

گردشی بند کے تعدد کے ضابطہ میں چونکہ سالمہ کے جمود کا معیار اثر شریک ہے اور ہمجا (Isotope) عناصر کے وزن جوہر مختلف ہوتے ہیں اس لیے مختلف ہمجائی عناصر کے سالمات کے تعدد ارتعاش بھی مختلف ہوتے ہیں جس کی وجہ سے توانائی کی سطحوں کا انتقال بھی مختلف ہوتا ہے اور انجذابی طیف کے منحنی کے آثار چڑھاؤ میں اختلاف پایا جاتا ہے۔ HCl کے

Chapman and Hall, London

طیف میں بھی یہ اختلاف مشاہدہ ہوتا ہے اس لیے کہ کلورین کے

HCl کے اساسی اور پہلے ہارمونک بندوں کی پیدائش سے متعلق توانائی کی سطحوں کا تیاسی نقشہ

شکل ۶۸

(منقول از آؤٹ لائین آف اٹامک فزکس، چیپمین اینڈ ہال لندن)

ہمجاؤں کا جوہری وزن علی الترتیب ۳۵ اور ۳۷ ہے۔ HCl کے انجذابی طیف کے اعظم حدّت کے خطوط ۳۵ وزن جوہر والے کلورین کے ہمجا (Cl^{35}) سے متعلق ہیں۔ لیکن ان میں سے ہر ایک کے ساتھ ایک کمتر حدّت کا تابع خط بھی پایا جاتا ہے جو (Cl^{37}) سے متعلق ہے۔

(و) اب ہم بندنما طیف کے برقیئی جزو پر بحث کرنا چاہتے ہیں۔ سابقہ بحثوں میں ہم نے سالمہ کے جوہروں کو بشمول اُن کے مرکزوں اور برقیوں کے محض نقطئی کمیتیں فرض کیا تھا۔ لیکن حقیقتِ حال اس سے مختلف ہے اور سب سے زیادہ اہمیت والے وہ سالمی طیوف ہیں جن کی پیدائش کے ساتھ جوہری توانائی ($\text{ت}_\text{ج}$)، اہتزازی توانائی ($\text{ت}_\text{ر}$) اور گردشی توانائی ($\text{ت}_\text{گ}$) بھی وقتِ واحد میں بدلتی ہے۔

سہولت کے مدِنظر صرف آسان مثالوں اور طریقوں سے کام لیا جائیگا۔ لیکن جو نتائج اخذ کیے جاتے ہیں بہت اہمیت رکھتے ہیں۔

فرض کرو کہ سالمہ کے اندر بوہر کی اصطلاح میں برقیہ ایک مدار کو چھوڑ کر دوسرے مدار میں داخل ہوتا ہے۔ یا حالیہ نقطۂ نظر سے سالمہ کی توانائی کا ایسا تغیر فرض کرو جس سے اس کے ایک جوہر کی مداری توانائی میں بھی تبدیلی واقع ہوتی ہے۔ تب اگر $\text{ت}_\text{گ}$ گردشی توانائی ہے تو

$$\text{ت}_\text{گ} = \frac{\text{ه}^2}{8\pi^2\,\text{جم}}\,\text{ن}_2(\text{ن}_2+1) = \frac{\text{ه}^2}{8\pi^2\,\text{جم}}\left(\text{ن}_2+\frac{1}{2}\right)^2 - \frac{\text{ه}^2}{32\pi^2\,\text{جم}}$$

جس میں $\text{جم}'$ سالمہ کے نئے جمود کا معیارِ اثر ہے۔ اگر ایک نیا گردشی قدری عدد $\text{ن}_1 = \text{ن}_2 + \frac{1}{2}$ لیا جائے تو

$$\text{ت}'_\text{گ} = \frac{\text{ه}^2\,\text{ن}_1^2}{8\pi^2\,\text{جم}'} - \frac{\text{ه}^2}{32\pi^2\,\text{جم}'}$$

اب فرض کرو کہ جوہری توانائی کی تبدیلی کے باعث تعدّد $\text{نہ}_\text{ج}$ ہے اور اہتزازی توانائی کی تبدیلی کے باعث تعدد $\text{نہ}_\text{ر}$ تو حاصل تعدّد

$$\text{نہ} = \text{نہ}_\text{ج} + \text{نہ}_\text{ر} + \frac{\text{ه}}{8\pi^2}\left(\frac{\text{ن}^2}{\text{جم}} - \frac{\text{ن}_1^2}{\text{جم}'}\right) - \frac{\text{ه}}{32\pi^2}\left(\frac{1}{\text{جم}} - \frac{1}{\text{جم}'}\right) \quad \dots(13)$$

اس لیے کہ گردشی قدری عدد $\text{ن}_\text{ا}$ سے ن میں تبدیل ہوتا ہے اور سالمہ کے جمود کا معیارِ اثر $\text{ج}'$ سے ج میں۔ یہ مساوات بشکل $\text{نہ} = \text{نہ}_\text{ج} + \text{نہ}_\text{ر} + \text{نہ}_\text{ع}$ بھی لکھی جا سکتی ہے اگر $\text{نہ}'_\text{ر} = \text{نہ}_\text{ر} - \frac{\text{ھ}}{\text{۳۲}\,\pi^{2}}\left(\frac{1}{\text{ج}} - \frac{1}{\text{ج}'}\right)$

ان میں $(\text{نہ}_\text{ج} + \text{نہ}_\text{ر})$ بمقابل $\text{نہ}_\text{ع}$ کے بہت بڑا ہے پس صریحۂ بالا مساوات ایک ایسے طیفی خطوط کے مجموعہ کو تعبیر کرتی ہے جو ایک معیّن $(\text{نہ}_\text{ج} + \text{نہ}_\text{ر})$ کے ساتھ وابستہ ہے۔ اس مجموعۂ خطوط کے منفردہ ارکان کی تعیین قدری عدد ن سے ہوتی ہے جس کی قیمتیں $\frac{1}{2}$، $\frac{3}{2}$، $\frac{5}{2}$ ...... وغیرہ ہوتی ہیں۔
کلیہ انتخاب کے بموجب حسب معمول قدری عدد بحساب ± 1 یا صفر بدلتا ہے۔

پس مساوات (۱۲) میں اگر بجائے $\text{ن}_\text{ا}$ کے ن-۱ لکھیں تو

$$\text{نہ} = \text{نہ}_\text{ج} + \text{نہ}_\text{ر} - \frac{\text{ھ}}{\text{۸}\,\pi^{2}\,\text{ج}'} + \frac{\text{ھ}}{\text{۴}\,\pi^{2}\,\text{ج}'}\,\text{ن} + \frac{\text{ھ}}{\text{۸}\,\pi^{2}}\left(\frac{1}{\text{ج}} - \frac{1}{\text{ج}'}\right)\text{ن}^{2}$$

اگر بجائے $\text{ن}_\text{ا}$ کے ن + ۱ لکھیں تو

$$\text{نہ} = \text{نہ}_\text{ج} + \text{نہ}_\text{ر} - \frac{\text{ھ}}{\text{۸}\,\pi^{2}\,\text{ج}'} - \frac{\text{ھ}}{\text{۴}\,\pi^{2}\,\text{ج}'}\,\text{ن} + \frac{\text{ھ}}{\text{۸}\,\pi^{2}}\left(\frac{1}{\text{ج}} - \frac{1}{\text{ج}'}\right)\text{ن}^{2}$$

یعنی قدری عدد $\text{ن}_\text{ا}$ کی ∓ 1 تبدیلی سے

$$\text{نہ} = \text{نہ}_\text{ج} + \text{نہ}_\text{ر} - \frac{\text{ھ}}{\text{۸}\,\pi^{2}\,\text{ج}'} \pm \frac{\text{ھ}}{\text{۴}\,\pi^{2}\,\text{ج}'}\,\text{ن} + \frac{\text{ھ}}{\text{۸}\,\pi^{2}}\left(\frac{1}{\text{ج}} - \frac{1}{\text{ج}'}\right)\text{ن}^{2} \quad \text{.... (۱۳)}$$

اور اگر مساوات (۱۲) میں بجائے $\text{ن}_\text{ا}$ کے ن لکھیں تو

$$\text{نہ} = \text{نہ}_\text{ج} + \text{نہ}_\text{ر} + \frac{\text{ھ}}{\text{۸}\,\pi^{2}}\left(\frac{1}{\text{ج}} - \frac{1}{\text{ج}'}\right)\text{ن}^{2} \quad \text{.......... (۱۴)}$$

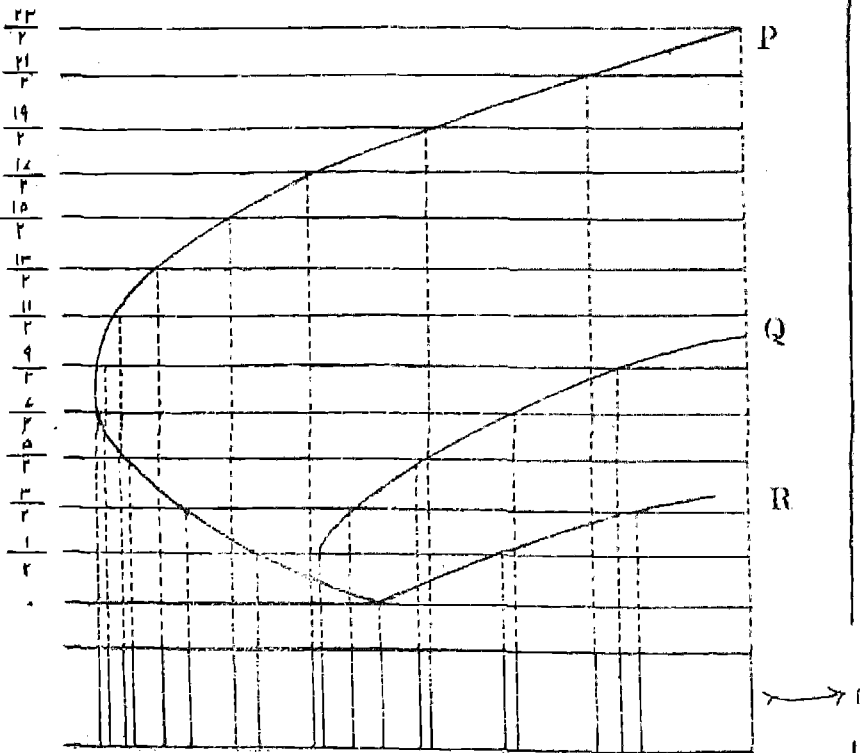
بطور اختصار مساواتیں (۱۳) و (۱۴) بشکل

$$\left.\begin{aligned} \text{نہ} &= \text{ا} \pm \text{۲ب} + \text{ج}\,\text{ن}^{2} \\ \text{اور}\quad \text{نہ} &= \text{ا}' + \text{ج}\,\text{ن}^{2} \end{aligned}\right\} \quad \text{........ (۱۵)}$$

لکھی جا سکتی ہیں۔

جن میں $\text{ا} = \text{شَج} + \text{شر} - \frac{\text{ھ}}{\text{۸}\pi^{\text{۲}}\,\text{مج}}$ ، $\text{ب} = \frac{\text{ھ}}{\text{۸}\pi^{\text{۲}}\,\text{مجَ}}$

$$\text{ج} = \frac{\text{ھ}}{\text{۸}\pi^{\text{۲}}}\left(\frac{\text{۱}}{\text{مج}} - \frac{\text{۱}}{\text{مجَ}}\right) \quad \text{اور} \quad \text{اَ} = \text{شَج} + \text{شج}$$

مساواتوں (۱۵) میں ن کی قیمت $\frac{\text{۱}}{\text{۲}}$ ، $\frac{\text{۳}}{\text{۲}}$ ، $\frac{\text{۵}}{\text{۲}}$ .... ہو سکتی ہے۔ واضح ہے کہ ا ، اَ اور ب مثبت ہیں اور ج خواہ مثبت ہے یا منفی۔ شَج کی کسی مقررہ قیمت کے لیے تو ج مستقل ہے۔

برقی بند نما طیف کا نقشہ بتقلید فی س ٹوایٹ

شکل ۶۹

برقی بندنما طیف کے مجموعۂ خطوط کی توضیح کے لیے شکل ۶۹ میں جو فورٹراٹ (Fortrat) کا نقشہ کہلاتا ہے نہ اور ن کی ترسیم کھینچی گئی ہے۔ مساوات نہ = ا ± ۲ ب + ج $ن^{۲}$ چونکہ بلحاظ ن دوم درجہ کی ہے اس لیے دو مکافیوں کو تعبیر کرتی ہے۔ شکل مذکور میں ان کے صرف دو حصّے مرتسم ہیں جو محور نہ = ۰ کے اوپر واقع ہیں اور وہ اسی محور پر باہمدگر بمقام نہ = ا ایک دوسرے کو قطع کرتے ہیں۔

ان کے رأس نقاط نہ = ا − $\frac{ب^{۲}}{ج}$ ، ن = ± $\frac{ب}{ج}$ پر واقع ہیں (جیسا کہ مساوات کو باعتبار ن حل کرکے اس کی اصلوں پر غور کرنے سے معلوم ہو جائیگا)۔ مساوات اَ + ج $ن^{۲}$ والا منحنی نہ کے محور کو تقریباً بمقام نہ = ا قطع کرتا ہے اس لیے ا اور اَ میں صرف $\frac{ھ}{۸ \pi^{۲} جَ}$ ہے جو بمقابل نہج + نہو قلیل ہے۔

نہ = ا ± ۲ ب + ج $ن^{۲}$ مساواتوں کے منحنی علی الترتیب P اور R شاخیں کہلاتی ہیں اور

نہ = اَ + ج $ن^{۲}$ مساوات کے منحنی کو شاخ Q کہتے ہیں۔

نقطہ نہ = نہج + نہو "بند کا مبداء" کہلاتا ہے اور مکافی کے رأس کا تعدد "بند کا سر" کہلاتا ہے۔

چونکہ اس طیف سے متعلق قدری عدد ن کی قیمتیں ۰، $\frac{۱}{۲}$، $\frac{۳}{۲}$، $\frac{۵}{۲}$..... ہیں اس لیے شکل ۶۹ میں ن کے محور پر ان فاصلوں سے نقطے لے کر ان میں نہ کے محور کے متوازی خطوطِ مستقیم کھینچے گئے ہیں۔ جہاں یہ خطوط مکافیوں کو قطع کرتے ہیں صرف ان ہی نقطوں کے تعدد والے طیفی خط پیدا ہوتے ہیں۔

معائنہ سے معلوم ہوگا کہ جو شکل کھینچی گئی ہے اس میں بندنما طیف کا "سر"

طیف کے پست تعدّد والے کنارے کی طرف واقع ہے۔ جس سے ظاہر ہے کہ ترسیم میں ج کی قیمت مثبت لی گئی ہے۔ ایسے بند نما طیف کے متعلق کہا جاتا ہے کہ اس کا تنزل کمتر طولِ موج کی طرف ہوتا ہے۔ اگر بند کا سر طیف کے بلند تعدّد والے کنارے کی طرف واقع ہو تو ج کی قیمت منفی ہوتی ہے اور بند کا تنزل بیشتر طولِ موج کی طرف ہوتا ہے۔ دونوں صورتوں میں طیفی خطوط کی تعداد فی اکائی تعدد ''سر'' سے جیسے جیسے آگے کو بڑھتے ہیں جلد جلد گھٹتی جاتی ہے۔

برقی بند نما طیف کی اچھی مثال سائیانوجن (Cyanogen) کے بندوں سے ملتی ہے جو نائیٹروجن کے سالمہ (N_2) سے پیدا ہوتے ہیں۔ کسی بھی پست دباؤ والی ہوائی نلی کے برقی اخراج سے اس طیف کا مشاہدہ ہو سکتا ہے۔

چونکہ P اور R شاخوں کے راسوں کے لیے نہ کی قیمت

ا - $\frac{ب^2}{ج}$ ہے اور ن = ± $\frac{ب}{ج}$ ان راسوں کے مابین طیفی خطوط کی تعداد $\frac{2ب}{ج}$ ہے۔ اور یہ شاخیں نہ کے محور پر جہاں باہمدیگر متقاطع ہوتی ہیں وہاں نہ = ا، پس بند کے سر اور بند کے مبداء کا مقام دونوں دریافت کرلیے جاسکتے ہیں۔ اور اس طرح ا، ب اور ج کی قیمتیں محسوب ہو جاتی ہیں۔

''سائیانوجن کے بندوں کے لیے''

$$2ب = ۱٫۱۵۲ \times 10^{11} \text{ ثانیہ}^{-1}$$

$$\text{اور} \quad ج = ۲٫۰۴ \times 10^{9} \text{ ثانیہ}^{-1}$$

$$\text{پس} \quad \frac{2ھ}{8\pi^2 جج} = ۱٫۱۵۲ \times 10^{11} \quad \text{اور} \quad جج = \frac{10^{-11} ھ}{۴٫۶۱ \pi^2}$$

چونکہ سالمہ کا ضابطہ N_2 ہے اس لیے جؔ = ۲ک ص۲ جس میں ص سالمہ کے دونوں جوہروں کے درمیانی فاصلہ کا نصف ہے اور ک ایک جوہر کی کمیت یعنے (ہائیڈروجن کی کمیت × ۱۴)

اس طرح حساب کرنے سے ۲ ص = ۱٫۱ × ۱۰^{-۸} سمر۔

نظریۂ تحرک سے اسی فاصلہ یعنے نائیٹروجن کے سالمہ کا قطر ۱٫۶۰ × ۱۰^{-۸} سمر برآمد ہوتا ہے۔

پانچواں باب

طیف پیمائی کے آلات

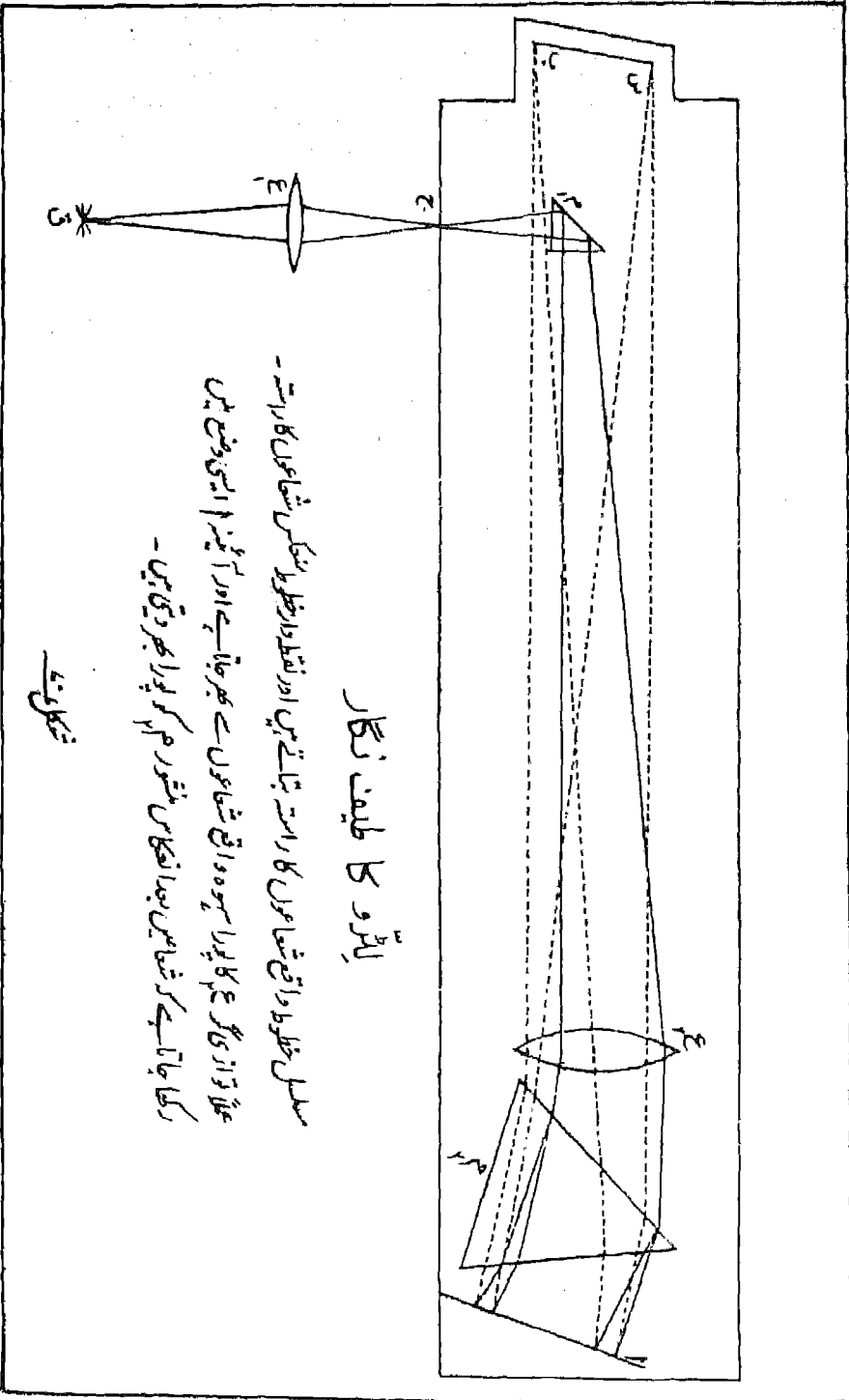
لِٹّرو (Littrow) کے بڑے طیف نگار کی تشریح اور اُس کا استعمال ۔

یہ آلہ بارہ انچ چوڑی تختیوں پر معدنیات وغیرہ کے طیفی فوٹوگراف لینے میں کام آتا ہے ۔ اس سے طولِ موج ۳۹۰۰ انگسٹروم سے لے کر ۴۶۰۰ انگسٹروم تک کے خطوط کا ۴۶۰۰ سے لے کر ۶۶۰۰ انگسٹروم تک کے خطوط کا (منشور کے پیچھے کے مستوی آئینہ کی ترتیب کے لحاظ سے) فوٹوگراف لیا جا سکتا ہے ۔ ملاحظہ ہو شکل (ﭦ) ۔

قوسی لمپ کے کاربنوں کے سروں میں گڑھے کر کے معدنی کا سفوف بھر دیا جاتا ہے اور پھر برقی رَو کو چلا کر کاربنوں کے بیچ میں قوس بنایا جاتا ہے ۔ اس قوس (ق) کا خیال عدسہ ع۱ کے ذریعہ جھری ج پر پیدا کیا جاتا ہے ۔ جھری سے شعاعیں پھیل کر زاویۂ قائمہ والے مساوی پہلوؤں کے منشور م۱ سے علی القوائم سمت میں منعکس ہو کر توازی گر عدسہ ع۲ پر پڑتی ہیں ۔ وہاں سے بعد انعطاف متوازی پنسل بن کر منشور م۱ میں داخل اور منتشر ہوتی ہیں ۔ اور پھر آئینہ ا سے منعکس ہو کر

مکرر منشور م₁ میں منتشر ہوتی ہیں اور اس طرح عدسہ ع میں سے ہوتے ہوئے منشور م₁ سے بچ کر فوٹوگرافی کی تختی ت کی سطح پر ماسکہ پر آتی ہیں ۔

چونکہ شعاعیں ایک ہی بڑے منشور میں دو مرتبہ منتشر ہوتی ہیں اس لیے ان کا انتشار دوچند ہوجاتا ہے اور منشور کی پوری انتشاری طاقت سے بھی استفادہ کیا جاتا ہے ۔ ایک ہی عدسہ توازی گر اور دُور بین کے فرائض انجام دیتا ہے ۔ اس لیے نور کی حدت کم ضائع ہوتی ہے ۔ معدنی کے طیف کے مقابلہ کے لیے اس پر عموماً لوہے کا طیف جزاً منطبق کیا جاتا ہے ۔ جھری کے سامنے دو سہوؤں کی ایک "کھڑکی" استعمال کی جاتی ہے ۔ ایک سہوہ دوسرے کے نیچے واقع ہوتا ہے اور جب یکے بعد دیگرے ان کو جھری کے سامنے کھولتے ہیں تو جھری کا صرف ایک جزو مبدائے نور کی تنویر سے استفادہ کرسکتا ہے ۔ اس طرح تختی پر ایک طیف معدنی کا حاصل کیا جاتا ہے اور پھر اس کے نیچے اس پر خفیف سا منطبق ہوتا ہے لوہے کا طیف ۔

اگر معدنی کے طیف میں خاص خاص عناصر کی تلاش مقصود ہو تو صفحہ ۲۱۷ کی جدول کے خطوط کے ذریعہ ان کا پتہ چلایا جاسکتا ہے ۔ اگر یہ خطوط طیف میں موجود نہ ہوں تو رائے قائم کی جاسکتی ہے کہ ان کے متعلقہ عناصر بھی معدنی میں نہیں ہیں ۔ [یہ جدول رائل کالج آف سائنس لندن کے معملِ طبیعیات کے تیار کردہ پرچہ ہائے طیف نگاری سے نقل کی گئی ہے ۔ اور تجربہ سے بہت سودمند ثابت ہوئی ہے ۔]

لِٹرو کا طیف نگار

مسلسل خطوط واقع شعاعوں کا راستہ بتاتے ہیں اور نقطہ دار خطوط منعکس شعاعوں کا راستہ۔
عملاً توازی گر ع۲ کا پورا سطح واقع شعاعوں سے بھر جاتا ہے اور آئینہ ا ایسی وضع میں
رکھا جاتا ہے کہ شعاعیں بعد انعکاس منشور م۲ کو پورا بھر دیتی ہیں۔

شکل

عنصر		طولِ موج انگسٹروں میں			
سلور	Ag	۴۰۵۵٫۴۲			
الومینیم	Al	۳۹۴۴٫۲۰	۳۹۶۱٫۷۱		
بیریم	Ba	۴۵۵۴٫۲۱	۴۹۳۴٫۲۴	۵۵۳۵٫۴۹	
بسمتھ	Bi	۴۱۲۱٫۸۶	۳۱۲۲٫۱۰		
کیلسیئم	Ca	۳۹۳۳٫۸۱	۳۹۶۸٫۶۳	۴۲۲۶٫۹۰	
کیڈمیم	Cd	۳۶۷۸٫۵۰			
کوبلٹ	Co	۳۹۹۵٫۴۵	۴۱۲۱٫۵۲		
کرومیم	Cr	۴۲۵۴٫۵۲	۴۲۷۵٫۰۱	۴۲۸۹٫۹۲	
کاپر	Cu	۴۰۲۲٫۸۷	۴۰۶۲٫۹۱		
مرکیوری	Hg	۴۰۴۶٫۸۹	۴۳۵۸٫۶۰		
انڈیم	In	۴۱۰۱٫۹۵	۴۵۱۱٫۵۵		
پوٹاسیئم	K	۴۰۴۴٫۳۶	۴۰۴۷٫۴۲		
لیتھیئم	Li	۴۶۰۲٫۲۰	۴۶۰۳٫۱۸		
مگنیشیئم	Mg	۴۳۵۲٫۳۵	۴۵۷۱٫۳۱	۴۷۰۳٫۳۰	
مینگنیز	Mn	۴۰۳۰٫۶۳	۴۰۳۳٫۲۱	۴۰۳۴٫۹۲	
نکل	Ni	۴۴۰۱٫۷۵			
لیڈ	Pb	۴۰۵۸٫۰۰			
انٹیمنی	Sb	۴۰۳۳٫۶۸			
اسکینڈیم	Sc	۴۲۴۷٫۰۳	۴۳۱۴٫۳۱	۴۳۲۰٫۹۸	۴۳۲۵٫۲۲
ٹن	Sn	۴۵۲۴٫۹۹			
اسٹرونشیم	Sr	۴۰۷۷٫۸۹	۴۲۱۵٫۷۰	۴۶۰۷٫۵۱	
ٹیٹینم	Ti	۴۵۴۸٫۹۸	۴۵۵۲٫۷۰	۴۵۵۵٫۷۰	
زنک	Zr	۴۶۸۰٫۴۹			

منشوری طیفی خطوط کے طولِ موج کی تعیین کے لیے کورنو ہارٹمین (Cornu-Hartmann) والا ضابطہ $(\text{لہ} - \text{لہ}_0)(\text{پ} - \text{پ}_0) = \text{م}$
بہت ہی بہ کار آمد ہے۔ اس میں لہ اس خط کا طولِ موج ہے پیمانہ پر جس کا نشان پ پڑھا جائے۔

لہ. ، پ. اور م مستقل مقادیر ہیں۔ ان کی قیمتیں معلوم کرنے کے لیے فوٹو گرافی تختی کے طیفی خطوط میں سے تین تقریباً مساوی الفصل لوہے کے طیفی خطوط منتخب کر لیے جاتے ہیں۔ اگر ان معیاری خطوط کے طولِ موج لہ۱، لہ۲، لہ۳ ہوں اور پیمانہ پر ان کے نشانات علی الترتیب پ۱، پ۲ اور پ۳ پڑھے جائیں تو

$$\text{پ}_0 = \frac{\text{پ}_1 - \text{پ}_2}{\left(\frac{\text{لہ}_1 - \text{لہ}_2}{\text{پ}_2 - \text{پ}_1}\right)\left(\frac{\text{پ}_3 - \text{پ}_2}{\text{لہ}_2 - \text{لہ}_3}\right)} - \text{پ}_1$$

$$\text{م} = \left(\frac{\text{لہ}_2 - \text{لہ}_1}{\text{پ}_2 - \text{پ}_1}\right)(\text{پ}_1 + \text{پ}_0)(\text{پ}_2 + \text{پ}_0)$$

$$\text{لہ}_0 = \text{لہ}_1 - \frac{\text{م}}{\text{پ}_1 - \text{پ}_0}$$

طیفی خطوط کے سلسلوں کے مطالعہ کے لیے بلور کے منشور اور عدسوں والا طیف نگار استعمال کرنا چاہیے۔ بلور طیف کے بالائے بنفشئی حصہ کو بڑی حد تک جذب نہیں کرتا۔ اس آلہ سے ۲۰۰۰ سے لے کر ۷۰۰۰ انگسٹروم تک کے طولِ موج کے خطوط فوٹو گراف ہو سکتے ہیں۔ فوٹو گرافی کی تختیاں بھی مناسب حساسیت کی ہونی چاہیں۔

انکساری جالی سے حاصل کردہ طیفی فوٹو گراف استعمال کر کے نئے خطوط کا طولِ موج دریافت کرنا ہو تو ضابطہ

$$\text{لہ} = \text{ا} + \text{ب}\,\text{پ}$$ کام دیتا ہے

اس میں $\text{ب} = \frac{\text{لہ}_1 - \text{لہ}_2}{\text{پ}_1 - \text{پ}_2}$ اور $\text{ا} = \text{لہ}_1 - \text{ب}\,\text{پ}_1$

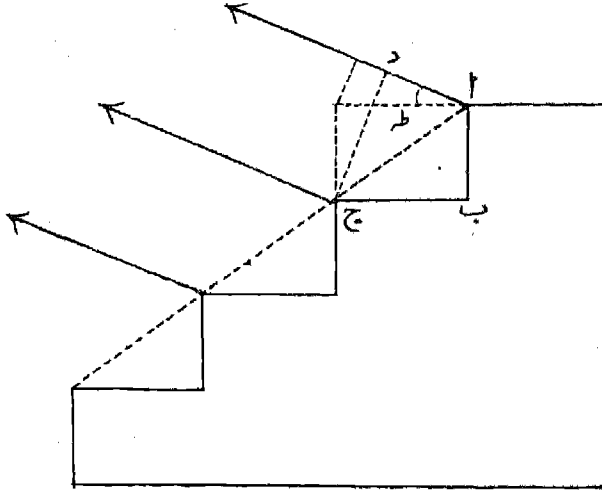
واضح ہو کہ ل۱ اور ل۲ لو ہے کے اُن دو طیفی خطوں کے طولِ موج ہیں جن کے نشان تختی پر علی الترتیب پ۱ اور پ۲ پڑھے جاتے ہیں۔

مائکلسن کی زینہ نما انکساری جالی - انکسارِ نور کے باب میں ہم نے بتایا ہے کہ انکساری جالی کی تحلیلی طاقت لکیروں کی تعداد ن اور طیف کے رتبہ م کے حاصل ضرب (یعنے م ن) کے متناسب ہے مستوی سطح پر فی ملی میٹر لکیروں کی تعداد ایک معینہ حد سے بڑھائی نہیں جاسکتی اور نہ ایسی لکیریں صحت کے ساتھ ایک مقررہ رقبہ سے زیادہ کی سطح پر کھینچی جاسکتی ہیں۔ پانچ یا چھ انچ چوڑی سطح سے بڑھ کر وسعت کی تختی پر مساوی فاصلہ سے لکیروں کا کھینچنا انتہائی مشکل کام ہے۔ اس لیے مائکلسن نے لکیروں کی تعداد میں اضافہ کرنے کے عوض طیف کے رتبہ م کو ترقی دینے کی کوشش کی اور بالآخر اپنی زینہ نما جالی تیار کی۔

یہ جالی دو سمر موٹائی ایک ہی شیشہ کی تختی میں سے ٹکڑے کاٹ کر بنائی جاتی ہے۔ ٹکڑوں کی سطحیں اس باریکی کے ساتھ صاف کی جاتی ہیں کہ وہ بالکل متوازی ہو جاتی ہیں اور ان کی موٹائیوں میں سوڈیم کے نور کے طولِ موج کے ۱/۲۰ حصہ سے بھی کمتر اختلاف ہوتا ہے۔ تختیوں کو ایک دوسری کے بازو زینہ کی طرح ان کی بلندی کو مساوی مقدار میں گھٹاتے ہوئے "مناظری درستی تماس" کے ساتھ جما دیا جاتا ہے۔ ملاحظہ ہو شکل ۱۰۱۔ ان کی تعداد کو تیس سے زیادہ بڑھانے میں کوئی عملی فائدہ نہیں۔ دو سمر موٹی تختی میں سے ہو کر جب نور کی موجیں گزرتی ہیں تو بیس ہزار طولِ موج سے بھی بہت زیادہ کا تفاوتِ راہ پیدا ہو سکتا ہے۔ جس کی وجہ سے جو طیف تیار ہو کر مشاہدہ میں آتا ہے ۲۰ ہزار کے رتبہ سے بھی افزوں تر ہوتا ہے۔ پس ۳۰ تختیوں والی زینہ نما جالی کی طاقت تحلیلی ۳۰ × ۲۰۰۰۰ = چھ لاکھ سے زائد شمار ہو گی۔

ایڈم ہلجر (Adam Hilger) کمپنی کی تیار کردہ جالیوں میں

تختیوں کی صفائی کی وجہ سے چونکہ باہمدیگر مناظری صحت کی حد تک تماس قائم ہوتا ہے اس لیے انعکاس سے نور کا نقصان ہونے نہیں پاتا۔

شکل ۷۱

زینہ نما جالی کے اندر جو نور داخل ہوتا ہے وہ سب کا سب ایک یا زیادہ سے زیادہ دوہی طیوف میں مرتکز ہوتا ہے۔ اسی لیے یہ جالی تو ہم طیفی خطوط کی ساخت کی باریکی کا امتحان کرنے اور اُن کے اجزا کے طولِ موج کا تفاوتِ راہ دریافت کرنے کے لیے نہایت موزوں ہے۔

شکل ۷۱ میں فرض کرو کہ متوازی متجانس نور کی ایک پنسل تختیوں پر علی القوائم واقع ہوتی ہے۔

ان کی موٹائی (ب ج) کو ٹ سے تعبیر کرو۔

اور اُن کی بلندیوں کے مستقل تفاوت (ا ب) کو جسے ہم ان کا "عرض" کہینگے ص سے تعبیر کرو۔

اگر لہ = زیرِ امتحان نور کا طولِ موج

م = تختی کے مادّہ کا انعطاف نما' لہ طولِ موج کے نور کے لیے۔

ن = تختیوں (یا زینہ کے اجزاء) کی تعداد۔

زینہ کے دو متصل اجزاء کے متناظر نقطوں ا، ج سے جو موجیں سمت ط میں نور کا انکسار پیدا کرینگی ان کا تفاوتِ راہ

م لہ = مرٹ ۔ فاصلہ اد

= مرٹ ۔ ٹ جم ط + ض جب ط

اس تجربہ میں چونکہ زاویہ ط کی قیمت بہت چھوٹی ہوتی ہے اس لیے

م لہ = (مر-۱) ٹ + ط ض .... (۱)

م کو مستقل مان کر لہ کے لحاظ سے اگر تفرق کیا جائے تو رقموں کو ترتیب دینے سے انتشار نور

$$\frac{\text{فر ط}_۱}{\text{فر لہ}} = \frac{۱}{\text{ض}} \left(\text{م} - \text{ٹ} \frac{\text{فر مر}}{\text{فر لہ}}\right)$$

اس جملہ میں اگر م کی تقریبی قیمت (مر-۱) $\frac{\text{ٹ}}{\text{لہ}}$ تعویض کی جائے تو

$$\frac{\text{فر ط}_۱}{\text{فر لہ}} = \frac{\text{ٹ}}{\text{ض لہ}}\left[(\text{مر}-۱) - \text{لہ} \frac{\text{فر مر}}{\text{فر لہ}}\right] = \frac{\text{ب ٹ}}{\text{ض لہ}} \quad ..... \quad (۲)$$

"سر" ب کی قیمت کسی طول موج کے لیے بھی مستعملہ شیشہ کے مناظری مستقلوں سے معلوم کرلی جاتی ہے۔ (شیشہ کی اکثر اقسام کے لیے ۵۵ر۰ سے لے کر ۰ر۱ تک ہوتی ہے)۔

تب مساوات (۲) سے دو متجانس اشعاعوں کے مابین جن کے طول موج ایک دوسرے سے بقدر مقدار قلیل فر لہ مختلف ہوں زاویئی انتشار فر طِ کا پتہ چلتا ہے۔

اگر مساوات (۱) میں لہ کو مستقل مان کر بلحاظ م (یعنے رتبۂ طیف) تفرق کیا جائے اور پھر حاصل شدہ جملہ کی رقموں کو ترتیب دیا جائے تو

$$\frac{\text{فر ط}}{\text{فر م}} = \frac{\text{لہ}}{\text{ض}}$$

چونکہ طیفی درجوں کے تفاوت کی چھوٹی سی چھوٹی قیمت فر م = ۱ تو

زاویہ طہ میں اس کی متناظر تبدیلی کو اگر فرطہ۲ سے تعبیر کیا جائے تو

$$\text{فرطہ}_2 \ (\text{یعنے طیوف کا زاویئی فصل}) = \frac{\text{لہ}}{\text{ضں}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (۳)$$

پس مساوات (۳) سے دو متصل طیفی درجوں کا درمیانی زاویئی فصل دریافت ہوتا ہے۔

اب فرض کرو کہ فرطہ۲ زینہ نما جالی کی انتہائی زاویئی تحلیل کو تعبیر کرتا ہے یعنے فرطہ۲ دو طیفی خطوط کا زاویئی فصل ہے جبکہ وہ دُوربین کے چشمہ میں ایک دوسرے سے ٹھیک علٰحدہ نظر آتے ہیں تو متوفی لارڈ ریلے (Rayleigh) کے ضابطہ سے

$$\text{فرطہ}_2 = \frac{\text{لہ}}{\text{دوربین کے دہانہ کا عامل سہوہ}}$$

$$= \frac{\text{لہ}}{\text{ن ضں}} = \frac{\text{طہ}_2}{\text{ن}}$$

اب فرض کرو کہ تحلیل کی انتہائی زاویئی تحلیل طہ۲ کے متناظر طولِ موج کا تفاوت فرلہ۲ ہے تب مساوات (۲) سے

$$\frac{\text{فرطہ}_2}{\text{فرلہ}_2} = \frac{\text{ب ٹ}}{\text{ضں لہ}}$$

فرطہ۲ کے عوض اس کی قیمت $\frac{\text{لہ}}{\text{ن ضں}}$ لکھ کر رقموں کو از سرِ نو ترتیب دینے سے "تحلیل کی انتہا"

$$\frac{\text{فرلہ}_2}{\text{لہ}} = \frac{\text{لہ}}{\text{ب ن ٹ}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (۴)$$

اس ضابطہ میں فرلہ۲ نزدیک ترین دو انفصال پذیر متجانس شعاعوں کا تفاوت طولِ موج ہے۔ پس $\frac{\text{لہ}}{\text{فرلہ}_2}$ زینہ نما جالی کی تحلیلی طاقت ہے۔ مساوات (۴) سے ظاہر ہے کہ یہ تحلیلی طاقت شیشہ کی مجموعی موٹائی کے

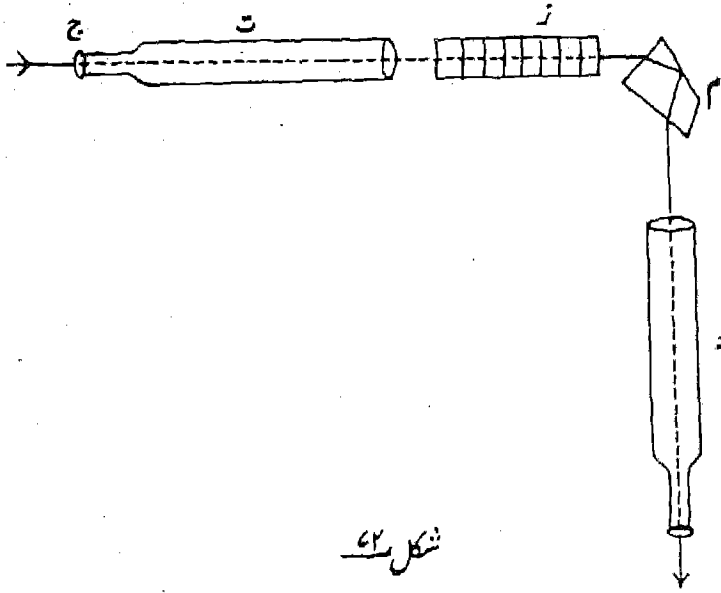
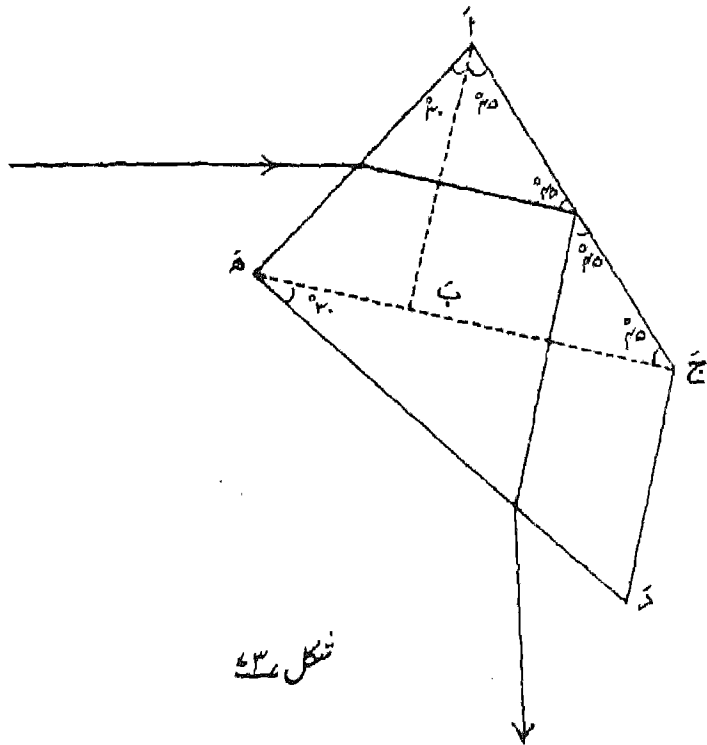
متناسب ہے جس میں سے نور گزرتا ہے اور کسی دیے ہوئے طولِ موج کے لیے منفردہ تختیوں کی موٹائی یا جالی کے "عرض" کے غیر تابع ہے۔

زینہ نما جالی میں جو طیفی خط نظر آتا ہے اُس کی تنویر نہ صرف مبدائے نور کی ذاتی حدتِ تنویر کے تابع ہے بلکہ زاویۂ انکسار ط کے بھی تابع ہے جیسا کہ مستوی انکساری جالی کی بحث میں بتایا گیا ہے۔ اس کے مماثل استدلال سے حدتا کے اس جزو کی پیمائش

$$ح = \left[\frac{\text{جب } \pi \frac{ض}{ل} ط}{\pi \frac{ض}{ل} ط}\right]^2$$ سے ہوتی ہے۔

زینہ نما جالی کے علاوہ لمر گرکے (Lummer Gehrcke) کی تختی اور فابری، پیرو (Fabry-Perot) کا تداخل پیما بھی طیفی خطوط کی تحلیل کے لیے استعمال کیے جاتے ہیں۔ ان کا ذکر نیچے آئیگا۔ یہاں یہ بتانا مناسب سمجھا جاتا ہے کہ ایڈم ہلجر نے سہولت کی خاطر ان سب کی تنصیف کے لیے مستقل انحراف والے طیف پیما کے ساتھ ایک ٹیکن تیار کی ہے جس کی ترتیب شکل ۷۲ میں بطور خاکہ کے بتائی گئی ہے۔

اس طیف پیما میں توازی گر اور دُوربین دونوں ایک دوسرے کے علی القوائم استوارانہ طریقہ پر نصب کیے جاتے ہیں۔ مختلف طیفی خطوط کے مطالعہ کے لیے صرف منشور کی میز کو حسبِ ضرورت ایک باریک فولادی پیچ کے ذریعہ سے گھمانا پڑتا ہے۔ زینہ نما جالی (یا لمر گرکے کی تختی وغیرہ) کی تنصیب کے لیے توازی گر والے بازو ہی پر جگہ چھوڑ دی جاتی ہے۔ دیکھو شکل ۷۲۔ جس میں ج طیف پیما کی جھری ہے، ت توازی گر شعاعوں کی متوازی پنسل اس میں سے نکل کر زینہ نما جالی وغیرہ ز میں داخل ہوتی ہے۔ بعد انکسار شعاعیں مستقل انحراف کے ایک منشور م پر واقع ہوتی ہیں۔ جو دو ۳۰° کے معمولی منشوروں اور ایک زاویۂ قائمہ والے منشور کا مرکب متصور ہو سکتا ہے (ملاحظہ ہو شکل ۷۳)۔ آخر الذکر کے وتر آ ج سے

شکل ۷۲

شکل ۷۳

منکسر شعاعوں کی پنسل کا کلّی داخلی انعکاس عمل میں آتا ہے اور جب پنسل منشور کی سطح ق ھ ہ میں سے خارج ہوتی ہے تو اس کی سمت منشور کے اندر داخل ہونے سے پہلے کی سمت کے علی القائم ہوتی ہے جیسا کہ شکل ۷۳ کے مطالعہ سے فوراً معلوم ہوجائیگا۔ اس کے بعد پنسل دُوربین د میں داخل ہوتی ہے اور وہاں انکسارِ نور اور طیفی خطوط کی تحلیل کا مطالعہ ہوسکتا ہے۔

جیسا کہ ابھی بیان کیا گیا ہے شکل ۷۲ کی ٹیبل کی میز جس پر منشور م استادہ کیا جاتا ہے طیف کے مختلف حصّوں کے مطالعہ کے لیے ایک باریک فولادی پیچ کے ذریعہ گھمائی جاتی ہے۔ کیونکہ پیچ کی نوک میز سے آگے کو نکلے ہوئے ایک بازو کو دھکیلتی ہے۔ پیچ کے ساتھ ایک اُستوانی شکل کا طبل نصب کیا ہوا ہوتا ہے جس پر طیفی خطوط کے طولِ موج لکھے ہوتے ہیں۔ جو طیفی خط چشمہ کے صلیبی تاروں سے منطبق ہوتا ہے اس کا طولِ موج نمایندہ کے عین نیچے آجاتا ہے اور اس طرح براہِ راست پڑھ لیا جا سکتا ہے۔ اس وضع میں طیفی خط کے نور کا انحراف اقل ہوتا ہے۔

زینہ نما جالی سے متعلق جو مساواتیں اخذ کی گئی ہیں ان سے مندرجۂ ذیل نتائج حاصل ہوتے ہیں:۔

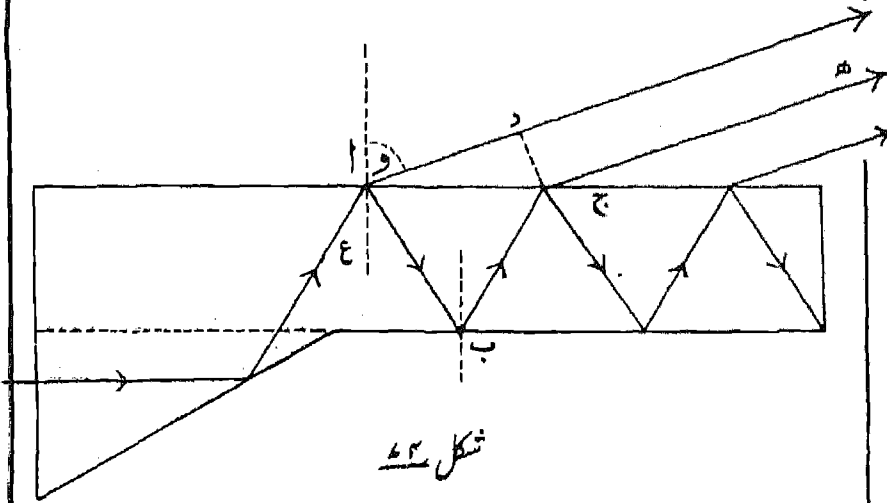
(۱) تختیوں کی موٹائی میں اضافہ کرنے سے نور کا انتشار بڑھ جاتا ہے اور اس لیے اس طیف کی زیادہ تفصیل مطالعہ ہوسکتی ہے۔ لیکن متواتر طیوف کے فصل میں کوئی تبدیلی نہیں ہوتی۔

(۲) زینہ کے "عرض" کو اگر بڑھایا جائے تو متواتر طیوف کے فصل میں کمی واقع ہوتی ہے۔ زاویۂ تحلیل کی حد بھی گھٹ جاتی ہے۔ طیف کی تفصیل میں کوئی فرق نہیں آتا۔

(۳) تختیوں کی تعداد میں اضافہ کرنے سے نہ انتشارِ نور میں اور نہ متواتر طیوف کے فصل میں تبدیلی ہوتی ہے لیکن زاویۂ تحلیل کی حد میں کمی پیدا ہوتی ہے۔ اور بدیں وجہ جو تفصیل مطالعہ ہوتی ہے اس میں اضافہ ہو جاتا ہے۔ معہذا مقدارِ نور میں بھی اضافہ ہوتا ہے۔

لُمرگر کے کا متوازی تختی والا تداخلی طیف پیما۔

اس آلہ میں شفاف تختیوں کے اعلیٰ داخلی انعکاس سے استفادہ کیا جاتا ہے جو زاویۂ فاصل کے قرب وجوار میں وقوع پذیر ہوتا ہے۔ یہ آلہ

شکل ۳۷

ایک لمبی شیشہ یا بلور کی تختی پر مشتمل ہے جس کی سطحیں مناظری صحت کے ساتھ مستوی متوازی بنائی جاتی ہیں۔ اس کے ایک سرے پر ایک چھوٹا منشور اُسی مادہ کا اسی طرح صاف کرکے مناظری طریقہ پر چسپاں کردیا جاتا ہے۔ ملاحظہ ہو شکل ۳۷۔ منشور کے استعمال سے شعاعیں بغیر انجذاب تختی کے اندر ایسے زاویہ پر داخل ہوتی ہیں کہ اس سے باہر نکلتے وقت سطح کے تقریباً متوازی ہو جاتی ہیں۔ گویا تختی سے "راست رویت" کے آلہ کا کام لیا جاسکتا ہے۔ شکل میں سہولت کی خاطر شعاع ا د کا عمود کے ساتھ مَیل بہت کم بتایا گیا ہے۔ زینہ نما جالی کے بیان میں جس طرح طیوف کے رُتبوں (Orders) اور ان کے انفصال وانتشار کے ساتھ آلہ کی تحلیلی طاقت پر بحث کی گئی تھی ویسا ہی اس تختی کے متعلق بھی ان امور پر بحث کی جائیگی۔

طیف کا رتبہ۔ فرض کرو شکل ۱۲۷ میں تختی کی موٹائی ٹ ہے لہ طول موج کی شعاع کے لیے انعطاف نما مر ہے۔ ا د اور ج ھ دو متصل متوازی شعاعیں ہیں جو تختی کے عمود کے ساتھ زاویہ و (تقریباً ۹۰) بناتی ہوئی باہر نکل آتی ہیں۔ ج سے ا د پر عمود ج د گراؤ۔

ا د اور ا ب ج میں مناظری تفاوتِ راہ

= ۲ ٹ مر قط ع ـ ۲ ٹ مس ع جب و

= ۲ ٹ جم ع　= ۲ ٹ $\sqrt{\text{مر}^2 - \text{جب}^2 \text{و}}$

(اس لیے کہ جب و = مر جب ع)

اگر یہ تفاوتِ راہ ن لہ ہو تو ن طیف کا رتبہ ہوگا اور

ن لہ = ۲ ٹ $\sqrt{\text{مر}^2 - \text{جب}^2 \text{و}}$ ۔۔۔۔ (۱)

لمرؔ گرکےؔ کی تختی کے لیے یہ ضابطہ اساسی اہمیت رکھتا ہے۔ اس کے مطالعہ سے ظاہر ہے کہ طیف کا رتبہ تختی کی موٹائی کے راست متناسب ہے تختی کے طول کے غیر تابع ہے۔ زاویۂ خروج کے گھٹاؤ کے ساتھ بڑھتا ہے اور نور کے طولِ موج کے گھٹاؤ کے ساتھ بھی بڑھتا ہے۔

مختلف رتبوں کے طیوف کا درمیانی فصل۔ اگر زاویہ و کو بلحاظ رتبۂ طیف تفرق کریں (یعنے اگر طیف کے رتبوں میں تفاوت مف ن ہو تو فرض کریں کہ اس کے متناظر زاویۂ خروج کا تفاوت مف و ہے) تو مساوات (۱) سے

ن لہ^2 . مف ن = ـ ۲ ٹ^2 جب ۲ و مف و

∴　مف و = ـ $\dfrac{\text{ن لہ}^2}{\text{۲ ٹ}^2 \text{ جب ۲ و}}$ مف ن ۔۔۔۔ (۲)

مساوات (۱) سے ن لہ کی قیمت تعویض کرنے سے

مف و = ـ $\dfrac{\text{لہ} \sqrt{\text{مر}^2 - \text{جب}^2 \text{و}}}{\text{ٹ جب ۲ و}}$ مف ن ۔۔۔۔ (۳)

پس مف ن = ۱ لکھنے سے دو متصل طیفی رتبوں کا زاویئی انفصال

$$\text{مف و} = -\frac{\text{ل}\sqrt{\text{م}^2-\text{جب}^2\text{و}}}{\text{ٹ جب ۲ و}}$$

جس سے ظاہر ہے کہ یہ انفصال، تختی کی موٹائی کے بالعکس متناسب ہے، اس کے طول کے غیر تابع ہے، خارج شعاعیں جیسے جیسے تختی کی سطح کے متوازی ہوتی جاتی ہیں بڑھتا جاتا ہے اور طولِ موج کی ترقی کے ساتھ ترقی کرتا ہے۔

کسی ایک رتبہ کے طیف کے اندر انتشار۔ مساوات (۱) کو اگر بلحاظ ل جزوی تفرق کریں تو

$$\text{ن}^2\text{ل} = \text{۲ ٹ}\left(\text{۲ م}\frac{\text{جف م}}{\text{جف ل}} - \text{جب ۲ و}\frac{\text{جف و}}{\text{جف ل}}\right)$$

$$\therefore \frac{\text{جف و}}{\text{جف ل}} = \frac{\text{۴ ٹ}^2\text{م}\frac{\text{جف م}}{\text{جف ل}} - \text{ن}^2\text{ل}}{\text{۲ ٹ}^2\text{ جب ۲ و}} \quad \ldots\ldots (\text{۳})$$

$$\text{یا}\quad \frac{\text{جف و}}{\text{جف ل}} = \frac{\text{۲ ل م}\frac{\text{جف م}}{\text{جف ل}} - \text{۲}(\text{م}^2-\text{جب}^2\text{و})}{\text{ل جب ۲ و}} \quad \ldots\ldots (\text{۳})$$

اس سے یہ نتیجہ نکلتا ہے کہ طیوف کے معدودے چند جو مرئی رتبے ہیں اُن میں سے کسی کے بھی اندر کا انتشار تختی کے ابعاد کے غیر تابع ہے لیکن اس کے مناظری خواص اور زاویۂ خروج کے تابع ہے۔

مساوات (۳) کو ذرا سا تبدیل کر کے لکھیں تو

$$\text{مف و} = \frac{\left(\text{۴ ٹ}^2\text{م}\frac{\text{جف م}}{\text{جف ل}} - \text{ن}^2\text{ل}\right)\text{مف ل}}{\text{۲ ٹ}^2\text{جب ۲ و}}$$

$$= -\frac{\text{ن}^2\text{ل}}{\text{۲ ٹ}^2\text{جب ۲ و}} \quad \text{ازروئے مساوات (۲)}$$

∴ (۴ ٹ۲ م $\frac{\text{جفـ م}}{\text{جفـ لہ}}$ − ن۲ لہ) مفـ لہ = − ن لہ۲ مفـ ن

یعنے　مفـ لہ = $\frac{\text{ن لہ}^2}{\text{ن}^2\text{لہ} - ۴\text{ٹ}^2\text{م}\frac{\text{جفـ م}}{\text{جفـ لہ}}}$ ...... (۴) جبکہ مفـ ن = ۱

اس جملہ سے جو فان بائیر (Von Bæyer) نے حاصل کیا یہ دریافت ہوتا ہے کہ کس رُتبہ کے طیف میں ایک مرکب خط کے جزوِ ترکیبی کا تفاوتِ طولِ موج کیا ہونا چاہیے تاکہ وہ اس کے متصل طیف کے اصل خط سے منطبق ہو۔

طاقتِ تحلیلی۔ شکل ۲۰۱ کے ملاحظہ سے واضح ہوگا کہ فاصلہ

ج د = ا ج جم و

پس ل طول والی تختی کا ظاہری سہوہ (aperture) ل جم و ہے۔ اگر مفـ و عین تحلیل ہونے والی دو متصل (طولِ موج لہ اور لہ + مفـ لہ کی) شعاعوں کا درمیانی زاویہ ہے تو ازروئے قواعد انکسارِ نور

مفـ و = $\frac{\text{لہ}}{\text{تختی کا ظاہری یا عال سہوہ}}$ = $\frac{\text{لہ}}{\text{ل جم و}}$ ..... (۵)

لیکن مساوات (۳) سے

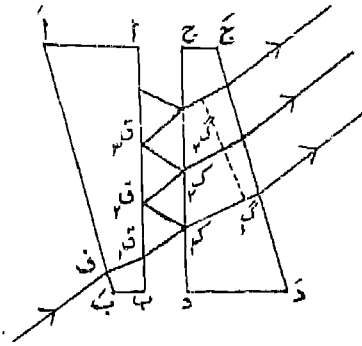
مفـ و = $\frac{-(\text{م}^2 - \text{جب}^2\text{و} - \text{لہ م}\frac{\text{جفـ م}}{\text{جفـ لہ}})\ \text{مفـ لہ}}{\text{لہ جب و جم و}}$

مفـ و کی اس قیمت کو مساوات (۵) میں نفی کی علامت کو متروک کر کے تعویض کرنے سے

طاقتِ تحلیلی ≡ $\frac{\text{لہ}}{\text{مفـ لہ}}$ = $\frac{\text{ل}(\text{م}^2 - \text{جب}^2\text{و} - \text{لہ م}\frac{\text{جفـ م}}{\text{جفـ لہ}})}{\text{لہ جب و}}$ ..... (۶)

اس سے یہ نتیجہ برآمد ہوتا ہے کہ تختی کی تحلیلی طاقت تختی کے طول کے

متناسب ہے، اس کی موٹائی کے غیر تابع ہے، خارج شعاعوں کی سمت جیسے جیسے تختی کے متوازی ہوتی جاتی ہے گھٹتی جاتی ہے، طولِ موج کے لحاظ سے بالعکس بدلتی ہے۔

فابری پیرو کا تداخلی طیف پیما۔ اس آلہ کا عمل اور طریقۂ استعمال بھی لُمرگر کے کی متوازی تختی کے بہت مشابہ ہے۔ اس کی تحلیلی طاقت بھی بہت بڑی ہے۔ ہم یہاں صرف اس کی مختصر تشریح کرکے بتائینگے کہ اس میں طیفی خطوط کیونکر باریک اور ممتاز العدود پیدا ہوتے ہیں۔ یہ دراصل دو ایک ہی شیشہ یا بلور کی قلم سے تراشی ہوئی تختیوں ا ب اَ بَ اور ج د جَ دَ پر مشتمل ہوتا ہے (شکل ۷۵)۔

شکل ۷۵

پہلو ا ب اور ج د باہمدیگر صحت کے ساتھ متوازی ہیں۔ اسی طرح پہلو اَ بَ اور جَ دَ ایک دوسرے کے متوازی ہیں۔ گویا یہ ایک متوازی پہلوؤں کی تختی ہے جس کے بیچ میں ایک مستطیل ہوائی تختی واقع ہے۔ ا ب ج د سطحوں پر چاندی کی پتلی جھلی مطروح کی جاتی ہے تاکہ ان پر سے نور بخوبی منعکس ہو اور اس کے ساتھ ہی نور کا کچھ حصہ خارج بھی ہوجائے پس نور جب ان تختیوں میں

داخل ہوتا ہے تو ان مفضّض سطحوں کے مابین اس کا ضعفی انعکاس ہوتا ہے اور ساتھ ہی ان کی مقابل سطحوں میں سے وہ جزواً خارج بھی ہوجاتا ہے۔ اَبَ اور جَ دَ سطحیں اگرچہ باہمدیگر متوازی ہیں لیکن عمداً اب اور ج د سطحوں کے ساتھ اس وجہ سے مائل بنائی جاتی ہیں کہ نور کا تداخل نہ ہونے پائے۔

ان تختیوں کے مابین گداختہ سلیکا کا ایک چھوٹا کھوکھلا اسطوانہ رکھ دیا جاتا ہے تاکہ وہ باہمدیگر متوازی رہیں۔ اور چونکہ سلیکا کے پھیلاؤ کی شرح بلحاظ ترقی تپش انتہا درجہ قلیل ہے اس لیے تختیوں کا درمیانی ہوائی فاصلہ مستقل رہتا ہے۔

شکل ۷۵ میں ایک شعاع ف ق بتائی گئی ہے جو ہوائی تختی میں منعطف ہوکر ق١ ک١ راستہ اختیار کرتی ہے۔ ک١ پر اس کا کچھ حصہ منعکس ہوکر ک١ ق٢ اور پھر ق٢ ک٢ سمتوں میں پلٹ جاتا ہے اور کچھ حصہ ک١ گ١ سمت میں خارج ہوتا ہے۔ اسی طرح کچھ حصہ ک٢ پر ک٢ گ٢ سمت میں خارج ہوتا ہے۔ اگر ک١ گ١، ک٢ گ٢ وغیرہ شیشہ کی دوسری تختی کے اندر خارج ہونے والی شعاعوں پر ایک خط گ١ گ٢ کھینچیں تو یہ ان شعاعوں کا ناصیہ موج ہوگا۔ ضعفی انعکاسوں وغیرہ سے جو کچھ تفاوت ہیئت پیدا ہوتا ہے گ١ گ٢ ناصیۂ موج تک پہنچنے تک ہی پیدا ہوتا ہے اس کے بعد کوئی مزید تفاوت صورت پذیر نہیں ہوتا (اس لیے کہ اَبَ اور جَ دَ متوازی ہیں)۔

اب فرض کرو کہ نقطہ ق١ سے نکلتے وقت نور کی موج کا حیطۂ ارتعاش ا اس کا وقت دوران د اور طولِ موج لہ ہے۔ جب کبھی موج ہوا سے نکل کر شیشہ میں داخل ہوتی ہے فرض کرو کہ اس کا حیطۂ ارتعاش ا سے گھٹ کر (ف ا) ہوتا ہے اور جب کبھی جزوی مفضّض سطح پر انعکاس واقع ہوتا ہے تو موج کا حیطہ (س ا) ہوتا ہے۔ واضح ہے کہ ف اور س ثبت کسور ہیں۔

پس ق١ کے پاس کی موج کو ہم ما = ا جب ۲π $\left(\frac{و}{د} - \frac{لا}{لہ}\right)$

سے تعبیر کرسکتے ہیں۔ جس میں ق١ سے فاصلہ لا پر نقلِ مکان ما ہے۔ اگر ق١ سے

نکل کر گ۱ اور گ۲ پر پہنچنے والی موجوں کا معادل تفاوتِ راہ ته مانا جائے تو گ۲ اور گ۳ پر کی موجوں میں بھی یہی تفاوتِ راہ ہوگا۔ لمر گہرکے کی تختی کے بیان میں بتایا گیا ہے کہ یہ تفاوتِ راہ

$$\text{ته} = \text{۲}\,\text{ٹ}\ \text{جم}\ \text{و}$$

(جس میں ٹ = ہوائی تختی کی موٹائی اور و = سطح ج د پر شعاع کا زاویۂ وقوع)۔

لہذا گ۱ پر نقلِ مکان $\text{ف}\ \text{ا}\ \text{جب}\ \text{۲}\pi\left(\frac{\text{و}}{\text{و}} - \frac{\text{لا}_1}{\text{لہ}}\right)$ ہے جس میں لا۱ سے مراد ق۱ اور گ۱ کا درمیانی معادل طولِ راہ ہے۔

اِسی طرح نقطہ گ۲ پر نقلِ مکان $\text{ف}\,\text{س}^{\text{۲}}\ \text{ا}\ \text{جب}\ \text{۲}\pi\left(\frac{\text{و}}{\text{و}} - \frac{\text{لا}_1+\text{ته}}{\text{لہ}}\right)$ ہے

اور گ۳ پر ...... $\text{ف}\,\text{س}^{\text{۴}}\ \text{ا}\ \text{جب}\ \text{۲}\pi\left(\frac{\text{و}}{\text{و}} - \frac{\text{لا}_1+\text{۲ته}}{\text{لہ}}\right)$ ہے

اگر گ۱، گ۲، گ۳ وغیرہ پر کی تمام شعاعوں کو دُوربین میں اکٹھا کر کے دیکھا جائے تو میدانِ نظر میں مجموعی نقلِ مکان

$$\text{صا} = \sum \text{ف}\,\text{س}^{\text{۲ع}}\ \text{ا}\ \text{جب}\ (\text{عہ} - \text{ع}\,\text{بہ}) \quad \text{ہے} \ \ldots (\text{۱})$$

جس میں ع کی قیمت صفر سے لے کر ∞ تک پہنچتی ہے۔

$$\text{عہ} = \text{۲}\pi\left(\frac{\text{و}}{\text{و}} - \frac{\text{لا}_1}{\text{لہ}}\right)\text{،} \quad \text{بہ} = \text{۲}\pi\left(\frac{\text{ته}}{\text{لہ}} + \text{سہ}\right)$$

اگر ہوا میں شیشہ کی سطح پر سے نور کا انعکاس ہوتے وقت جو تفاوتِ ہیئت پیدا ہوتا ہے اس کا بھی لحاظ کر کے ایک رقم سہ اضافہ کر دی جائے۔ مندرجۂ بالا مثلثی سلسلہ کی رقموں کو جمع کرنے سے

$$\text{صا} = \text{ف}\ \text{ا}\ \frac{\text{جب}\ \text{عہ} - \text{س}^{\text{۲}}\ \text{جب}\ (\text{عہ} + \text{بہ})}{\text{۱} - \text{۲}\,\text{س}^{\text{۲}}\ \text{جم}\ \text{بہ} + \text{س}^{\text{۴}}}$$

واضح ہے کہ کسی ایک سمت میں تختی کے اندر ته کی قیمت مستقل ہوتی ہے۔ پس به بھی مستقل ہے اس لیے صرف عه ہی تغیر پذیر مقدار ہے۔

جب عه ـ س۲ جب (عه + به) = جب عه (۱ ـ س۲ جم به) ـ جم عه (س۲ جب به)

$$\therefore \text{ما} = \frac{\text{ف ا}}{\sqrt{\text{۱ ـ ۲ س۲ جم به + س۴}}} \left\{ \frac{\text{جب عه (۱ ـ س۲ جم به) ـ جم عه (س۲ جب به)}}{\sqrt{\text{۱ ـ ۲ س۲ جم به + س۴}}} \right\}$$

$$\text{اگر مس فه} = \frac{\text{س۲ جب به}}{\text{۱ ـ س۲ جم به}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

$$\text{تو ما} = \frac{\text{ف ا}}{\sqrt{\text{۱ ـ ۲ س۲ جم به + س۴}}} \text{ جب (عه ـ فه)} \quad \ldots (3)$$

پس اس سمت میں دوربین کے میدانِ نظر میں نور کی حدّت ح = $\frac{\text{ف۲ ا۲}}{\text{۱ ـ ۲ س۲ جم به + س۴}}$

اگر $\left(\frac{\text{ته}}{\text{لہ}} + \text{سه}\right)$ کو بہ نظرِ اختصار ضه لکھا جائے تو به = ۲ π ضه

$$\text{اور حدت ح} = \frac{\dfrac{\text{ف۲ ا۲}}{(\text{۱ ـ س۲})^2}}{1 + \dfrac{\text{۴ س۲}}{(\text{۱ ـ س۲})^2} \text{ جب}^2 \pi \text{ ضه}}$$

پس نور کی حدت مختلف سمتوں میں اعظم اور اقل ہوگی۔ اعظم قیمت $\frac{\text{ف۲ ا۲}}{(\text{۱ ـ س۲})^2}$ ہے، جبکہ ضه = ۰، ۱، ۲، وغیرہ۔ اگر س تقریباً ۱ ہو (یعنے انعکاس بہت اچھا ہو) تو نور کی اعظم حدّت بھی بہت بڑی ہوگی۔ بہر حال اگر نور کی اعظم حدت ح. سے تعبیر کی جائے تو

$$\text{ح} = \frac{\text{ح.}}{1 + \dfrac{\text{۴ س۲}}{(\text{۱ ـ س۲})^2} \text{ جب}^2 \pi \text{ ضه}}$$

ح کی اقل قیمت $\frac{(\text{۱ ـ س۲})^2}{(\text{۱ + س۲})^2}$ ح. ہے جبکہ جب۲ π ضه = ۱ یعنے ضه = $\frac{1}{2}$، $\frac{3}{2}$، $\frac{5}{2}$ ……..

س اگر تقریباً ۱ ہو تو حدت کی یہ اقل قیمت بہت ہی چھوٹی ہوگی۔ اس لیے اعظم اور اقل حدت کے مقاموں میں بہت واضح فرق ہوگا۔ مہندا غور کرنے سے معلوم ہوگا کہ اعظم حدت کے مقاموں سے ذرا سا ہٹتے ہی حدت میں بہت نمایاں کمی محسوس ہوتی ہے۔ اس لیے طیفی خطوط بہت واضح اور ممتاز الحدود ہوتے ہیں۔ اس آلہ کی تحلیلی طاقت چونکہ تختی کے انعکاسوں کی تعداد پر منحصر ہے اس لیے ہوائی حصّہ کے مقابل پہلوؤں کو مفضض کرنے کی ضرورت ہوتی ہے۔ چاندی کی خاصیت ہے کہ سُرخ شعاعوں کو زیادہ منعکس کرتی ہے اور نیلی شعاعوں کو زیادہ جذب کرتی ہے۔ اس لیے بالآخر جو طیف دکھائی دیتے ہیں ان میں نیلا رنگ غائب ہوتا ہے۔ اس آلہ کا یہ سب سے بڑا نقص ہے۔ لمّر گرکے والی تختی میں یہ نقص نہیں پایا جاتا۔

منفرد طیفی خطوط میں مقناطیسی یا برقی سکونی میدانوں کے زیر اثر جو پیچیدگیاں پیدا ہوتی ہیں اُن کے مطالعہ کے لیے مصرحہ بالا تین طیف پیما بہت مفید ہیں۔ اب ہم ان پیچیدگیوں کا مختصراً ذکر کرینگے۔

زیمانی اثر (Zeeman Effect) ۔ یہ دو قسم کا دریافت ہوا ہے۔ ایک کو طبعی (Normal) کہتے ہیں اور دوسرے کو بے قاعدہ۔ جس کو طبعی اثر کہتے ہیں سب سے پہلے زیمان نے ۱۸۹۶ء میں دریافت کیا تھا ضمیمہ برق کے آخری باب میں اس کا ذکر آیا ہے۔ لورینٹس (Lorentz) کے کلاسیکل طریقہ سے اس کی بخوبی توجیہ ہو سکی۔ طبعی اثر میں ایک طیفی خط دو خطوں میں تقسیم ہو جاتا ہے جبکہ مشاہدہ کی سمت کے متوازی ایک طاقتور مقناطیسی میدان عائد کیا جاتا ہے۔ ان خطوں میں نور باہم دیگر مخالف سمتوں میں دائری منقطب ہوتا ہے۔ اگر مقناطیسی میدان مشاہدہ کی سمت کے علی القوائم عائد کیا جائے تو ایک طیفی خط تین خطوں میں منقسم نظر آتا ہے۔ بیچ کا خط اصل خط ہی کے مقام پر واقع ہوتا ہے۔ اور جانبین کے دو خط (اگر مقناطیسی میدان کی حدت مساوی ہو) تو ابتدائی خط کے اصلی مقام سے اتنا ہی ہٹے ہوئے نظر آتے ہیں جتنا کہ متوازی مقناطیسی میدان کی صورت میں۔ وسطی خط مقناطیسی میدان کے علی القوائم سمت میں منقطب ہوتا ہے اور جانبین کے دو خط مقناطیسی میدان کے

متوازی سمت میں مقطب ہوتے ہیں ۔ طبعی اثر ہائیڈروجن کے طیفی خطوط اور عام طور پر ایسے خطوط کے ساتھ مشاہدہ ہوتا ہے جو اکہرے خطوں کے طیفی سلسلوں سے تعلق رکھتے ہیں جیسے ہیلیم، کیڈمیم، لوہے، زرکونیم اور ٹائیٹینم وغیرہ کے اکہرے خطوط ۔

لیکن دوہرے اور ضعفی خطوں کے افراد پر جب نسبتًہ کم حدّت کا مقناطیسی میدان عائد کیا جاتا ہے ۔ مثلاً سوڈیم کے D_1 اور D_2 خطوط پر تو بجائے تین خط پیدا ہونے کے اس سے زیادہ خطوط دکھائی دیتے ہیں ۔ D_1 خط چار خطوں میں تقسیم ہو جاتا ہے، اندرونی دو خطوط میدان کے متوازی مقطب ہوتے ہیں اور بیرونی دو میدان کے علی القوائم ۔ D_2 چھ خطوں میں تقسیم ہوتا ہے جن میں سے اندر کے دو خط میدان کے متوازی مقطب ہوتے ہیں اور باہر کے چار میدان کے علی القوائم ۔ نیون (Neon) گیس کا طیفی خط لہ = ۶۶۷۸ انگسٹروم علی القوائم مقناطیسی میدان میں نو خطوں میں منقسم ہوتا ہے ۔ ان میں کبھی تشاکل ضرور ہوتا ہے اور ایک قسم کی باقاعدگی پائی جاتی ہے ۔ لیکن محض اس وجہ سے کہ لورینٹس والا نظریہ ان کی توجیہ میں بالکلیہ ناکامیاب ثابت ہوا ۔ اس اثر کا نام Anomalous یعنی خلاف قاعدہ رکھ دیا گیا ۔ اس "خلاف قاعدہ" اثر کی طبعی اثر کے مقابلہ میں بہت زیادہ مثالیں ہیں ۔ نظریۂ قدریہ کی مدد سے اب اس کی توجیہ ہوئی ہے ۔ لیکن خاطر خواہ بحث جوہر کی ساخت اور نظریۂ قدریہ کی کتابوں ہی میں ممکن ہے ۔ یہاں ہم صرف سرسری بیان پر اکتفا کرینگے ۔

طبعی اثر میں لورینٹس کے نظریہ سے اگر برقیہ کا بار (برقی سکونی اکائیوں میں) بَ مانا جائے اور اس کی کمیت کَ تو ف حدّت کے مقناطیسی میدان کے زیرِ اثر طیفی خط کے موجِ عدد نَ کی تبدیلی مف نَ کے لیے حسبِ ذیل ضابطہ حاصل ہوتا ہے :-

$$\frac{\text{مف نَ}}{\text{ف}} = \frac{\text{بَ}}{4\pi\,\text{کَ}\,\text{سر}^{2}} = \text{عہ}$$

جس میں سر = رفتارِ نور پس عہ ایک مستقل عدد ہے جو تمام

جوہروں کے لیے غیر متبدل ہے اس کو "طبیعی" زیمانی اثر کا طیفی ہٹاؤ فی گاوس (Gauss) کہہ سکتے ہیں۔ مندرجہ بالا جملہ میں ہ، ک اور س کی دریافت شدہ عددی قیمتوں کو درج کرنے سے ع کی قیمت ۴٫۷۰ × ۱۰^{-۵} برآمد ہوتی ہے اور تجربہ سے جو قیمت حاصل ہوتی ہے ۴٫۶۹۲ × ۱۰^{-۵} موج عدد فی گاوس ہے۔ پس واضح ہے کہ نظریہ اور تجربہ کے نتائج میں کافی انطباق ہے۔

کلاسیکل طریقہ "خلافِ قاعدہ" زیمانی اثر کی توجیہ میں بالکلیہ ناکامیاب ثابت ہوا۔ اس کے متعلق تجربہ سے جو عام اور اہم واقعات دریافت ہوئے ہیں لورینٹس نے ان کو مجملاً اس طرح بیان کیا ہے :۔

"جو طیفی سلسلے تہرے یا دُہرے خطوط پر مشتمل ہیں ان میں ایک ہی تہرے یا دُہرے خط کے ایک ایک فرد کی تقسیم عموماً مختلف طریقوں پر ہوتی ہے۔ لیکن اس سلسلہ کے تمام تہرے یا دُہرے خطوط کے متناظر افراد کی ان کے متعلقہ طریقوں ہی پر تقسیم ہوتی ہے۔ مثلاً پارے کے ثانوی ذیلی سلسلہ کے ہر تہرے خط کا سب سے کم انعطاف انگیز فرد نو اجزا میں منقسم ہوتا ہے بیچ کا فرد چھ اجزا میں اور سب سے زیادہ انعطاف انگیز فرد تین اجزا میں۔

نہ صرف ایک ہی سلسلہ کے دُہرے یا تہرے خطوں کے متناظر افراد کی تقسیم ایک طریقہ پر ہوتی ہے بلکہ مختلف جوہروں کے متناظر سلسلوں اور متناظر افراد کی تقسیم کا طریقہ بھی ایک ہی ہوتا ہے۔ مثلاً جس طرح سوڈیئم کے صدر سلسلہ کے پہلے دُہرے رُکن کے دو فرد D_1 اور D_2 علی الترتیب چار اور چھ اجزا میں منقسم ہوتے ہیں اسی طرح تانبے اور چاندی کے صدر سلسلوں کے پہلے ارکان کے افراد کی بھی ایسی ہی تقسیم ہوتی ہے۔"

اس تقسیم میں طیفی خط کا جو ہٹاؤ واقع ہوتا ہے مقناطیسی میدان کے متناسب اور طبیعی زیمانی اثر والے مستقل ع کی ایک سادہ ذیلی ضعف ہوتا ہے۔

مقناطیسی میدان کی عدم موجودگی میں کسی طیفی خط کا جو مقام ہوتا ہے میدان کے عائد کرنے پر اس مقام کے گرد زیمانی اثر سے اس طرح پیدا ہونے والے خطوط

بلحاظ تعداد و نزترتیب ونیز بلحاظ حدّت تنویر متشاکل ہوتے ہیں۔

"خلافِ قاعدہ" زیمانی اثر کی ہم نے اوپر چند مثالیں دی ہیں جن میں نیون (Neon) گیس کے طیفی خط ل = ۶۶۷۸ انگسٹروم کا بھی ذکر آیا ہے۔ مقناطیسی میدان کے زیر اثر اس خط کی جن اجزاء میں تقسیم ہوتی ہے ان کو مختصراً مندرجۂ ذیل عددی نقشہ سے ظاہر کر سکتے ہیں:۔

(۶، ۴، ۲ / ۱۰، ۱۰، ۱۰) ۴ / ۶، ۵، ۴ / ۱، ۰۔

جو در اصل نقشہ

$$\frac{+\ 1,\ 0,\ -1}{+\ 6,\ +5,\ +4,\ -4,\ -5,\ -6}\ 4\left(\frac{10,\ 10,\ 10}{6,\ 4,\ 2,\ 2,\ 4,\ 6}\right)$$

کا اختصار ہے۔

بیچ کے عدد یعنی ۴ کی بائیں جانب خط کے اوپر جو اعداد لکھے گئے ہیں اگر ان کو ء سے ضرب اور ۴ پر تقسیم کیا جائے تو وہ مقناطیسی میدان کے متوازی مقطب اجزاء کے ہٹاؤ کو تعبیر کرتے ہیں۔ اسی طرح خط کے نیچے کے اعداد میدان کے علی القوائم مقطب اجزاء کا ہٹاؤ ظاہر کرتے ہیں (اگر ان اعداد کو ء سے ضرب اور ۴ پر تقسیم کیا جائے)۔

بیچ کا عدد ۴ ہٹاؤ کے مستقل ء کے ذیلی اضعاف کو ظاہر کرتا ہے۔ ۴ کے سیدھے جانب توسین میں جو اعداد خط کے اوپر اور نیچے لکھے گئے ہیں وہ علی الترتیب اول الذکر اور آخر الذکر اجزاء کی حدتوں کو ظاہر کرتے ہیں۔ چونکہ زیمانی اثر متشاکل ہوتا ہے اس لیے اختصاری نقشہ میں ہٹاؤ کے منفی اعداد اور ان کی متعلقہ حدتوں کے اعداد تکرار کو غیر ضروری تصور کر کے متروک کر دیے جاتے ہیں۔

پس اس نقشہ کے دیکھنے سے فوراً معلوم ہو جاتا ہے کہ نیون (Neon) کے مصرحۂ بالا طیفی خط پر جب نسبتاً کمزور مقناطیسی میدان عمل کرتا ہے تو

(۱) مقناطیسی میدان کے متوازی مقطب تین جزو ہیں جن کا ہٹاؤ خط کے اصلی مقام سے علی الترتیب $-\frac{1}{4}$ ء، صفر اور $+\frac{1}{4}$ ء ہے اور ان کی حدتِ تنویر

علی الترتیب ۱۰، ۱۰ اور ۱۰ کے متناسب ہے (۲) میدان کے علی القوائم مقطب چھ جزو ہیں جن کا ہٹاؤ خط کے مقام سے بالترتیب $-\frac{۶}{۴}$ ع، $-\frac{۵}{۴}$ ع، $-\frac{۴}{۴}$ ع (یعنے − ع)، + ع، $+\frac{۵}{۴}$ ع اور $+\frac{۶}{۴}$ ع ہے اور ان کی حدتِ تنویر علی الترتیب ۶، ۴، ۲، ۲، ۴ اور ۶ کے متناسب ہے (ع = ۴٫۶۹۲ × $۱۰^{-۵}$ موج عددی گاؤس)۔ اگر چاہیں تو کم اختصار کے ساتھ اس نقشہ کو دو حصوں میں تقسیم کرکے، ہٹاؤ کے متعلق

(متوازی) $+\frac{۱}{۴}$، صفر، $-\frac{۱}{۴}$
______________________ لکھ سکتے ہیں اور
(علی القوائم) $+\frac{۶}{۴}$، $+\frac{۵}{۴}$، $+\frac{۴}{۴}$، $-\frac{۴}{۴}$، $-\frac{۵}{۴}$، $-\frac{۶}{۴}$

اجزاء کی حدتِ تنویر کے متعلق

۱۰، ۱۰، ۱۰
______________________ لکھ سکتے ہیں۔
۶، ۴، ۲، ۲، ۴، ۶

مصرحہ بالا زائد اختصاری طریقہ پر پارے کے طیفی خط λ = ۳۶۶۳٫۲۷ انگسٹروم کے "خلافِ قاعدہ" زیمانی اثر کی (ہٹاؤ کی حد تک) نقشہ ۳، ۶ / ۴، ۷، ۱۰، ۱۳ / ۳̲ سے تعبیر ہو سکتی ہے۔

اور کرومیم کے طیفی خط λ = ۵۲۰۸ انگسٹروم کے "خلافِ قاعدہ" زیمانی اثر کی ۰، ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۷ / ۶̲ ہے۔ جس سے ظاہر ہے کہ اول الذکر خط ۱۲ اجزاء میں منقسم ہوتا ہے اور آخرالذکر ۱۵ میں۔

ہم اب نظریۂ قدریہ کے ذریعہ پہلے طیفی زیمانی اثر کی توجیہ کرینگے۔ سب سے پہلے ڈیبائی (Debye) نے اس کا حل پیش کیا تھا اور اس کے لیے لارمر (Larmor) کے ایک مسئلہ سے مدد لی تھی۔ اگر ہائیڈروجن کے جوہر کی طرح ایک مرکزہ اور ایک برقیہ کا نظام فرض کیا جائے تو سوال یہ پیدا ہوتا ہے کہ مقناطیسی میدان ف کے زیرِ اثر برقیہ کے مدار میں کیا تغیر واقع ہوتا ہے۔

لارمر کے مسئلہ کے بموجب برقیہ اُن ہی مداروں میں حرکت کرتا ہے جن میں وہ مقناطیسی میدان کے عائد کرنے سے پہلے حرکت کرتا تھا۔ لیکن یہ مدار ایک ایسے نظام سے متعلق ہونگے جو میدان کی سمت کے گرد زاویئی رفتار

$$\text{س} = \frac{1}{2}\,\frac{\text{ب}}{\text{کر}}\,\frac{\text{ف}}{\text{م}}$$

کے ساتھ گھومتا ہے۔ واضح ہو کہ یہاں ب سے مُراد برقیہ کا برقی مقناطیسی اکائیوں میں بار ہے۔ باقی مقادیر وہی ہیں جن کا پہلے ذکر آچکا ہے۔ پس مدار تو وہی رہتے ہیں جو پہلے تھے۔ لیکن بتدریج آہستگی کے ساتھ ان میں استقبال (Precession) کی رفتار س پیدا ہوتی ہے، جو برقیہ کی مداری رفتار کے مقابلے میں بہت قلیل ہے۔ اسی کیفیت کو لارمری استقبال کہتے ہیں۔

طیفی خطوط کی پیدائش کے لیے بوہر کے نظریہ کے بموجب برقیہ کی مجموعی توانائی کی تبدیلی معلوم کرنے کی ضرورت ہے چونکہ لارمری استقبال میں برقیہ کا فاصلہ مرکزہ سے وہی رہتا ہے جو مقناطیسی میدان سے پہلے تھا۔ اس لیے اس کی توانائی بالقوہ میں کوئی فرق نہیں پیدا ہوتا ہے۔ البتہ توانائی بالحرکت میں تبدیلی واقع ہوتی ہے اس لیے کہ یہ ثابت کیا جاسکتا ہے کہ یہ تبدیلی

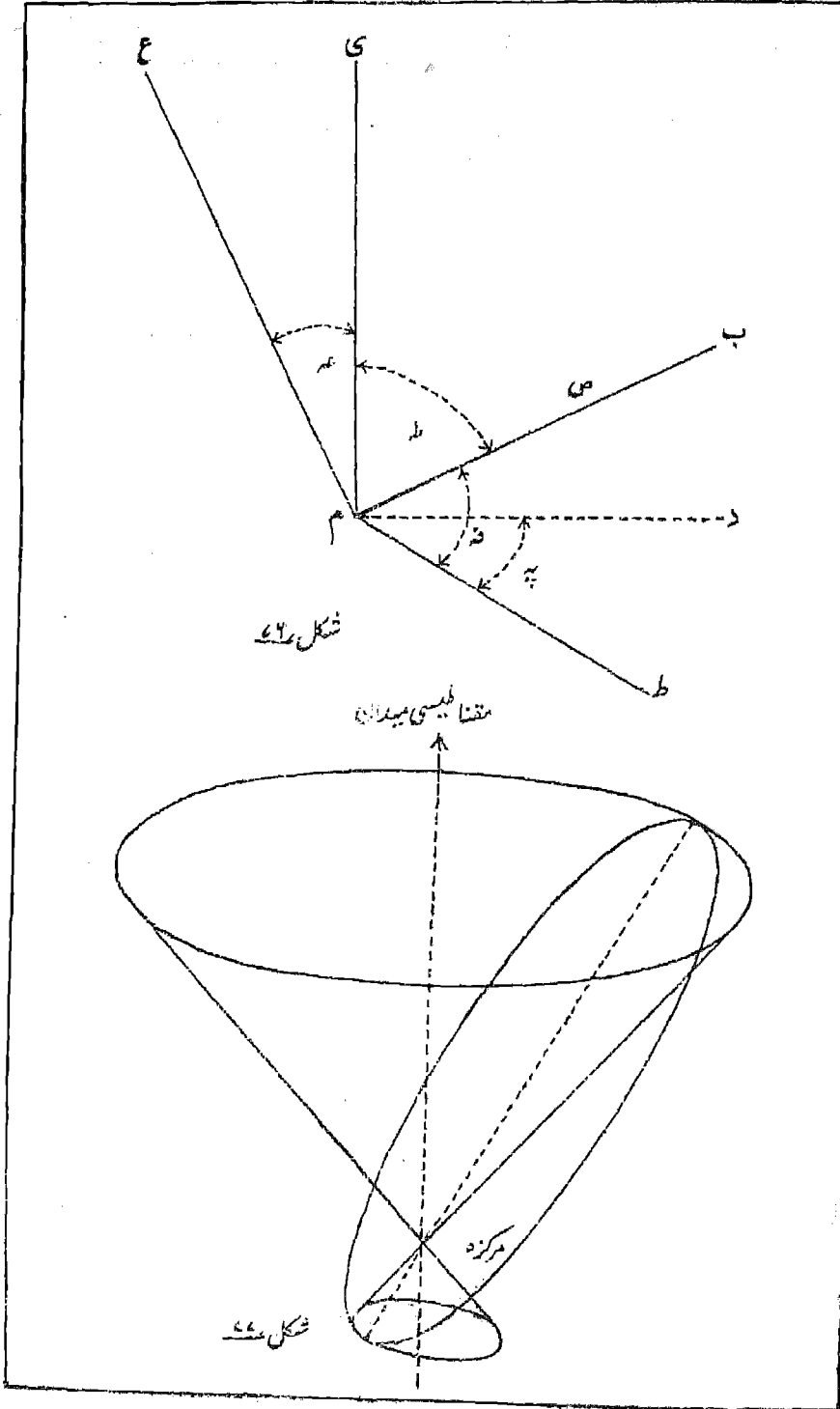
$$\text{مف ت} = \frac{(\text{ن}-\text{نَ})\,\text{ھ}}{\pi 2}\ \text{س یعنی}\ (\text{ن}-\text{نَ})\,\frac{\text{ھ}}{\pi 4}\,\frac{\text{ب ف}}{\text{کر م}}$$

جس میں ن اور نَ مقناطیسی میدان کی سمت یا محور کے لحاظ سے سابقہ و متبدلہ قدریئی اعداد ہیں۔

اگر شکل ۷۶ اور شکل ۷۷ پر غور کریں تو اس کے سمجھنے میں مدد ملیگی۔

شکل ۷۶ میں فرض کرو کہ م مرکزہ ہے اور ب مدار میں برقیہ کا مقام۔ م ی مقناطیسی میدان کی سمت، م ع برقیہ کے ناقصی مدار کے مستوی کا عمود اور م ط مدار کے مستوی اور و ی کے

شکل ۷۶

شکل ۷۷

علی القوائم مستوی کا خطِ تقاطع مدار کے مستوی میں التمتی زاویوں فہ کی پیمائش م ط کو مبدار مان کر کی جائیگی۔ اگر برقیہ کی فضائی حرکت پر غور کیا جاتا ہے تو اس کے تین محدّد زاویہ ط نیمقطر سمتی ص اور زاویہ پہ ہونگے۔ دیکھو شکل مذکور۔ زاویہ فہ خط م ب اور محور م ی کا درمیانی زاویہ ہے اور زاویہ پہ محور م ی کے علی القوائم مستوی میں جس کو ہم استوائی مستوی کہینگے ناپا جاتا ہے۔

برقیہ کے مدار کے مستوی میں قدریئی شرائط عائد کرنے سے

$$\int مح_{ص}\ فرص = ن_{۲}\ ھ \quad \text{اور} \quad \int مح_{فہ}\ فرفہ = ن_{۱}\ ھ$$

جس میں $مح_{ص}$ اور $مح_{فہ}$ علی الترتیب ص اور فہ سے متعلق معیارِ حرکت کے معیارِ اثر ہیں، $ن_{۲}$ اور $ن_{۱}$ ان کے متعلقہ قدریئی اعداد اور ھ پلانک کا مستقل۔

اگر فضائی تین محدّدوں کے لحاظ سے قدریئی شرائط عائد کیے جائیں تو

$$\int مح_{ص}\ فرص = ن_{۲}ھ،\ \int مح_{پہ}\ فرپہ = ن_{۳}ھ \quad \text{اور} \quad \int مح_{ط}\ فرط = ن_{۴}\ ھ$$

یہ بتایا جاسکتا ہے کہ اگر ت توانائی بالحرکت ہو تو

$$۲ت = مح_{ص}\frac{فرص}{فرد} + مح_{فہ}\frac{فرفہ}{فرد} = مح_{ص}\frac{فرص}{فرد} + مح_{پہ}\frac{فرپہ}{فرد} + مح_{ط}\frac{فرط}{فرد}$$

جس سے مصرحۂ بالا دو محدّدی نظاموں میں ہر آن کی توانائی بالحرکت حاصل ہوتی ہے۔

پوری ایک گردش کے لحاظ سے تکمل کرنے پر

$$ن_{۲}ھ + ن_{۱}ھ = ن_{۲}ھ + ن_{۳}ھ + ن_{۴}ھ$$

پس قدریئی اعداد $ن_{۱}$، $ن_{۳}$، $ن_{۴}$ اور $ن_{۳}$ میں مندرجۂ ذیل رابطہ برآمد ہوتا ہے:

$$ن_{۱} = ن_{۳} + ن_{۴}$$

علاوہ، $مح_{پہ} = مح_{فہ}\ جم\ عہ$ جس میں عہ = زاویہ ع م ی

(اس لیے کہ مح پ محور م ی کے گرد معیار حرکت کا معیار اثر ہے اور مح نہ محور م ع کے گرد معیار حرکت کا معیار اثر ہے اور اول الذکر آخر الذکر کا ظل ہے۔
پس ایک کامل گردش کے لیے ۲ π مح پ = ن ہ = ۲ π مح نہ جم عہ = ن ہ جم عہ
پس ن پ = ن جم عہ)

بدیں وجہ زاویہ عہ قدری اعداد ن اور ن پ کی قیمتوں کے ساتھ مربوط ہے۔ اس سے یہ نتیجہ نکلتا ہے کہ برقیہ کے مدار کا مستوی مقناطیسی میدان کے لحاظ سے صرف چند مخصوص وضعیں اختیار کر سکتا ہے۔ مثلاً اگر السمتی قدری عدد ن کی قیمتیں ۱، ۲، ۳ ...... وغیرہ ہوں تو ان قیمتوں کے لحاظ سے حسب ذیل وضعیں ممکن ہونگی :-

اگر ن = ۱ تو چونکہ ن = ن ۱ + ن پ تو صرف ایک وضع ممکن ہوگی جس میں جم عہ = ۱ یعنے عہ = صفر اور ن پ = صفر

اگر ن = ۲ تو دو وضعیں ممکن ہونگی کیونکہ ن پ صفر یا ۱ ہو سکتا ہے اور اس لیے جم عہ = $\frac{1}{2}$ یا ۱

اگر ن = ۳ تو تین وضعیں ممکن ہونگی جن میں جم عہ = $\frac{1}{3}$ یا $\frac{2}{3}$ یا ۱

اسی طرح ن کی دوسری قیمتوں کے لیے۔

پس اس استدلال سے یہ قاعدہ برآمد ہوتا ہے کہ مقناطیسی میدان کے زیر اثر برقیہ کا مداری مستوی صرف معدودے چند خاص خاص وضعیں اختیار کر سکتا ہے اور محور م ی سے متعلق قدری عدد ن پ کا مفہوم واضح ہو جاتا ہے۔

پس ایک مدار سے دوسرے مدار میں برقیہ کی منتقلی کے ساتھ مقناطیسی میدان کے زیر اثر توانائی میں جو تبدیلی واقع ہوتی ہے

$$\frac{(ن_{پ} - نَ_{پ}) ہ س}{۲ π} = (ن_{پ} - نَ_{پ}) \frac{ب ف ہ}{۴ π ک م} \text{ ہے}$$

اور اس کا تناظر تغیر تعدد ، متعدد = $\frac{ف ت}{ہ}$

یعنے $(ن_۱ - ن_۲)$ $\frac{ب\ ف}{۴\ \pi\ ک\ م}$

اب یہاں انتخاب کا قاعدہ (Selection Rule) استعمال کرنے کی ضرورت ہے۔ جس کے بموجب $(ن_۱ - ن_۲)$ کی قیمت صرف +۱ یا -۱ یا صفر ہو سکتی ہے۔ پس اس قاعدہ کے لحاظ سے زیمانی اثر میں تغیرِ تعدد (یا بالفاظِ دیگر نو وارد طیفی خطوں کا ابتدائی خط سے ہٹاؤ صرف صفر، $\pm \frac{ب}{م} \frac{ف}{۴ \pi ک}$ ہے۔

جب ع = صفر کی صورت میں طیفی خط اپنے سابقہ مقام ہی پر رہتا ہے۔

اس بیان سے ظاہر ہے کہ قدیم نظریہ کے نتائج تجربی نتائج سے کامل طور پر منطبق ہوتے ہیں کیونکہ طبعی زیمانی اثر میں اصلی خط دو یا تین خطوں میں تقسیم ہو جاتا ہے جن کی وضعیں اصلی خط کے لحاظ سے متشاکل ہوتی ہیں۔ نظریۂ بالا کے ذریعہ زیمانی اثر کے خطوں کی تقطیب کی بھی بخوبی توجیہ ہو سکتی ہے۔ یہاں اس تفصیل میں جانے کی ضرورت نہیں۔

واضح ہو کہ زیمانی اثر میں طیفی خط کے تغیر یا تفاوتِ تعدد کے لیے جو جملہ

$$\delta ن = \frac{۱}{۴ \pi} ف \frac{ب}{م}$$

مستنبط ہوا ہے اس کے ذریعہ $\frac{ب}{م}$ یعنے برقیہ کے برقی بار اور اس کی کمیت کی نسبت دریافت کرنے کا ایک نیا طریقہ حاصل ہوتا ہے۔ مختلف اشخاص مثلاً وائس (Weiss)، کاٹن (Cotton)، فورٹراٹ (Fortrat) وغیرہ نے اس طریقہ سے $\frac{ب}{م}$ کی قیمت دریافت کی ہے۔ سنہ ۱۹۲۳ء میں ببکاک (Babcock) نے برقی مقناطیسی اکائیوں میں یہ قیمت $۱\text{٫}۷۶۱ \times ۱۰^{۷}$ اکائیاں فی گرام معلوم کی۔

خلاف قاعدہ زیمانی اثر۔ جیسا کہ اس سے پہلے بیان کیا گیا ہے۔ یہ اثر زیادہ پیچیدہ طیفی خطوط یعنی ضعفی خطوط کے ساتھ مشاہدہ ہوتا ہے۔ اس کی توجیہ کے لیے ہائیڈروجن جیسے یک برقی جوہر کا تخیل جس میں صرف

ایک حاصل مجموعی قدریئی عدد (ن) سے استفادہ کیا جاتا ہے' ناکافی ہے۔
ایسے مظاہر جو مرکزہ کے ساتھ مخصوص ہیں (مثلاً مرکزہ کا مقناطیسی معیار اثر) اگر نظر انداز کر دیے جائیں تو ان پیچیدہ طیفی خطوط کی توجیہ کے لیے "چار قدریئی اعداد" سے بخوبی کام نکل آتا ہے۔ اس تحقیق میں جو بڑی کوششوں کے بعد کامیاب ہوئی لانڈے (Landé) بوہر' پاؤلی (Pauli) اور سومر فلڈ نے بہت دماغ سوزی کی ہے۔ ان کے مفروضات و حاصل کردہ نتائج کی بعد کو پی۔ اے۔ ایم۔ ڈیراک (P.A.M. Dirac) نے برقیہ کے اضافیتی نظریہ کے ذریعہ تصدیق کی۔

اس تحقیق میں فرض کیا جاتا ہے کہ مرکزہ کے باہر کا ہر برقیہ تقریباً ایک مرکزی میدان قوت (Central field) کے زیر عمل حرکت کرتا ہے۔ قدریئی میکانیات سے ظاہر ہوتا ہے کہ ایسے برقیہ کی جوہر کے ساتھ ایک قائم حالت میں وابستہ توانائی چار متبدلوں (Parameters) کے تابع ہے۔ جن کی تفصیل حسب ذیل ہے:۔

ن (n) یعنی صدر (Principal) یا حاصل مجموعی (Total) قدریئی عدد۔
ل (l) السمتی (Azimuthal) قدریئی عدد۔
م (m) مقناطیسی قدریئی عدد۔
س (s) برقیئی گھماؤ (Electronspin) کا قدریئی عدد۔

پہلے دو قدریئی اعداد سے طالب علم کو قبل ازیں تعارف کرایا جا چکا ہے۔ بقیہ دو کے متعلق ذرا آگے چل کر ضروری باتیں بیان کی جائینگی۔

ہائیڈروجن کے جوہر کی توانائی کے ضابطہ

$$ا = -\frac{۲\pi^{۲} ک ب^{۴}}{ھ^{۲} ن^{۲}}$$

میں (ن) کو جس طرح مثبت صحیح عددی قیمتیں دینے سے توانائی کی مختلف قائم حالتیں ظاہر کی جاتی ہیں زیادہ پیچیدہ جواہر میں بھی اس کا مصرف بھی ہوتا ہے۔

السمتی جوہری عدد (ل) مرکز قوت کے لحاظ سے برقیہ کی مداری حرکت

کی $\frac{\text{ھ}}{\text{۲}\pi}$ اکائیوں میں زاویئی معیارِ حرکت یا معیارِ حرکت کے معیارِ اثر کی پیمائش کرتا ہے۔ مجموعی قدریئی عدد (ن) کی قیمت جب مقرر کردی جاتی ہے تو التمتی قدریئی عدد کو صرف مندرجۂ ذیل ن قیمتیں دی جاسکتی ہیں :-

صفر، ۱، ۲، ۳، .... (ن - ۱)

مقناطیسی قدریئی عدد (م) برقیہ کے اپنے مدار میں مرکزہ کے گرد حرکت کرنے سے پیدا ہونے والے مقناطیسی معیارِ اثر (مـ) کے ساتھ منسوب ہے۔ اس معیارِ اثر کی طرف سب سے پہلے اوھلنبک (Uhlenbeck) اور گوڈسمٹ (Goudsmit) نے توجہ منعطف کرائی۔

امپیر کے نظریہ کے بموجب اگر کسی حلقہ کے گرد برقی رَو (ر) بہتی ہے تو وہ ایک مقناطیسی خول کے مماثل ہے جس کا رقبہ بعینہٖ وہی ہے جس کے محیط کے گرد رَو بہتی ہے اور جس کی طاقت (خط) رَو کی قیمت (ر) کے مساوی ہے۔ چونکہ (خط) = ح ٹ جس میں ح = مقناؤ کی حدت اور ٹ = خول کی موٹائی اور مقناؤ کی حدت = مقناطیسی معیارِ اثر (مـ) فی اکائی حجم۔ اگر رقبہ (س) ہو تو

$$\frac{\text{مـ ٹ}}{\text{س ٹ}} = \frac{\text{مـ}}{\text{س}} = \text{ر}\quad \text{پس}\quad \text{مـ} = \text{س ر}$$

واضح ہو کہ اس ضابطہ میں (ر) کی قیمت برقی مقناطیسی اکائیوں میں فرض کی گئی ہے۔

اگر برقیہ کا مدار ناقصی ہے تو رقبہ

$$\text{س} = \frac{1}{2}\int_0^{2\pi} \text{ص}^2\,\text{فط}$$

جس میں ص اور ط مرکزہ کے لحاظ سے برقیہ کے قطبی محدد ہیں۔ مرکزہ کے گرد برقیہ کا زاویئی معیارِ اثر ھ مستقل ہے اور $= \text{ک ص}^2 \frac{\text{فط}}{\text{فو}}$

$$\text{پس}\quad \text{س} = \frac{1}{2}\int^{2\pi} \frac{\text{ھ}}{\text{ک}}\,\text{فو} = \frac{\text{ھ و}}{\text{۲ک}}$$

برقی رَو ر = $\frac{\text{ی}}{\text{و}}$ جس میں ی برقیہ کا بار ہے اور و مداری حرکت کا

وقتِ دوران ہے۔ اگر برقی بار برقی سکونی اِکائیوں میں فرض کیا جائے تو $\text{ر} = \frac{\text{بہ}}{\text{و س}}$ جس میں س رفتارِ نور ہے۔

$$\text{پس}\quad \text{م} = \frac{\text{ج}_{\text{ف}}\,\text{و}}{\text{۲ ک}} \times \frac{\text{بہ}}{\text{و س}} \quad \text{یعنے}\quad \text{م} = \frac{\text{بہ}\,\text{ج}_{\text{ف}}}{\text{۲ ک س}}$$

نظریہ قدریہ کے بموجب $\text{ج}_{\text{ف}}$ کی جائز قیمتیں $\frac{\text{م ھ}}{\text{۲}\pi}$ ہیں جس میں ھ پلانک کا مستقل ہے اور م مقناطیسی قدریئی عدد۔ پس

$$\text{م} = \text{م}\,\frac{\text{بہ ھ}}{\text{۴}\pi\,\text{ک س}}$$

$\frac{\text{بہ ھ}}{\text{۴}\pi\,\text{ک س}}$ ایک عالمگیر مستقل ہے اس کی قیمت ۹٫۲۲ × ۱۰$^{-۲۰}$ ارگ گاوس$^{-۱}$ ہے اور "بوہر کا مقنفیہ" (Bohr Magneton) کہلاتا ہے۔ یہ ممکنہ اقل مقناطیسی معیارِ اثر ہے۔ مقناطیسی قدریئی عدد م برقیہ کی توانائی کے جملہ میں بیرونی مقناطیسی میدان کے زیرِ عمل داخل ہوتا ہے۔ قدریئی اعداد ن اور ل جب معیّن ہو جاتے ہیں تو م کی صرف مندرجۂ ذیل (۲ ل + ۱) قیمتیں ہوسکتی ہیں:-

$$\text{ل}،\ (\text{ل}-1)،\ \ldots\ ۲،\ ۱،\ ۰،\ -۱،\ -۲،\ \ldots\ -(\text{ل}-1)،\ -\text{ل}$$

برقیہ کے گھماؤ کے قدریئی عدد س کی صرف $-\frac{1}{2}$ اور $+\frac{1}{2}$ قیمتیں ہوسکتی ہیں۔ مصرحہ بالا چار قدریئی اعداد کی حقیقی تعریفیں اور ان کے متعلقہ قواعد صرف اُسی صورت میں اخذ ہوسکتے ہیں جبکہ برقیہ کی حرکت پر (جو کہ ایک مرکزی میدانِ قوت کے تابع مانی جاتی ہے) قدریئی میکانیات کا نظریہ عائد کیا جاتا ہے۔ برقیہ کے گھماؤ کے متعلق یہ کہا جاسکتا ہے کہ س کی قیمت چونکہ $-\frac{1}{2}$ یا $+\frac{1}{2}$ ہوسکتی ہے برقیہ کے مقناطیسی معیارِ اثر م کے ساتھ ایک زاویئی معیارِ حرکت بھی ہوتا ہے جس کی قیمت $\frac{1}{2}\,\frac{\text{ھ}}{\text{۲}\pi}$ ہوتی ہے

اور جس کی سمت مقناطیسی معیار اثر کی سمت کے عین مخالف ہوتی ہے (اس لیے کہ برقیہ کا بار منفی ہوتا ہے)۔ ہم تصور کر سکتے ہیں کہ برقیہ ایک برقایا ہوا ذرّہ ہے اور مرکز ثقل میں سے گزرنے والے محور کے گرد گھومتا ہے۔ ڈیراک کے نظریہ میں برقیہ کے اس گھاؤ کا تصور غیر ضروری ہے۔

اب ہم بتا سکتے ہیں کہ طیف کے ضعفی خطوط (Multiplets) کی پیدائش اس طرح ہوتی ہے:

ا۱ توانائی کو سطح سے ا۲ توانائی کی سطح میں برقیہ جب منتقل ہوتا ہے تو قدریئی اعداد ل اور م (جن کی ممکنہ قیمتوں کے متعلق قبل ازیں صراحت کی جا چکی ہے) اصولِ انتخاب (Selection principle) کے تحت ہی بدل سکتے ہیں۔ ل کی تبدیلی (یعنے مف ل) = ± ۱ اور مف م = ۰ یا ± ۱۔ توانائی خواہ ا۱ ہو یا ا۲ تقریباً ساری کی ساری قدریئی اعداد ن اور ل ہی کے تابع ہوتی ہے۔ م اور س اعداد کی تبدیلی کا اثر اس پر بہت ہی قلیل ہوتا ہے۔ پس ن اور ل کی دو مفروضہ قیمتوں کے ساتھ ایسی متعدد سطحیں وابستہ ہونگی جن کی متعلقہ توانائی کی قیمتوں میں بہت ہی خفیف اختلاف ہوگا۔ اس لیے م اور س کی تبدیلیوں سے خط کے تعدد میں بہت ہی تھوڑا فرق محسوس ہوگا۔ اور اس طرح ضعفی خطوط رُونما ہونگے۔

اس تمہید کے بعد ہم اب خلافِ قاعدہ زیمانی اثر کی قدریئی توجیہ پر روشنی ڈال سکتے ہیں۔ ۹۲ عناصر میں سے ۷۵ کے طیفی خطوط پر مقناطیسی میدان کا اثر مشاہدہ ہوا ہے۔ ان تجربوں میں زبردست سے زبردست مقناطیسی میدان استعمال ہوئے ہیں چنانچہ حال میں کاپٹسا (Kapitza) نے کیمبرج کے تجربہ خانہ میں ۳۲۰ ہزار گاؤس کے مقناطیسی میدان کے ساتھ تجربہ کیا ہے جو ثانیہ کے سویں حصہ یا اس کے لگ بھگ تک ہی عمل کرتا ہے۔

جب کسی ضعفی خط پر بہت ہی بڑی حدّت کے مقناطیسی میدان عائد کیے جاتے ہیں تو خلافِ قاعدہ زیمانی اثر کی تشکیل بدل کر طبعی زیمانی اثر کی تین خطوں والی تشکیل رُونما ہوتی ہے جو پاشن بیک اثر (Paschen-Back Effect) کے

نام سے مشہور ہے۔

ضعفی خطوط کی توجیہ میں فرض کیا گیا تھا کہ ان خطوط کے کسی ایک گروہ سے متعلق قائم حالات توانائی گھومنے والے گرفتی برقیہ یا برقیوں (rotating valency electrons) کی مختلف وضعوں کی وجہ سے مختلف ہوتے ہیں۔ جب جوہر مقناطیسی میدان میں واقع ہوتا ہے تو ایک واحد مقررہ حالت کے عوض متعدد حالتیں صورت پذیر ہوتی ہیں جو مقناطیسی میدان کے لحاظ سے مداری حرکت یا برقیئ گھماؤ کے حاصل مجموعی زاویئی معیارِ حرکت کی مختلف وضعوں کی وجہ سے ایک دوسری سے مختلف ہوتی ہیں۔

ابھی بتایا گیا ہے کہ برقیہ جب اپنے مدار میں زاویئی معیارِ حرکت ح کے ساتھ حرکت کرتا ہے تو اس کا مقناطیسی معیارِ اثر م $= \frac{ح\ ب}{۲\ ک\ س}$ جس میں ح اور م دونوں مدار کے مستوی کے علی القوائم سمتیاں ہیں اور اس لیے باہم دیگر متوازی ہیں۔ اگر ایک ہی مرکزہ کے گرد مختلف مستویوں کے مداروں میں متعدد برقیے حرکت کرتے ہوں تو ان کے زاویئی معیارِ حرکت سمتیوں کے اصول کے موجب جمع کیے جا سکتے ہیں اور ان کا حاصل سارے نظام کے زاویئی معیارِ حرکت کو تعبیر کریگا۔ اسی طرح اُن کے متعلقہ منفردہ مقناطیسی معیارِ اثر کے سمتیوں کو جوڑنے سے سارے نظام کا حاصل مقناطیسی معیارِ اثر دریافت ہو جاتا ہے۔ یہ دونوں حاصل مجموعی سمتیاں باہم دیگر متوازی ہیں اور ان کی مطلق قیمتیں مصرحۂ بالا مساواتوں کے ذریعہ باہم دیگر مربوط ہیں۔

واضح ہو کہ صرف بیرونی یا گرفتی (Valency) برقیوں ہی کی قدرتی حرکت سے مناظری طیوف رُو نما ہوتے ہیں۔ بند خولوں والے برقیوں کی حرکت سے حاصل مجموعی زاویئی معیارِ اثر یا مقناطیسی معیارِ اثر صفر ہوتا ہے۔ معہذا جیسا کہ اوپر اس کا ذکر آ چکا ہے بیرونی مقناطیسی میدان کے زیرِ اثر جوہر صرف چند خاص وضعیں اختیار کر سکتا ہے ایسی جن سے مقناطیسی معیارِ اثر (یا زاویئی معیارِ اثر) کے ظِل (Projections)

ایک مقررہ مقدار ہی کا تفاوت رکھتے ہوں۔ معہذا اصولِ انتخاب کے لحاظ سے صرف متصل حالتوں میں تحویل ممکن ہے۔ پس جوہر کی توانائی کے جملہ ہیں قدریئی اعداد ن، ل، میں سے متعلق جو رقمیں ہیں ان میں سے ہر ایک رقم کے عوض (۲ ل + ۱) رقمیں پیدا ہو جاتی ہیں جبکہ ایک نسبتہً کم طاقت کا مقناطیسی میدان عمل کرنے لگتا ہے، اس لیے کہ مقناطیسی قدریئی عدد م کی اتنی ہی قیمتیں ہو سکتی ہیں۔ اس سے ظاہر ہے کہ لانڈے نے ضعفی خطوط کی توجیہ کے لیے مداروں کی مختلف وضعوں کا جو نظریہ پیش کیا تھا اس کی مدد سے خلافِ قاعدہ زیمانی اثر کی بھی توجیہ ہو جاتی ہے۔

طبعی زیمانی اثر میں نو وارد خطوط اور اصل خط کے تعددوں میں تفاوت

$$\text{مف نہ} = \pm \frac{\text{بہ ف}}{\text{۴ π ک س}} \text{ ہے}$$

خلافِ قاعدہ زیمانی اثر کے لیے ۱۹۲۳ء میں بیک (Back) اور لانڈے (Landé) نے رابطہ

$$\text{مف نہ} = \text{م} \left(\frac{\text{بہ ف}}{\text{۴ π ک س}} \right) \text{گ}$$

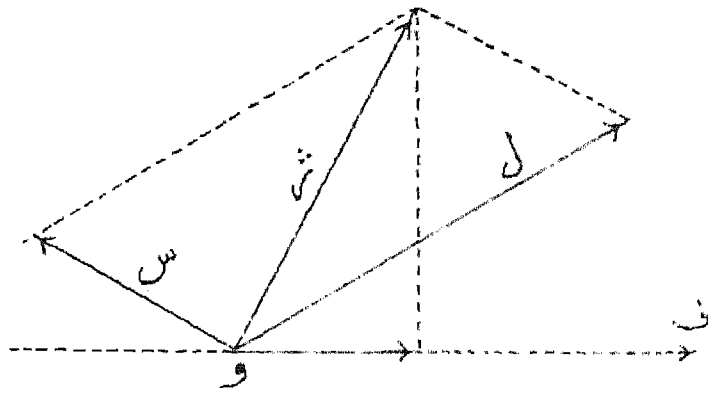
تجویز کیا۔ جس میں مف نہ دو متصل نو وارد خطوط کا تفاوتِ تعدد ہے۔ م کی قیمتیں ثر، (ثر - ۱)، (ثر - ۲)، ...... - ثر ہو سکتی ہیں اور گ انشقاقی جزوِ ضربی (Splitting Factor, Aufspattungs Faktor) کہلاتا ہے جس کی قیمت خود لانڈے ہی کے دریافت کردہ تجربی ضابطے سے معلوم ہو سکتی ہے جو ثر، س، ل کی رقموں میں دیا گیا ہے :—

$$\text{گ} = ۱ + \frac{\text{ثر (ثر + ۱) + س (س + ۱) - ل (ل + ۱)}}{\text{۲ ثر (ثر + ۱)}}$$

[واضح ہو کہ گ اور ثر علی الترتیب لاطینی حروف g اور j کے مترادف ہیں]۔ ثر دراصل جوہر کا اندرونی قدریئی عدد ہے۔ س اور ثر کی قیمتیں صحیح اعداد کا

نصف ہوتی ہیں جبکہ خلافِ قاعدہ زیمانی اثر جفت ضعفی خط (Even multiplet) کے کسی جزو سے متعلق ہوتا ہے اور صحیح اعداد ہوتی ہیں جبکہ اثر طاق ضعفی خط کے جزو سے متعلق ہوتا ہے۔

انشقاقی جزوِ ضربی گ کی تعیین کا صحیح ضابطہ صرف ہائزنبرگ (Heisenberg) کی قدریئی میکانیات کے ذریعہ سے حاصل ہو سکتا ہے۔ ہم ذیل میں زاویئی معیارِ اثروں کی ایک شکلی ترسیم پیش کرتے ہیں جس سے آسانی کے ساتھ (مف نر) کے لیے ایک جملہ حاصل ہو جاتا ہے جس میں گ کی قیمت قریب قریب وہی ہوتی ہے جو لانڈے والے ضابطہ سے دریافت ہوتی ہے :-

شکل ۴۸ میں فرض کرو کہ بیرونی مقناطیسی میدان کی سمت و ف ہے۔

شکل ۴۸

معیارِ اثر شر کا سمتی س اور ل سمتیوں کا حاصل ہے جو و میں سے کھینچے گئے ہیں۔ سمتی م میدان ف کی سمت میں شر کا ظل ہے۔ معیارِ اثر شر کے ساتھ جو توانائی وابستہ ہے

$$\text{ھ مف نر} = \text{ھ} \frac{\text{ب ف}}{\text{۴ ﷺ ک مر}} \text{ شر جم (شر، ف)}$$

[واضح ہو کہ یہاں جم (شر، ف) سے مراد شر اور ف سمتیوں کے درمیانی زاویہ کی جیب التمام ہے]۔

$$\text{ه مف ن}_1 = \text{ه} \frac{\text{ب ف}}{4\pi\,\text{ک س}}\,\text{م}$$

سمتی س کے لحاظ سے توانائی اگر ه مف ن₂ ہو تو چونکہ نسبتہً کمزور مقناطیسی میدان ف میں سمتی س سمتی شر کے گرد "استقبال" (Precess) کرتا ہے اور سمتی شر خود مقناطیسی میدان کی سمت کے گرد "استقبال" کرتا ہے۔ اس لیے

$$\text{ه مف ن}_2 = \text{ه} \frac{\text{ب ف}}{4\pi\,\text{ک س}}\,\text{جم}(\text{س، شر})\,\text{جم}(\text{شر، ف}) = \text{ه} \frac{\text{ب ف}}{4\pi\,\text{ک س}} \frac{\text{م}}{\text{شر}}$$

چونکہ از روئے ہندسہ

$$\text{جم}(\text{س، شر}) = \frac{\text{شر}^2 + \text{س}^2 - \text{ل}^2}{2\,\text{شر س}}$$

لہٰذا

$$\text{ه مف ن}_2 = \text{ه} \frac{\text{ب ف}}{4\pi\,\text{ک س}}\,\text{م}\,\frac{\text{شر}^2 + \text{س}^2 - \text{ل}^2}{2\,\text{شر}^2}$$

پس

$$\text{مف ن} = \text{مف ن}_1 + \text{مف ن}_2 = \frac{\text{ب ف}}{4\pi\,\text{ک س}}\,\text{م}\left[1 + \frac{\text{شر}^2 + \text{س}^2 - \text{ل}^2}{2\,\text{شر}^2}\right]$$

اس جملہ سے واضح ہے کہ ل اور س کی بڑی قیمتوں کے لیے قوسین والا جزو ضربی قریب قریب اسی جملہ میں تحویل ہو جاتا ہے جو لانڈے نے گ کی تعیین کے لیے اخذ کیا ہے۔

خلافِ قاعدہ زیمانی اثر کے نوادر خطوط کے تفاوتِ تعدد کے لیے مندرجۂ بالا ضابطہ صرف اسی صورت میں صادق آتا ہے جبکہ مقناطیسی ف کمزور ہوتا ہے اور ل اور س سمتیوں کے میلانوں پر اس میدان کا اثر نہیں ہوتا۔ جب ف بہت طاقتور ہوتا ہے تو اس سے ل اور س کے میلان متاثر ہو جاتے ہیں اور پاشن بیک اثر رونما ہو جاتا ہے۔

اب بآسانی معلوم ہو جاتا ہے کہ سادہ طیفی خطوط پر مقناطیسی میدان سے طبعی زیمانی اثر کیونکر ظاہر ہوتا ہے۔ چونکہ توانائی کی دونوں سطحیں جن کے مابین برقیہ کی منتقلی عمل میں آتی ہے، خط کی سادگی کی وجہ سے سادہ ہوتی ہیں اس لیے قدرتی عدد س صفر ہوتا ہے لہٰذا شر = ل (دیکھو شکل ۵۴) اور گ = ۱، پس مقناطیسی میدان ف میں جوہر کی توانائی ایک سطح میں

اَ + م ف ھ ہے اور دُوسری سطح میں اَ + مَ ف ھ۔

∴ تعددِ اشعاع ن = (ا - اَ)/ھ + (م - مَ) ف ھ/ھ

انتخاب کے اصول سے م - مَ = ۰ یا ± ۱

پس ن = ف ھ/ھ یعنی ف بَ/۴π کہ س جو لارمری تعدد ہے۔

داغہائے شمسی میں زیمانی اثر کا مشاہدہ

سی۔ اے۔ ینگ (C.A. Young) نے ۱۸۹۲ء میں پرنسٹن (Princeton) کی رصدگاہ میں دریافت کیا کہ آفتاب کے داغ کا جب طیف بڑی تحلیلی طاقت کے طیف نما میں معائنہ کیا جاتا ہے تو بعض طیفی خطوط (علی الخصوص زرد اور سُرخ رنگوں کے) چوڑے ہوجاتے ہیں اور بعض دُہرے ہوجاتے ہیں۔ ۱۹۰۸ء میں جی۔ ای۔ ہیل (G.E. Hale) نے موَنٹ ولسن کی رصدگاہ میں ثابت کیا کہ داغ اگر قرصِ آفتاب کے مرکز کے قریب کا ہے تو اس کا طیفی خط دُہرا ہوجاتا ہے اور اس کے اجزاء مخالف سمتوں میں دائری مقطب ہوتے ہیں۔ اگر وہی داغ قرصِ آفتاب کے کنارے پر ہوتا ہے تو طیفی خط تہرا ہوجاتا ہے اور اس کے اجزاء مستوی مقطب ہوتے ہیں۔ اس لیے ہیل نے یہ رائے قایم کی کہ داغہائے شمسی میں برقایا ہوا گیسی مادّہ آفتاب کے مرکز سے نصف قطر کے گرد لولبی مداروں میں گھومتا ہوا تیز رفتار کے ساتھ حرکت کرتا ہے۔ جس کی وجہ سے طاقتور مقناطیسی میدان عمل کرنے لگتے ہیں جو بعض طیفی خطوں میں زیمانی اثر پیدا کرتے ہیں۔ مرکز والے داغوں میں مقناطیسی میدان اشعاعِ نور کی سمت میں عمل کرتا ہے اور کنارے والے داغوں میں اشعاعِ نور کے علی القوائم سمت میں۔ جو داغ آفتاب کے مرکز اور کنارے کے بین بین ہوتے ہیں تو نور جب داغ کے اس پہلو سے آتا ہے جو مرکز سے قریب تر ہے تو طیفی خط دُہرا دکھائی دیتا ہے اور نور جب آفتاب کے کنارے پر کے قریب تر

پہلو سے آتا ہے تو خط تہرا پایا جاتا ہے۔ ان مقناطیسی میدانوں کی حدت بعض اوقات ۴۰۰۰۰ گاؤس تک پہنچ جاتی ہے۔ جو زمانۂ حال کے برقی مقناطیسی تجربہ خانوں کے آلات سے حاصل کردہ میدانوں کے مقابلہ میں بہت کم ہے لیکن داغہائے شمسی کا مقناطیسی میدان کئی ہزار میل قطر کے رقبوں پر پھیلا ہوا ہوتا ہے۔

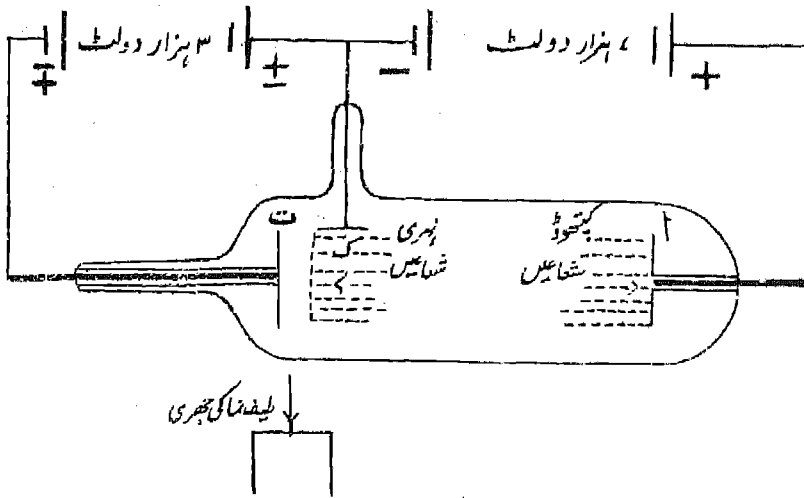
مقلوب زیمانی اثر (Inverse Zeeman Effect)

جب کوئی جاذب مادّہ مقناطیسی میدان کے اندر واقع ہوتا ہے اور اس کے اثر سے طیفی خطوط دو یا تین اجزاء میں تقسیم ہو جاتے ہیں تو اس کیفیت کو مقلوب زیمانی اثر کہتے ہیں۔ اس اثر کی وجہ یہ ہے کہ جو ارتعاشی حالات اشعاعِ نور کا باعث ہوتے ہیں وہی حالات انجذابِ نور سے بھی متعلق ہوتے ہیں۔ اس لیے دونوں صورتوں میں مقناطیسی میدان کا طیفی خطوں کے طبعی تعدّدوں پر ایک ہی طرح کا اثر ہوتا ہے۔

اسٹارکی اثر (Stark Effect)

سنہ ۱۹۱۳ء میں جے۔ اسٹارک نے دریافت کیا کہ ہائیڈروجن کی منوّر خلائی نلی میں جب ایک زبردست برقی میدان قایم کیا جاتا ہے تو اس کے طیفی خطوط ایک خاص قاعدہ کے تحت پھٹ جاتے ہیں یعنی ایک کے بجائے متعدد خط اصل خط کے مقام کے دونوں طرف تشاکلاً اور مقطب حالت میں رُونما ہوتے ہیں۔ مقناطیسی میدان کا عمل دیکھ کر فطرتاً لوگوں کو خیال ہوا کہ برقی میدان کا بھی طیفی خطوط پر کچھ نہ کچھ اثر ہوگا۔ لیکن خلائی نلیوں میں ایصالیت کی وجہ سے زبردست برقی تفاوتِ قوّہ کا دیر تک قائم رکھنا بہت مشکل امر تھا اس لیے بڑی کوششوں کے بعد ہی اسٹارک اور لوسوبرڈو (Lo - Surdo) کو (جو ایک دوسرے کے تجربوں سے بلطا ہرنا واقف تھے) کامیابی نصیب ہوئی۔

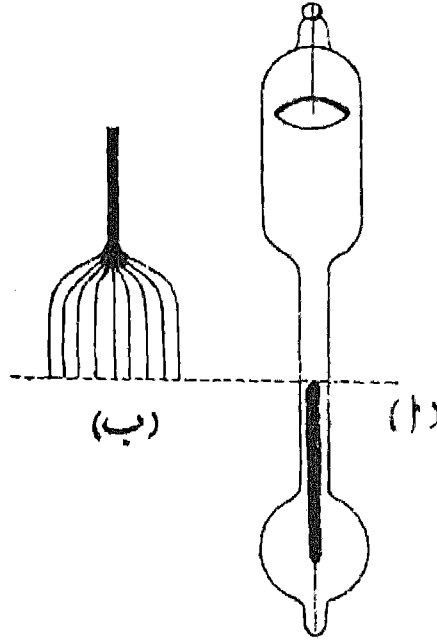
ہم پہلے مختصراً اسٹارک کے آلہ کی تشریح کرینگے۔ شکل ۷۹ء میں خلائی نلی کے اندر A اینوڈ تختی ہے اور K کیتھوڈ تختی جس کے اندر جابجا سوراخ کردیے گئے ہیں تاکہ نہری شعاعیں (Canal rays) ان کے اندر سے آگے کو گذر جائیں۔

ک کے پیچھے صرف ۲ یا ۳ ملی میٹر فاصلہ پر اور اس کے متوازی ایک تختی ت رکھی گئی ہے۔ نلی کے اندر گیس کا دباؤ اس قدر پست ہے کہ اس کے ایونوں (Ions) کا اوسط آزاد راستہ ک اور ت کے درمیانی فاصلہ سے بہت زیادہ ہے۔ اس وجہ سے ان تختیوں کے بیچ کی فضا میں ایونوں کے مابین تصادم ہونے نہیں پاتا اور اس لیے ثانوی ایون پیدا نہیں ہوتے اور نہ گیسی اخراج واقع ہوتا ہے۔

شکل ۷۹

اس طریقہ سے ت اور ک تختیوں کے بیچ میں کئی لاکھ وولٹ فی سنٹی میٹر کا تفاوت قوہ قائم کرنا ممکن ثابت ہوا باوجودیکہ اس فضا میں منور ایون موجود تھے۔ شکل ۷۹ میں جس طرح طیف نما کو آڑی وضع میں رکھ کر ترتیب دیا گیا ہے عرضی زیمانی اثر والی ترتیب کے مشابہ ہے۔ برقی میدان جب کافی بڑی حدت کا ہوتا ہے تو اسٹارک اثر مشاہدہ ہوتا ہے۔ طیفی خط پھٹ کر متقوی متشاکل اور منقطب خطوط دکھائی دیتے ہیں جن کا ہٹاؤ برقی میدان کی حدت کے راست متناسب ہوتا ہے۔ اس کیفیت کو یک درجی (Linear) اسٹارک اثر کہتے ہیں۔ جب میدان کی حدت بہت ہی بڑی ہوتی ہے تو اس اثر کے سوا دو درجی (Quadratic) اسٹارک اثر بھی مشاہدہ ہوتا ہے

جس میں خطوں کا ہٹاؤ میدان کی حدت کے مربع کے متناسب ہوتا ہے۔
حدت کی وضع کو مناسب طریقہ پر تبدیل کرنے سے اسٹارک نے "طولی اثر" کا بھی معائنہ کیا جس میں میدان سمتِ مشاہدہ کے متوازی ہے۔
اسٹارک کی اثر میں ہائیڈروجن کا بامر والا ہر ایک طیفی خط متعدد متشاکل اجزار میں تقسیم ہو جاتا ہے۔ بامر کے سلسلہ میں جیسے جیسے طیفی خط کا ترتیبی عدد بڑھتا جاتا ہے ویسے ہی اس کے اسٹارک کی اثر سے پیدا ہونے والے اجزار کی تعداد میں بھی اضافہ ہوتا ہے۔ سرخ خط (Hα) کے اجزار کی تعداد قلیل ترین ہوتی ہے۔ اثر کا جب میدان کے علی القوائم مشاہدہ کیا جاتا ہے تو بعض اجزار میدان کے متوازی مقطب ہوتے ہیں اور بعض اس کے علی القوائم۔ جب میدان کے متوازی مشاہدہ کیا جاتا ہے تو متذکرہ بالا علی القوائم مقطب اجزار غیر مقطب ہو جاتے ہیں اور متوازی مقطب اجزار غائب ہو جاتے ہیں۔
اسٹارک کی اثر میں خط کے اجزار کا ہٹاؤ زیمانی اثر کے ہٹاؤ سے بہت زیادہ ہوتا ہے۔ مثلاً بنفشئی خط کے سب سے باہر کے اجزار کا ہٹاؤ ۷۴ ہزار وولٹ فی سمر برقی میدان میں ۳۳ انگسٹروم اکائیاں ہوتا ہے اور یہی خط جب زیمانی اثر سے پھٹ کر تین اجزار میں تقسیم ہوتا ہے تو بیرونی اجزار کا ہٹاؤ ۴۵ ہزار گاؤس والے مقناطیسی میدان میں صرف ۰۰۸ انگسٹروم اکائیاں ہوتا ہے۔
لوسوررڈو کے تجربہ کی ترتیب اسٹارک کی ترتیب سے سہل تر ہے۔ دونوں تجربے اگرچہ قریب قریب ایک ہی وقت میں کیے گئے۔ لیکن لوسوررڈو کو تجربہ کے نتائج کی اہمیت اسٹارک کا پرچہ شایع ہونے کے بعد معلوم ہوئی۔ اس کے آلہ کی شکل ۸۰ میں تشریح کی گئی ہے۔
یہ آلہ ایک معمولی خلائی نلی پر مشتمل ہے جس میں ایک برقیرہ الومینیم کا تار ہے جو ایک یا دو ملی میٹر قطر کا ہے اور کسی قدر آسانی کے ساتھ شعری نلی میں بیٹھ جاتا ہے۔ ملاحظہ ہو شکل ۸۰ (۲)۔

استارکی اثر کیتھوڈ تار کے سرے کے بالکل قریب میں پیدا ہوتا ہے جہاں تفاوتِ قوّہ کی شرح تبدیلی بہت بڑی ہے۔ اس جگہ کے برقی اخراج کو

شکل ۸۰

وضاحت کے ساتھ طیف نما کی جھری کے اوپر ماسکہ پر لاتے ہیں تو شکل (ب) کی سی کیفیت مشاہدہ ہوتی ہے۔ کیتھوڈ کی سطح کے اوپر تھوڑے ہی فاصلہ پر میدان صفر ہو جاتا ہے اور یہاں سے اوپر کا طیفی خط کا حصہ پھٹا ہوا نہیں نظر آتا۔ یعنے خط کے اجزاء ملے ہوئے دکھائی دیتے ہیں۔ لوسورڈو والا طریقہ فلزی طیف کے استارکی اثر کے معائنہ کے لیے بھی موزوں ہے۔ جس فلز کے طیفی خط پر اثر مشاہدہ کرنا مقصود ہو اس کو بطور کیتھوڈ استعمال کرنے سے وہ فلز نہری شعاعوں کے تصادم سے بخار بن جاتا ہے اور اس طرح طیف پیدا ہو کر استارکی اثر ظاہر کرتا ہے۔

اسٹارک کے تجربہ کے تین سال بعد ایپسٹائین اور شوارٹسشلڈ (Epstein and Schwarzschild) نے نظریۂ قدریہ سے اس کی توجیہ کی۔ ان کا ثبوت مشکل ہے۔ اس کے لیے مکافی شکل کے محدد استعمال کرنے پڑتے ہیں اور بیضی تکملوں کی قیمتیں تقریبی طریقوں سے دریافت ہو سکتی ہیں۔ مصرحۂ بالا محددوں کے ذریعہ توانائی کی مساوات میں متغیروں کو ایک دوسرے سے یعقوبی (Jacobi) طریقہ استعمال کر کے علیحدہ کر سکتے ہیں۔ لیکن عمل بہت طویل ہے۔ درحقیقت یہ مسئلہ مشروط دوری نظام کی عام ترین مثال ہے جو محولۂ بالا طریقہ سے حل ہو سکی۔ ہم یہاں صرف قدریئی نظریہ کا نتیجہ بیان کر کے اس پر بحث کریںگے اور بتائیںگے کہ کس طرح نظریہ اور تجربہ میں کامل انطباق پایا جاتا ہے۔

مرکزہ کے گرد مدار میں گردش کرنے والے ہائیڈروجن کے برقیہ پر جب برقی میدان ف عمل کرتا ہے تو اس نظریہ کی رُو سے متعلقہ طیفی خط کا تعدد

نہ = نہ. ± ع ف ثہ

جس میں نہ. خط کا تعدد بیرونی برقی میدان ف کی عدم موجودگی میں ہے، اور ثہ ایک عالمگیر مستقل ہے جس کی قیمت

مساوات ثہ = ۳ ھ / ۸ π^2 بہ کہ سے حاصل ہوئی ہے۔

[واضح ہو کہ ھ ≡ پلانک کا مستقل بہ اور کہ برقیہ کا بار اور اس کی کمیت ہیں]

ع = ترتیبی عدد جو ہمیشہ ایک صحیح عدد ہوتا ہے اور صدر قدریئی اعداد ن اور س کے تابع ہوتا ہے۔ آخرالذکر عددوں سے قدریئی اصول کے بموجب طیفی خط کے اشعاع سے متعلق توانائی کی ابتدائی اور آخری حالتوں کی تعیین ہوتی ہے۔ چنانچہ

ع = ن نَ ± س سَ جس میں
{ نَ = ۰، ۱، ۲، .... (ن - ۱)
{ سَ = ۰، ۱، ۲، .... (س - ۱)

اس نظریہ سے خط کے اجزار میں ارتعاش کی سمت کا قاعدہ بھی مستنبط ہوتا ہے۔
اگر (ن - س) + (نَ - سَ) = ل ایک جفت عدد ہے
تو برقی ارتعاش کی سمت میدان ف کے متوازی ہوتی ہے اور اگر ل طاق عدد
ہے تو برقی ارتعاش کی سمت میدان کے علی القوائم ہوتی ہے۔ ہم اسٹارکی اثر کے ان طیفی خطوں کے
اجزار کو علی الترتیب الفاظ توازی اور قائم کے سر حرف ت اور ق سے تعبیر کرینگے۔
ظاہر ہے کہ نور کی شعاعوں کی اشاعت ہمیشہ ارتعاش کی سمت کے
علی القوائم سمت میں ہوتی ہیں۔ پس اگر اسٹارکی اثر کے زیر عمل طیفی خط کی تحلیل
کا مشاہدہ برقی میدان کی سمت میں ہوتا ہے (یعنے طولی اسٹارکی اثر ہے)
تو اس کے ت۔ اجزار غیر مرئی ہونگے اور صرف ق۔ اجزار غیر مقطب
حالت میں دکھائی دینگے۔ اگر مشاہدہ میدان کے علی القوائم سمت میں ہو رہا ہے
(یعنے عرضی اسٹارکی اثر ہے) تو تمام اجزار مرئی ہونگے لیکن ت۔ اجزار
اور ق۔ اجزار میں ان کی مختلف تقطیب کی وجہ سے فوری امتیاز ہوسکیگا۔
اب ہم بطور مثال مصرحۂ بالا نتائج کو پیش نظر رکھ کر ہائیڈروجن کے ایک
بنفشی طیفی خط H_γ کے اسٹارکی اثر پر غور کرینگے۔ جیسا کہ سابقہ باب میں
بتایا گیا ہے H_γ جو بامر کے سلسلہ کا تیسرا خط ہے برقیہ کی قدریٔ حالت
پانچ سے حالت دو میں منتقلی کا نتیجہ ہے۔ پس اس خط کے لیے
ن = ۵ اور س = ۲ پس نَ کی قیمتیں ۰، ۱، ۲، ۳، ۴
ہوسکتی ہیں لیکن سَ کی قیمت تو صفر ہوسکتی ہے یا ایک۔
اس لیے ترتیبی عدد ع یا تو ۵ نَ کے مساوی ہے یا (۵ نَ ± ۲) کے۔
پہلی صورت میں عدد ل جو ارتعاش کی سمت سے متعلق ہے سب سے
آخری مساوات کے لحاظ سے (۳ + نَ) کے مساوی ہے۔ اور دوسری
صورت میں (۲ + نَ) کے مساوی۔ پس ت۔ اجزار کے ترتیبی اعداد
جن کے لیے ل ایک جفت عدد ہونا چاہیے' نَ کی طاق قیمتوں کے لیے
۵ نَ ہونگے اور جفت قیمتوں کے لیے (۵ نَ ± ۲) ہونگے۔ اس طرح سے
طیفی خط H_γ کے ت۔ اجزار سے متعلق ترتیبی عدد

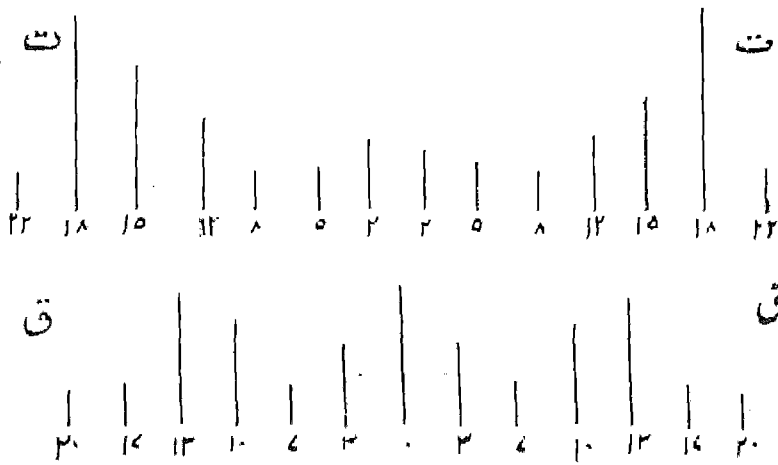
۲، ۵، ۸، ۱۲، ۱۵، ۱۸، ۲۲ ہونگے۔

اس طیفی خط کے ق - اجزا سے متعلق ترتیبی اعداد جن کے لیے ل ایک طاق عدد ہونا چاہیے، نَ کی جفت قیمتوں کے لیے ۵نَ ہونگے اور طاق قیمتوں کے لیے (۵نَ ± ۲) ہونگے۔ پس H_γ کے ق - اجزاء سے متعلق ترتیبی اعداد

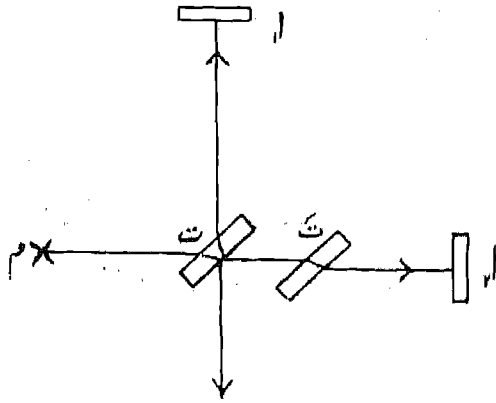
۰، ۳، ۷، ۱۰، ۱۳، ۱۷، ۲۰ ہونگے۔

یہ نتائج لکیروں کے ذریعہ شکل ۸۱ میں ظاہر کیے گئے ہیں۔ اس میں ہر لکیر کا طول طیفی خط کے متعلقہ جزو کی حدت کو تعبیر کرتا ہے جس کی اسٹارک نے فوٹو گرافی کی تختی پر اثر کو معائنہ کرکے تخمین کی۔

شکل ۸۱

H_γ میں اسٹارک اثر

مائکلسن کے تداخل پیما کے ذریعہ دہرے طیفی خط کے اجزاء کے تفاوت طول موج کی تعیین۔

باب دوم میں صفحہ ۶۰ پر ہم نے اس تداخل پیما کی مختصر

تشریح کی ہے اور اس کے ذریعہ پتلی شفاف اشیاء کا انعطاف نما دریافت کرنے کا طریقہ بتایا گیا تھا۔ اب ہم اس آلہ کا طیف پیمائی استعمال بیان کرنا چاہتے ہیں۔ شکل ۸۲ میں اس آلہ کی ایک دوسری ترتیب بتائی گئی ہے۔

شکل ۸۲

شکل ۲۷ سے مقابلہ کیا جائے تو معلوم ہوگا کہ مبدائے نور اور آنکھ کے مقام باہم دیگر بدل دیے گئے ہیں۔ اسی طرح ا۱ اور ا۲ آئینوں میں بھی باہم دیگر تبدیلی عمل میں آئی ہے۔ آئینہ ا۱ پیچ کے گھومنے سے آہستہ آہستہ (بغیر گھومے) آگے پیچھے حرکت کرتا ہے۔ آئینہ ا۲ ساکن ہے۔

آلہ کو حسب ہدایات مندرجہ باب دوم ٹھیک طور پر ترتیب دینے کے بعد جس پیچ کو گھمانے سے آئینہ ا۱ (بغیر گردش) آگے یا پیچھے حرکت کرتا ہے اس کی گھمائی سوڈیئم کے نور کے طول موج کی رقموں میں ناپ لی جاتی ہے۔ آلہ کی جو شکلیں بتائی گئی ہیں اُن میں یہ پیچ بتایا نہیں گیا ہے۔ اس لیے کہ یہ شکلیں محض خاکہ ہیں تصویر نہیں۔ لیکن آلہ کے معائنہ سے فوراً پتہ چل جاتا ہے کہ یہ پیچ کونسا ہے۔ شکل ۸۲ میں اس کو آلہ کے ڈبے کے اُسی بازو فرض کرنا چاہیے جس کے مقابل آنکھ واقع ہوتی ہے۔ پیچ کے ذریعہ پہلے آئینہ ا۱ کو اس طرح مرتب کرنا چاہیے کہ دائری شکل کے

تداخلی بند یا جھالریں پیدا ہوں۔ اس کے بعد آئینہ کو تختی ت کی طرف حرکت دی جاتی ہے۔ حتیٰ کہ تداخلی جھالریں غیر واضح ہونے لگتی ہیں۔ اس حالت میں پیمانہ پر کا نشان پڑھ لیا جاتا ہے۔ پھر آئینہ آہستہ آہستہ تختی ت سے دور ہٹایا جاتا ہے اور جھالروں کی تعداد گن لی جاتی ہے جو مرکز پر غائب ہو جاتی ہیں یہاں تک کہ پیچ تقریباً ایک کامل چکر میں گھوم جاتا ہے۔ اس حالت میں مکرر پیمانہ کا نشان پڑھ لیا جاتا ہے۔ اگر اس طرح ن جھالریں غائب ہو گئیں تو آئینہ بقدر فاصلہ $\frac{ن\ لہ}{۲}$ پیچھے ہٹایا گیا۔ پس اگر پیچ نے لا چکر کیے تو اس کی گھائی کی قیمت $= \frac{ن\ لہ}{۲\ لا}$

دُہرے طیفی خط کے اجزاء کا تفاوت طولِ موج معلوم کرنے کے لیے فرض کرو کہ خط کے اجزاء عہ اور بہ ہیں اور ان کے طولِ موج علی الترتیب $لہ_{عہ}$ اور $لہ_{بہ}$۔

فرض کرو کہ آلہ اس طرح مرتب کیا گیا ہے کہ اس سے تقریباً سیدھے بند پیدا ہوتے ہیں۔ اب سفید نور استعمال کرکے اس کے مرکزی بند کو چشمہ کے صلیبی تاروں پر لاؤ تاکہ تداخل پیما میں سے گزرنے والے نور کے دونوں راستے مساوی طول کے ہوں۔ پھر جب جھری دُہرے خط کے نور سے منور کی جائیگی تو اس کے دونوں جزو اپنے اپنے تداخلی بندوں کے نظام پیدا کرینگے۔ یہ دونوں نظام باہم منطبق ہو جائینگے جبکہ ان کے متعلقہ راستے مساوی ہونگے۔ اب اگر آئینہ ا کو بتدریج پیچھے ہٹا کر نور کے ایک راستہ کو دوسرے سے ذرا لمبا کر دیا جائے تو چھوٹے طول موج ($لہ_{عہ}$) والے جزو کے بند بہ نسبت دوسرے جزو کے بندوں کے باہم دیگر قریب تر ہونگے اور اس لیے تداخلی بندوں کے دونوں نظاموں میں تطابق باقی نہ رہیگا۔ اور بالآخر ایک نظام کا منور بند دوسرے نظام کے تاریک بند سے منطبق ہو جائیگا۔ اگر دُہرے خط کے اجزاء بالکل مساوی حدّتِ تنویر کے ہوں تو تداخلی بندوں کا ایک نظام دوسرے کو تلف کر دیگا۔ اس کے بعد اگر آئینہ ا کو اور پیچھے ہٹاتے جائیں تو نور کے

راستوں کا تفاوت اور زیادہ بڑھ جائیگا اور بند بتدریج دکھائی دینے لگینگے۔
جب نور کا ایک راستہ اِتنا بڑھ جائیگا کہ اس میں چھوٹے طولِ موج (لہ) والے جزو کی موجوں کی تعداد دوسرے جزو کی موجوں سے بقدر ایک بڑھ جائے تو بند پہلے کی طرح مکرر واضح نظر آنے لگینگے۔
اگر ان اعظم وضاحتوں کی وضعوں کے مابین آئینہ ا فاصلہ ط پیچھے ہٹایا گیا ہے تو

$$\frac{\text{٢ط}}{\text{لہ}} - \frac{\text{٢ط}}{\text{لہ}_{\text{ب}}} = ١$$

$$\text{پس}\quad \frac{\text{لہ}}{\text{لہ}_{\text{ب}}} = ١ - \frac{\text{لہ}}{\text{٢ط}}$$

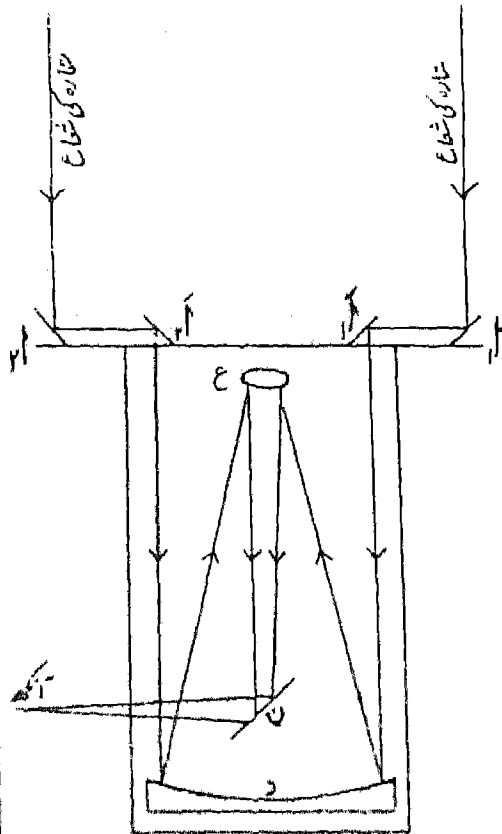
اگر لہ یا لہب پہلے سے معلوم ہو تو اس طرح دوسرا جزو بھی معلوم ہو جاتا ہے۔ تجربہ کے لیے سوڈیم یا پارے کے زرد دُہرے خط بہت موزوں ہیں۔
اس تداخل پیما سے خردہ پیما وغیرہ جیسے طول کے پیمائشی آلات کی بھی بخوبی تعبیر ہو سکتی ہے۔ ہیئتی طبیعیات میں مائکلسن والا تداخل پیما دُہرے ستاروں کی تحلیل اور عِلاقی (giant) ستاروں کے قطر کی پیمایش کے لیے نہایت کامیاب آلہ ثابت ہوا۔
انکسارِ نور کے باب میں دو جھریوں کے انکسار سے متعلق بحث کرتے ہوئے ہم نے بتایا ہے کہ اگر کسی ایک جھری کی چوڑائی ا ہو اور ان کا درمیانی فاصلہ ب تو پردہ پر پیدا ہونے والے انکساری نقشہ کے اعظم یا اقل تنویری بند جھری پر زاویہ $\frac{\text{لہ}}{\text{ا+ب}}$ بناتے ہیں۔ اگر ان دو جھریوں کو بجائے ایک مبدائے نور کے دو قریبی مبداؤں سے منور کیا جائے جن کے مابین بہت ہی قلیل زاویہ عہ ہو تو ایسی صورت میں جبکہ ایک مبدا سے پیدا ہونے والا اعظم تنویری بند دوسرے مبدا والے متصل اقل تنویری بند سے منطبق ہوتا ہے اِن دو مبداؤں کا درمیانی زاویہ

$$\text{عہ} = \frac{\text{لہ}}{\text{٢(ا+ب)}}$$

یعنی ط چوڑائی والی واحد مستطیل جھری کی تحلیلی طاقت ایسی دو جھریوں کی (جن کے مابین یہی فاصلہ ط واقع ہو) تحلیلی طاقت کی صرف آدھی ہوتی ہے۔

اس اصول کے لحاظ سے جس کی طرف سب سے پہلے متوفی لارڈ ریلے نے توجہ منعطف کرائی تھی اگر کسی دُوربین کے دہانہ والے عدسہ کے مرکزی حصّہ کو ڈھانپ کر غیر شفاف بنا دیا جائے اور محض عدسہ کے حاشیہ کے رقبوں میں سے نور کو گذرنے دیا جائے تو دُوربین کی تحلیلی طاقت میں اضافہ ہو جاتا ہے اگرچہ نور کی قلّت کی وجہ سے خیال کم منوّر ہوتا ہے۔ اس طریقہ سے جے۔ اے۔ اینڈرسن (J.A. Anderson) نے عیوق (Capella) کی دو ستاروں میں تحلیل کی اور دریافت کیا کہ اُن کے مابین زاویہ ۰۴۵ء۰ ثانیہ ہے۔ طیف نمائی طریقوں سے پہلے ہی سے معلوم ہو چکا تھا کہ عیوق ایک دُہرا ستارہ ہے۔

شکل ۸۳

اب ہم بتانا چاہتے ہیں کہ مائکلسن کے تداخل پیما کے ذریعہ ستاروں کا قطر کس طرح ناپا جاتا ہے۔ شکل ۸۳ میں ا۱ ا۲ اور اَ۱ اَ۲ چار مستوی آئینے ہیں جو دُوربین کے محور کی سمت کے ساتھ ۴۵° کا زاویہ بناتے ہیں۔ ا۱ ا۲ کی اوپر کی سطح مفضض ہے اور اَ۱ اَ۲ کی نیچے کی سطح مفضض ہے تاکہ ستارہ سے آنے والی شعاعیں ان سے منعکس ہو کر دُوربین میں

ہوتے ہوئے دہانہ کے مکافی آئینہ د پر واقع ہوں۔ وہاں سے منعکس ہوکر وہ بالآخر آنکھ میں داخل ہوتی ہیں جیسا کہ شکل میں تیروں کے ذریعہ بتایا گیا ہے۔ بیرونی آئینوں ا۱ اور ا۲ کا درمیانی فاصلہ حسب ضرورت بڑھایا گھٹایا جاتا ہے۔

۱۹۲۱ء میں اے۔ اے۔ مائکلسن اور ایف۔جی۔پیز (F.G. Pease) نے رصدگاہِ مونٹ ولسن (Mount Wilson) کی سو انچ سہوہ والی دُوربین کے ساتھ اس تداخل پیما کا استعمال کیا۔ جب آئینوں ا۱ اور ا۲ کا درمیانی فاصلہ ۱۲۱ انچ سے کمتر تھا تو جبار (Orion) کے سب سے بڑے ستارہ ابط الجوزاء (Betelgeuse) کے فوٹوگراف میں جھالریں پائی گئیں۔ یہ فاصلہ جب بڑھتے بڑھتے ۱۲۱ انچ (= ۳۰۶٫۵ سمر) ہوگیا تو جھالریں غائب ہوگئیں۔ ایسی صورت میں مندرجۂ بالا استدلال کے بموجب اور بلحاظ اس امر کے کہ ستارہ کی سطح کروی ہے اس کا زاویئ قطر

$$ع = ۱٫۲۲ \frac{ل}{ط}$$

[مبدائے نور کا خاکہ دائری شکل کا ہونے کی وجہ سے انحاری ضابطہ میں جزوِ ضربی ۱٫۲۲ کی ضرورت داعی ہوئی۔ جیسا کہ انکسارِ نور کے باب میں بیان کیا گیا ہے۔ درحقیقت جزوِ ضربی ۱٫۲۲ کے عوض ۱٫۴۳ زیادہ صحیح ہے اس لیے کہ آفتاب کی طرح ستاروں کے حاشیے بھی بقیہ سطح کی بہ نسبت کم منوّر نظر آتے ہیں]۔

اس ضابطہ میں ط سے مُراد تداخل پیما کے بیرونی آئینوں ا۱ اور ا۲ کا درمیانی فاصلہ ہے۔ ابط الجوزاء سُرخ رنگ کا ستارہ ہے۔ مندرجۂ بالا ضابطہ میں ل جو ستارہ کے نور کا مؤثر طولِ موج ہے ۵٫۷۵ × ۱۰^-۵ سمر کے مساوی ہے پس ع = ۰٫۰۴۷ ثانیہ اور چونکہ ہیئتی ذرائع سے اس کے اختلافِ منظر (Parallax) کی قیمت ۰٫۰۱۸ ثانیہ دریافت ہوچکی ہے اس لیے اس کا قطر بقدر ۲۴۰ × ۱۰^۶ میل برآمد ہوتا ہے

جو تقریباً مدارِ مریخ کے قطر کے برابر ہے - اسی لیے یہ ستارہ عملاق کہلاتا ہے -
مشاہدہ سے معلوم ہوا کہ اس کا قطر دوری طریقہ پر گھٹتا بڑھتا بھی ہے - جب
چھوٹا ہو جاتا ہے تو اس کے خیال کی جھالریں غائب نہیں ہوتیں تاوقتیکہ
تداخل پیما کے بیرونی آئینوں کا درمیانی فاصلہ ۱۴ فٹ تک نہ بڑھا دیا جائے -
قلبِ عقرب (Antares) کا قطر ابطالجوزا کے قطر سے بھی زائد ثابت ہوا -
۲۰ فٹ فصل والے تداخل پیما سے چھوٹے سے چھوٹا زاویئی قطر جو ناپا جاسکتا
ہے ۰ء۰۲۴ ثانیہ ہے -

چھٹا باب

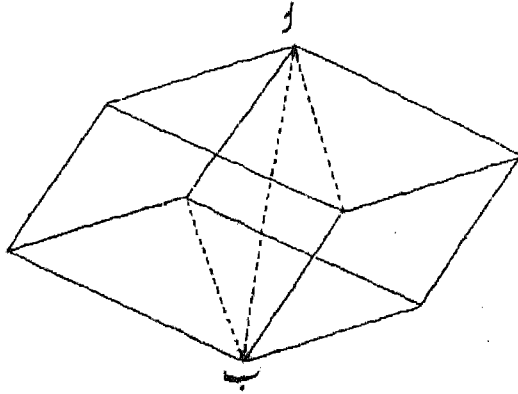
تقطیبِ نور

تداخل و انکسارِ نور کے مظاہر کی توجیہ کے لیے صرف اس قدر فرض کرنا کافی ہے کہ نور کی اشاعت موجی حرکت کے ذریعہ ہوتی ہے۔ آیا یہ موجیں طولی ہیں یا عرضی اس بحث میں پڑنے کی اب تک ضرورت پیدا نہیں ہوئی۔ واقعہ یہ ہے کہ خود ینگ (Young) اور ھویگنز (Huygens) جو موجی نظریۂ نور کے بڑے زبردست حامی تھے خیال کرتے تھے کہ یہ موجی حرکت طولی ہے یعنے (آواز کی طرح) واسطہ کے "ذرّات" کی دوری حرکت نور کی اشاعت کی سمت میں واقع ہوتی ہے۔ ہم بتائینگے کہ یہ تصور کیوں غلط ثابت ہوا۔

۱۶۶۹ء میں ڈینش فیلسوف ایریزمس بارٹولینس (Erasmus Bartholinus) نے انکشاف کیا کہ کیلسائٹ (Calcite) کی قلم میں سے جب کوئی شعاعِ نور گزرتی ہے تو اس سے دو منعطف شعاعیں پیدا ہوتی ہیں۔ اس وجہ سے ایسے انعطاف کے لیے دُھرا یا دُئیلا انعطاف نام تجویز ہوا۔ تھوڑے ہی عرصہ کے بعد معلوم ہوا کہ دُئیلے انعطاف سے جو شعاعیں پیدا ہوتی ہیں بعض خصوصیات میں ایک دوسری کی ضد ہوتی ہیں۔ ان امور کی تجربی تحقیق کے لیے کیلسائٹ کی قلمی ساخت کا جاننا ضروری ہے اس لیے ہم اس کے ہندسہ سے متعلق چند باتیں بیان کرینگے۔

کیلسائٹ یا آئس لینڈ اسپار کی قلمی شکل رومبوھیڈرون

کی سی ہوتی ہے یعنے وہ چھ متوازی الاضلاع سطحوں سے (rhombohedron) محدود ہوتا ہے جس کے زاویے علی الترتیب ١٠١° ٥٣′ (تقریباً ١٠٢°) اور ٧٨° ٧′ (تقریباً ٧٨°) ہوتے ہیں۔ اس کے دو مجسم زاویے ا اور ب (دیکھو شکل ٨٤) جو باہمدیگر قطراً مقابل ہوتے ہیں تین منفرجہ زاویوں کے ملنے سے بنتے ہیں اور باقی ماندہ چار مجسم زاویے ایک منفرجہ اور دو حادّہ زاویوں کے فراہم ہونے سے۔ انشقاق کی وجہ سے کیلسائٹ کی قلم ہمیشہ اسی نوعیت کی مجسم شکل اختیار کرتی ہے۔

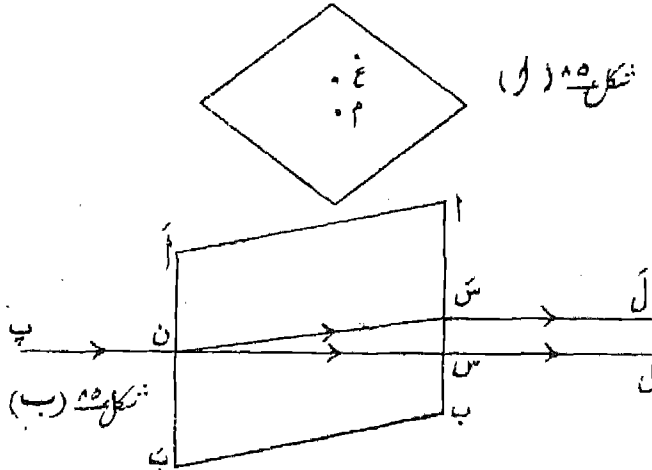
شکل ٨٤

قلم کے تمام (بارہ) کنارے جب مساوی طول کے ہوتے ہیں تو ا اور ب مجسم زاویوں کو ملانے والا خط ان کی متعلقہ منفرجہ سطحوں کے ساتھ مساوی زاویے بناتا ہے اور قلم کا محور کہلاتا ہے۔ اگر کنارے مساوی نہ ہوں تو ا اور ب پر کے مجسم زاویوں کی سطحوں کے ساتھ مساوی زاویے بنانے والی سمت قلم کے محور کی سمت کہلاتی ہے۔ قلم کے اندر اس سمت میں جتنے بھی متوازی خطوط کھینچے جائیں بطور اختصار مناظری محور کہلاتے ہیں۔ سردست ہم صرف ان مستویوں کو جو قلم کے دو متوازی پہلوؤں کے علی القوائم اور مناظری محور میں سے گزرتا ہو اس کی صدر تراش کے نام سے مخاطب کرینگے۔ اسی طرح کیلسائٹ کے

رومب (rhomb) کے ہر ایک نقطہ کی تین صدر تراشیں ہونگی۔ واضح ہے کہ ہر صدر تراش کی وضع قلم کے متعلقہ پہلوؤں کے چھوٹے وتر کے متوازی ہوگی۔

اب فرض کرو کہ دور ایک پردہ میں سوراخ کرکے اس کو تیز حدت کے مبداء نور سے منور کیا جاتا ہے اور اس سے نور کی جو پنسل نکلتی ہے آئس لینڈ اسپار کی ایک قلم پہ سطح کے علی القوائم واقع ہوتی ہے۔ سہولت کی خاطر قلم کی سطح کے چاروں ضلعے مساوی (شکل معین) بتائے گئے ہیں۔ دیکھو شکل ۸۵ (ا)۔ قلم کی مقابل سطح میں سے دو متوازی پنسلیں خارج ہوتی ہوئی نظر آئینگی۔ م معمولی شعاعوں سے متعلق ہوگی اور غ غیر معمولی شعاعوں سے۔

متوازی الاضلاع ا ب بَ اَ (شکل ۸۵ ب) قلم کی صدر تراش کو تعبیر کرتا ہے۔ پنسل پ ن قلم کی سطح پر علی القوائم واقع ہوتی ہے اور جب

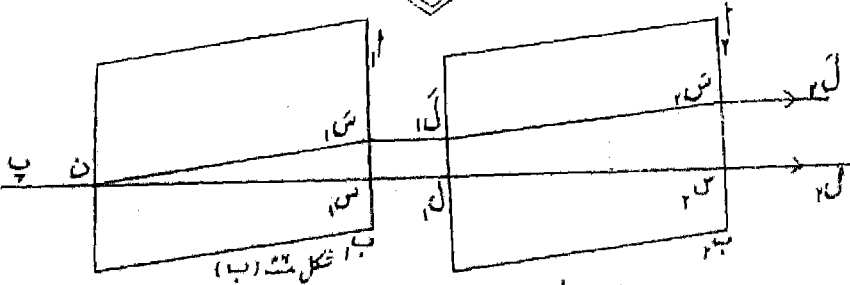
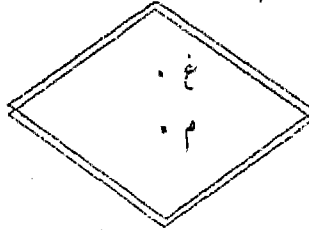
شکل ۸۵ (ا)

شکل ۸۵ (ب)

اس کی صدر تراش میں سے گزرتی ہے تو دو پنسلوں میں تقسیم ہو جاتی ہے۔ ایک معمولی اور دوسری غیر معمولی۔ ابتدائی پنسل کا زاویۂ وقوع قائم ہونے کی وجہ سے اول الذکر قلم میں سے براہ ن س ل بلا انصراف گزر جاتی ہے اور آخر الذکر ن سَ کی سمت میں منعطف ہو کر براہ سَ لَ اپنی سابقہ سمت کے متوازی خارج ہوتی ہے۔ پس ظاہر ہے کہ اس دُہیلے انعطاف میں ایک پنسل معینہ قواعدِ انعطاف کی پابند ہوتی ہے اور اس لیے معمولی پنسل کہلاتی ہے۔ دوسری پنسل ان قواعد کی پابند

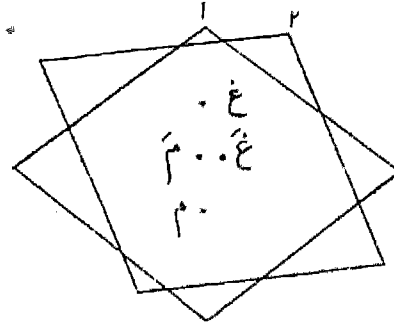
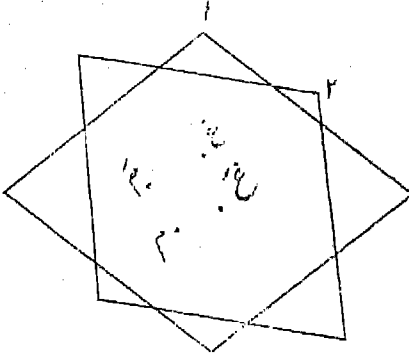
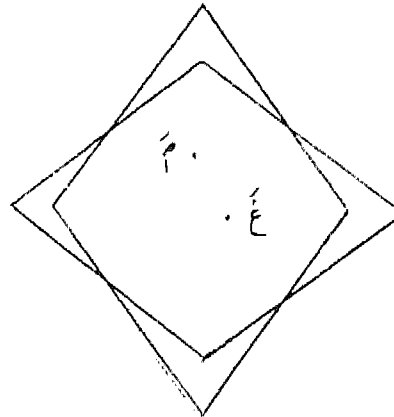
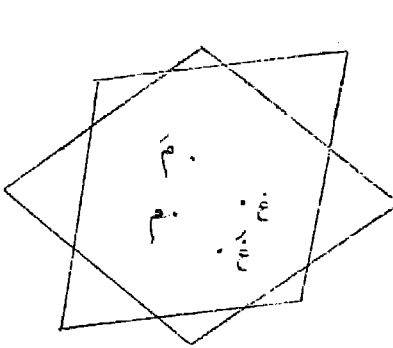
نہیں ہوتی ہے اور اس لیے غیر معمولی کہلاتی ہے۔

اگر متذکرہ بالا قلم کے پیچھے (نور کی پنسل کے راستہ میں) اس کے مساوی ایک دوسری قلم بعینہٖ اس کے مماثل وضع میں رکھ دی جائے۔ ملاحظہ ہو شکل ۸۶ (ا) تو پہلے کی طرح اب بھی دو ہی خیال م اور غ دکھائی دینگے۔ ان کو ملانے والا خط سطح کے چھوٹے وتر کا متوازی ہوگا لیکن ان کے مابین اب دوچند فاصلہ ہوگا گویا پنسل دوچند موٹائی کی ایک قلم میں سے منعطف ہوئی۔ شکل (۸۶ ب) میں اس کی کافی توضیح کی گئی ہے۔ ا۱ ب۱ اور ا۲ ب۲ دونوں قلموں کی صدر تراشیں ہیں۔

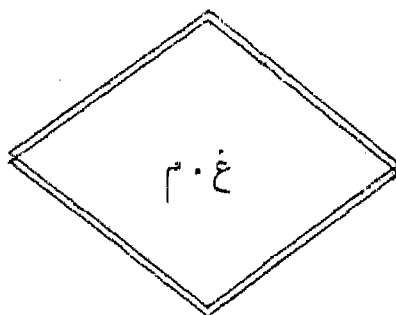
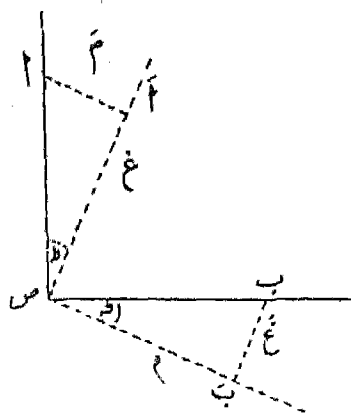
شکل ۸۶ (ا)

شکل ۸۶ (ب)

پنسل پ ن پہلی قلم کی سطح پر علی القوائم واقع ہوتی ہے تو معمولی اور غیر معمولی پنسلوں میں تقسیم ہوتی ہے۔ معمولی پنسل ن س۱ ل۱ بلا انصراف چلی جاتی ہے اور غیر معمولی پنسل ن سَ۱ لَ۱ منصرف ہو کر گزرتی ہے قلم کے باہر اس کی سمت سَ۱ لَ۱ معمولی پنسل کی سمت کے متوازی ہے۔ جب یہ پنسلیں دوسری قلم پر واقع ہوتی ہیں تو معمولی پنسل ل۱ س۲ ل۲ بلا انصراف سطح کے علی القوائم چلی جاتی ہے اور غیر معمولی پنسل لَ۱ سَ۲ لَ۲ قلم کے اندر منصرف ہوتی ہے لیکن باہر نکلتے وقت ابتدائی راہ کے متوازی ہو جاتی ہے۔ س۲ ل۲ اور سَ۲ لَ۲ کا درمیانی فصل س۱ ل۱ اور سَ۱ لَ۱ کے درمیانی فصل کا دوچند ہے۔ پہلی قلم کو ثابت رکھ کر اس کے پیچھے کی قلم کو (یعنی آنکھ سے نزدیک تر قلم کو) خفیف سا غیر منصرف پنسل کے گرد موافق سمت ساعت

گھماؤ۔ دیکھو شکل ۸۶۔ تو دو کے بجائے اب چار خیال دکھائی دینگے۔ خیال م تو منصرف نہ ہوگا لیکن خیال غ ذرا سا سید سے بازو ہٹ جائیگا۔ م اور غ دونوں خفیف سے مدھم

شکل ۸۷ شکل ۸۸

پڑجائینگے اور ان کے مابین دو نئے مدھم خیال (مَ اور غَ) نظر آنے لگینگے۔ ان کو ملانے والے خطوط سے ایک متوازی الاضلاع م مَ غ غَ پیدا ہوگا جس کے ضلعے قلموں کی صدر تراشوں کے متوازی ہونگے۔ شکل ۸۸ میں قلم نمبر ۲ اتنی گھمائی گئی ہے کہ اس کے اور قلم نمبر ۱ کے صدر مستویوں کے مابین پورے ۴۵° کا زاویہ ہے۔ اس وضع میں چاروں خیال مساوی روشن نظر آتے ہیں۔

شکل ۸۹ شکل ۹۰

نمبر ۲ قلم کو مزید گھمانے سے م اور غ خیال زیادہ مدھم ہو جاتے ہیں اور مَ اور غَ خیال زیادہ واضح نظر آتے ہیں۔ اور جب ان قلموں کے صدر مستویوں کے درمیان ۹۰° زاویہ واقع ہوتا ہے تو م اور غ خیال بالکلیہ غائب ہو جاتے ہیں۔ دیکھو شکل ۸۹۔

شکل ۹۲

شکل ۹۱

جب یہ زاویہ ۹۰° سے بھی زیادہ بڑھ جاتا ہے تو م اور غ خیال دوبارہ دکھائی دینے لگتے ہیں اور مَ اور غَ خیالوں کی حدت گھٹتی جاتی ہے۔ اور جب یہ زاویہ ۱۳۵° ہو جاتا ہے تو چاروں خیال پھر سے مساوی روشن دکھائی دیتے ہیں۔ ملاحظہ ہو شکل ۹۰۔ نمبر ۲ قلم کو مزید گھما کر درمیانی زاویہ جب پورے ۱۸۰° بنا دیا جاتا ہے تو دونوں قلموں کے صدر مستوی مکرر باہمدیگر متوازی ہوتے ہیں۔ مَ اور غَ خیال غائب ہو جاتے ہیں اور م اور غ خیال اپنی سابقہ حدت اختیار کر لیتے ہیں۔ لیکن باہمدیگر منطبق بھی ہو جاتے ہیں جیسا کہ شکل ۹۱ میں بنایا گیا ہے۔

ان شکلوں کے مطالعہ سے واضح ہوگا کہ پہلی قلم کے معمولی خیال کی شعاعیں دوسری قلم میں سے گزر کر ایک معمولی خیال م پیدا کرتی ہیں اور ایک غیر معمولی غَ اسی طرح اول الذکر یعنے پہلی قلم کے غیر معمولی خیال کی شعاعیں دوسری قلم میں سے گزر کر معمولی خیال مَ اور غیر معمولی خیال غ پیدا کرتی ہیں۔

قلموں کے صدر مستویوں کے درمیانی زاویہ کے بدلنے سے چونکہ خیالوں کی تعداد

اور ان کی حدت میں تبدیلیاں واقع ہوتی ہیں اس لیے واضح ہے کہ نور کی پنسل جب ایسی قلموں میں سے گزرتی ہے تو اس میں ایک طرح کی نئی کیفیت پیدا ہوتی ہے۔اسی کو تقطیب نور کہتے ہیں۔

تقطیب کا لفظ اس لیے استعمال ہوتا ہے کہ نور کی پنسلوں میں ایک قسم کی وضعداری مشاہدہ ہوتی ہے جو قلموں کے صدر مستویوں کے ساتھ وابستہ ہے۔ان مشاہدات کی توجیہ میں ینگ اور ھوئیگنس کامیاب نہ ہو سکے۔اس لیے کہ ان کا یہ خیال تھا کہ نور کی اشاعت آواز کی طرح طولی موجوں کے ذریعہ ہوتی ہے۔

فرینیل (Fresnel) نے نور کی موجوں کو عرضی تصور کر کے متذکرہ بالا مشاہدات کی پوری توجیہ کی۔جیسا کہ شکل ۹۲ کے مطالعہ سے واضح ہوگا۔پہلے چند اصطلاحات کی تفہیم ضروری ہے۔معمولی خیال (اور اس کی متعلقہ پنسل) کی نسبت کہا جاتا ہے کہ وہ قلم کے صدر مستوی میں مقطب ہے اور غیر معمولی خیال (اور اس کی متعلقہ پنسل) کا جب ذکر آتا ہے تو کہتے ہیں کہ وہ قلم کے صدر مستوی کے علی القوائم مستوی میں مقطب ہے۔ یہ اصطلاحیں جب اختراع ہوئیں تو ان کا مقصود ابتداً صرف اسی قدر تھا کہ معمولی اور غیر معمولی پنسلوں کے ارتعاشوں کو جو اشاعتِ نور کی سمت کے علی القوائم ہیں باہمدگر علی القوائم مانا جائے۔جب تقطیب نور کے مسائل میں زیادہ صراحت کی ضرورت محسوس ہوئی تو فرینیل نے فرض کیا کہ معمولی پنسل میں (جو قلم کے صدر مستوی میں مقطب سمجھی جاتی ہے) اثیر (Ether) کا ارتعاش اس صدر مستوی کے علی القوائم ہوتا ہے اور غیر معمولی پنسل میں ارتعاش خود صدر مستوی میں ہوتا ہے۔ میک کلہ (Mac Cullagh) کا مفروضہ اس کے بالکل برعکس تھا اور ایک عرصہ تک یہ اختلاف جاری رہا۔لیکن بعض قطعی تجربوں کے ذریعہ ثابت ہوگیا کہ فرینیل کا مفروضہ صحیح ہے ہم آگے چل کر ان امور پر بحث کریں گے۔سردست فرینیل کے مفروضہ کو تسلیم کر کے فرض کرتے ہیں کہ معمولی پنسل جب پہلی قلم سے نکلتی ہے تو اس میں ارتعاش کی سمت صدر مستوی ص ا (شکل ۹۲) کے علی القوائم ہوتی ہے۔اس کے حیطۂ ارتعاش کو اگر ص ب سے تعبیر کیا جائے تو غیر معمولی پنسل کا حیطۂ ارتعاش ص ا ہوگا جو ص ب کے مساوی اور اس کے علی القوائم ہے۔

دوسری قلم جب خفیف سی گھمائی جاتی ہے جس کی وجہ سے ان کے صدر مستویوں کے درمیان زاویہ ط واقع ہوتا ہے تو ارتعاش ص ب کی ص بَ اور بَ ب ارتعاشوں میں تحلیل ہوتی ہے جو باہم دگر علی القوائم ہیں۔ ص بَ یعنے ص ب جم ط قلم نمبر ۲ کے صدر مستوی کے علی القوائم ہے اور اس لیے قلموں کی موجودہ وضعوں میں خیال مَ کے حیطۂ ارتعاش کی تعبیر کرتا ہے۔ بَ ب یعنے ص ب جب ط قلم نمبر ۲ کے صدر مستوی کے متوازی ہے اور اس لیے خیال غَ کے حیطۂ ارتعاش کی تعبیر کرتا ہے اسی طرح ارتعاش ص ا کی ص اَ یعنی ص ا جم ط اور اَ ا یعنے ص ا جب ط ارتعاشوں میں تحلیل ہوتی ہے۔ اول الذکر قلم نمبر ۲ کے صدر مستوی کے متوازی ہے اس لیے خیال غ کے حیطۂ ارتعاش کی اس سے تعبیر ہوتی ہے۔ ثانی الذکر اس مستوی کے علی القوائم ہے اس لیے خیال مَ کے حیطۂ ارتعاش کو تعبیر کرتا ہے۔

چونکہ ص ب اور ص ا مساوی حیطے ہیں اس لیے ان کے عوض ایک ہی علامت حہ لکھی جاسکتی ہے اور اس طرح م اور غ خیالوں کی حدتیں باہم دگر مساوی اور حہ^2 جم^2 ط ہوتی ہیں۔ قلمیں جس وقت علی القوائم ہوتی ہیں یعنے ان کے صدر مستویوں کا درمیانی زاویہ ط ۹۰° ہوتا ہے تو یہ خیال غائب ہوجاتے ہیں (اس لیے کہ جم ط = صفر) ایسا ہی مَ اور غَ خیالوں کی حدتیں مساوی اور حہ^2 جب^2 ط سے تعبیر ہوتی ہیں۔ قلمیں جب متوازی ہوتی ہیں یعنے ان کے صدر مستویوں کا درمیانی زاویہ صفر یا ۱۸۰° ہوتا ہے تو خیال مَ اور غَ غائب ہوجاتے ہیں۔

فرینیل اور آریگو (Arago) نے منقطب نور کی پنسلوں کے تداخل پر متعدد تجربے کیے اور ان کے نتائج ہی کی بنا پر رائے قائم کی کہ نور کی موجیں اشاعت کی سمت کے علی القوائم ہوتی ہیں۔ جب نور مستوی منقطب ہوتا ہے تو یہ موجیں صرف ایک ہی مستوی میں (جو سمت اشاعت کے علی القوائم ہوتی ہے) محدود رہتی ہیں۔ دُہرے انعطاف سے جب تقطیب پیدا ہوتی ہے تو معمولی اور غیر معمولی پنسلوں میں ارتعاش کی سمتیں باہمدیگر علی القوائم ہوتی ہیں۔ ان تجربی نتائج کی اہمیت کی وجہ سے ہم ان کو ذیل میں مختصراً درج کیے دیتے ہیں:۔

(۱) جن حالات کے تحت نور کی معمولی پنسلوں میں تداخل واقع ہوتا ہے ان حالات میں

دو علی القوائم مقطب پنسلوں میں تداخل نہیں ہوتا۔

(ب) ایک ہی مبدار سے نکلی ہوئی اور ایک ہی مستوی میں مقطب دو پنسلوں کے درمیان نور کی معمولی دو پنسلوں کی طرح تداخل ہوتا ہے۔

(ج) نور کی دو علی القوائم مقطب پنسلیں جب تقطیب کے ایک ہی مستوی میں لائی جاتی ہیں تو معمولی نور کی طرح ان میں تداخل واقع ہوتا ہے بشرطیکہ وہ ابتدائً مقطب نور کی ایک ہی پنسل سے نکلی ہوں۔

چونکہ کیلسائیٹ کی قلم میں سے نور کے گزرنے سے معمولی اور غیر معمولی جو دو خیال پیدا ہوتے ہیں ہمیشہ مساوی روشن ہوتے ہیں اس لیے واضح ہے کہ قلم میں داخل ہونے سے پہلے نور میں کسی قسم کی جانب داری نہیں ہوتی ہے یعنی طبیعی نور جس میں کسی قسم کی تقطیب مشاہدہ نہیں ہوتی ہے جب کیلسائیٹ وغیرہ میں سے گزرتا ہے تو دو مستوی مقطب حصوں میں منقسم ہو جاتا ہے جن کی تقطیب کے مستوی باہمدیگر علی القوائم ہوتے ہیں۔ اس لیے طبعی نور کی نسبت ہم تصور کرسکتے ہیں کہ وہ دراصل ایک ایسا مستوی مقطب نور ہے جس کی تقطیب کے مستوی کی سمت اچانک اور انتہائی بے قاعدگی کے ساتھ جلد جلد بدلتی جاتی ہے۔ یہ تبدیلی ایک ثانیہ میں اتنے مرتبہ واقع ہوتی ہے کہ کثرتِ تعدد کی وجہ سے نور کا کسی خاص سمتِ تقطیب کے ساتھ لگاؤ نہیں پایا جاتا۔ اسی وجہ سے دُہیلا انعطاف پیدا کرنے والی قلم میں سے گزرنے کے بعد معمولی اور غیر معمولی خیالوں کی حدّتِ تنویر مساوی ہوتی ہے۔ اگر سمت کی اس تبدیلی کا تعدّد کم ہوتا مثلاً چار یا پانچ ثانیوں میں ایک مرتبہ تبدیلی ہوتی تو وہ خیال روشن تر دکھائی دیتا جس کی تقطیب کا مستوی واقع نور کی تقطیب کے مستوی کے ساتھ کمتر زاویہ بناتا۔ معہذا جب کبھی واقع نور کی تقطیب کا مستوی تبدیل ہوتا تو معمولی اور غیر معمولی خیالوں کی حدّتوں میں بھی تغیر مشاہدہ ہوتا۔ لیکن کثرتِ تعدد کی صورت میں حدّتیں مساوی رہتی ہیں اور اس لیے طبعی یا غیر مقطب نور کی ماہیت کے متعلق یہی تصور مناسب ہے۔

انعکاس کے ذریعہ مستوی مقطب نور کی پیدائش۔

انیسویں صدی کے اوائل میں پیرس کی اکیڈیمی (Paris Academy) نے انعام مقرر کر کے نور کے دُہیلے انعطاف کی توجیہ کے لیے ریاضی کا نظریہ طلب کیا تو مالوس (Malus) نامی ایک فرانسیسی افسر جو مصر کی مہم سے پیرس کو نیا نیا واپس ہوا تھا اس نظریہ کی تلاش میں مصروف تھا کہ اتفاقاً ۱۸۰۸ء میں ایک دن شام کو اس کی نظر آفتاب کے خیال پر پڑی جو قصر لکسمبورگ (Luxembourg Palace) کی ایک کھڑکی کے آئینہ میں شعاعوں کے انعکاس سے پیدا ہوا تھا۔ مالوس نے اس خیال کا کیلسائیٹ کی قلم میں سے مطالعہ کیا تو اس کو قلم کی بعض وضعوں میں بجائے دو خیالوں کے صرف ایک ہی خیال دکھائی دیا۔ قلم کو بتدریج گھمانے سے کبھی معمولی خیال غائب ہو جاتا تھا اور کبھی غیر معمولی خیال۔ اتنے میں آفتاب غروب ہو گیا اور مالوس نے پانی اور شیشہ وغیرہ جیسی شفاف اشیاء کی سطح پر سے موم بتی کے شعلہ کی شعاعوں کو منعکس کرا کر کیلسائیٹ کے ذریعہ نور کا امتحان کیا تو معلوم ہوا کہ شعاعیں جب ایک خاص زاویہ پر واقع ہوتی ہیں تو ان کا نور مستوی مقطب ہوتا ہے۔

بعد کی تحقیقاتوں سے معلوم ہوا کہ اس طرح خاص زاویوں پر جو پنسل منعکس ہوتی ہے بالکلیہ مقطب نہیں ہوتی ہے کچھ حصہ غیر مقطب رہ جاتا ہے۔ علی الخصوص جبکہ انعکاس پیدا کرنے والی شے کا انعطاف نما بہت بڑا ہوتا ہے۔ اس خاص زاویہ کو مقطب زاویہ کہتے ہیں۔ کامل تقطیب نہ ہونے کی یہ وجہ ہے کہ انعکاس انگیز سطح پر اس کو مجلّٰی بنانے میں یا موسمی اثرات سے یا گرد و غبار کے جم جانے سے ایک کمتر انعطاف نما والی تہ تیار ہو جاتی ہے۔

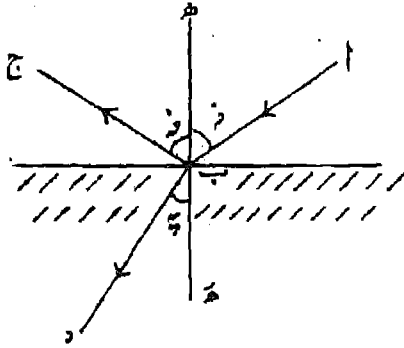
مالوس کے اکتشاف کے چند ہی سال بعد بروسٹر (Brewster) نے دریافت کیا کہ شفاف مادّے کی سطح پر سے مقطب زاویہ پر نور کی پنسل جب منعکس ہوتی ہے تو مقطب زاویہ کا ماس انعکاس و انعطاف پیدا کرنے والے مادّے کے انعطاف نما کے مساوی ہوتا ہے۔ اس کلیہ کو بروسٹر کا کلیہ کہتے ہیں۔

اس سے یہ نتیجہ برآمد ہوتا ہے کہ ایسی صورت میں منعکس اور منعطف شعاعیں باہمدیگر علی القوائم ہوتی ہیں۔ اس لیے کہ اگر مقطب زاویہ

ہو اور پہ زاویۂ انعطاف

تو $\frac{\text{جب فہ}}{\text{جب پہ}}$ = مر جس میں مر = انعطاف نما

اور بروسٹر کے کلیہ سے مس فہ = $\frac{\text{جب فہ}}{\text{جم فہ}}$ = مر

پس جب پہ = جم فہ یعنے فہ + پہ = $\frac{\pi}{2}$ (ملاحظہ ہو شکل ۹۳)

شکل ۹۳

جو پنسل اس طرح منعطف ہوتی ہے اس کا امتحان کرنے سے معلوم ہوتا ہے کہ اُس کا بھی کچھ جزو مُتقطِب ہوتا ہے لیکن بہت ہی کم جزو۔ اور اُس کی تقطیب کا مستوی منعکس پنسل کی تقطیب کے مستوی کے علی القوائم ہوتا ہے۔ اگر انعطاف بجائے ایک ہوئی تختی میں ہونے کے پتلی پرتوں کے ایک تہ بر تہ رکھے ہوئے مجموعہ میں ہو تو منعطف پنسل تقریباً پوری کی پوری مُتقطِب پائی جائیگی۔ ایسی تقطیب کو سادہ انعطاف کی تقطیب کہتے ہیں۔

مستوی انعطاف سے متعلق تجربے کرنے کے لیے سب سے پہلے اس بات کی ضرورت محسوس ہوتی ہے کہ ایک ہی مستوی میں منقلب نور کی پنسل حاصل

کی جائے۔ انعکاس سے جو تقطیب پیدا ہوتی ہے ایک ہی مستوی میں ہوتی ہے اور اس لیے اس کو تجربہ میں استعمال کر سکتے ہیں۔ لیکن اس میں یہ دقت ہے کہ ہر مقطب پنسل کے لیے شیشہ کی ایک تختی کو ایک خاص زاویہ میں گھما کر کھڑا کرنا پڑتا ہے جس کی وجہ سے پیمایش میں چنداں باریکی نہیں حاصل ہو سکتی۔ ڈبلے انعطاف سے جو مقطب پنسلیں پیدا ہوتی ہیں ان کو ایک دوسری سے علحدہ کرنے کے لیے خاص خاص طریقے اختیار کرنے پڑتے ہیں یعنے ایک مقطب پنسل کو محفوظ رکھ کر دوسری کو جذب کر دینا پڑتا ہے جیسا کہ نیکول کے منشور کے بیان میں آگے چل کر بتایا جائیگا۔ حسن اتفاق سے ٹرملین (tourmaline) ایک ایسا ڈبلے انعطاف والا دھاتی ہے جس کی بعض رنگین قسمیں اگر اس کے محور کے متوازی تراشی جائیں تو معمولی خیال والی پنسل کو بالکلیہ جذب کر لیتی ہیں اور اس طرح صرف غیر معمولی خیال والی پنسل خارج ہوتی ہے۔ ایسی تراشی ہوئی تختیوں کو حلقوں میں بٹھا کر ایک دوسری کے متوازی ترتیب دے سکتے ہیں۔ حلقے اپنے مستوی میں حسب ضرورت گھمائے جا سکتے ہیں جس کی وجہ سے قلموں کے محوروں کے مابین حسب دلخواہ زاویہ پیدا کیا جا سکتا ہے۔

سر دست ہم کیلسائیٹ کے ڈبلے انعطاف پر مزید بحث کرینگے اور ہویگنز (Huygens) کے ناصیۂ موج کے طریقہ سے بتائینگے کہ یہ قلمیں جب باعتبار محور خاص خاص وضعوں میں تراشی جاتی ہیں تو ان میں کس طرح نور کی اشاعت ہوتی ہے۔ پہلے صدر مستوی کے مفہوم کو مزید عمومیت دی جاتی ہے۔ اس کی ضرورت نہیں کہ وہ قلم کے مناظری محور میں سے گزرنے والے اور انشقاق سے پیدا ہونے والی کسی سطح کے علی القوائم مستوی میں واقع ہو بہر وہ مستوی جو مناظری محور میں سے گزرتا ہو اور قلم کو کاٹ کر جو کوئی بھی مستوی سطح تیار کی جا سکتی ہو اس کے علی القوائم ہو صدر مستوی کہلایا جا سکتا ہے۔

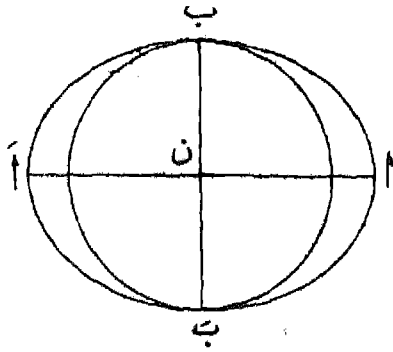
جب ایسے صدر مستوی میں قلم کی کسی تراشی ہوئی سطح پر نور کی شعاع واقع ہوتی ہے اور اس شعاع کے وقوع کا زاویہ یکے بعد دیگرے مختلف قیمتیں اختیار کرتا ہے تو معلوم ہوگا کہ عموماً دو منعطف شعاعیں پیدا ہونگی۔

ایک معمولی شعاع ہوگی جو معمولی انعطاف کے دونوں کُلیوں کے تابع ہوگی یعنے وہ صدرِ مستوی میں ہوگی اور اس کے لیے زاویۂ وقوع اور زاویۂ انعطاف کی جیبوں میں نسبت (مم) مستقل ہوگی جو سوڈیئم کے نور کے لیے ۱٫۶۵۸۴ کے مساوی ہے ۔ دوسری یعنے غیر معمولی شعاع صدرِ مستوی میں تو ہوگی لیکن زاویۂ وقوع کی تبدیلی کے ساتھ اس زاویہ اور اس کے متعلقہ زاویۂ انعطاف کی جیبوں میں نسبت مستقل نہیں ہوگی ۔

چنانچہ ھیگنز نے تجربہ کے ذریعہ بتایا کہ اگر کیلسائیٹ کی قلم کے اندر اس کے کسی ایک صدرِ مستوی میں کسی نقطۂ ن سے (شکل ۹۴) تمام سمتوں میں معمولی شعاعیں کھینچی جائیں تو ان سب شعاعوں کے سرے ایک دائرہ کے محیط پر ہونگے یعنے ناصیۂ موج دائرہ ہوگا اور اگر اُسی نقطہ سے اسی مستوی کے اندر تمام سمتوں میں غیر معمولی شعاعیں کھینچی جائیں تو ان کے سرے ایک قطعِ ناقص کے محیط پر ہونگے ۔ ناقص کا محورِ اقل دائرہ کے قطر کے ساتھ قلم کے مناظری محور کی سمت میں منطبق ہوگا اس لیے کہ اس سمت میں غیر معمولی شعاع کی رفتارِ اقل اور معمولی شعاع کی رفتار کے مساوی ہوتی ہے اور اس کے علی القوائم یعنے ناقص کے محورِ اعظم کی سمت میں غیر معمولی شعاع کی رفتارِ اعظم ہوتی ہے ۔ ناقص کا نیم قطر سمتی اس سمت میں غیر معمولی شعاع کی رفتار کے متناسب ہوتا ہے ۔ پس اس قلم کے صدرِ مستوی کے اندر غیر معمولی ناصیۂ موج قطعِ ناقص ہوتا ہے جو معمولی ناصیۂ موج کے دائرہ کو مناظری محور ب ب کی سمت میں چھوتا ہے اور جس کا نصف محورِ اقل دائرہ کا نصف قطر ہوتا ہے ۔ ناقص کے نصف محورِ اعظم اور نصف محورِ اقل میں نسبت قلم کے غیر معمولی انعطاف نما اور معمولی انعطاف نما کی نسبت کے مساوی ہوتی ہے

یعنے $\frac{\text{ا ن}}{\text{ب ن}} = \frac{\text{مم}}{\text{مغ}}$ جس میں مغ بھی مستقل ہے اور سوڈیئم کے نور کے لیے اس کی قیمت ۱٫۴۸۶۴ ہے ۔

مناظری محور ب ب میں سے گزرنے والے تمام مستویوں کے لیے

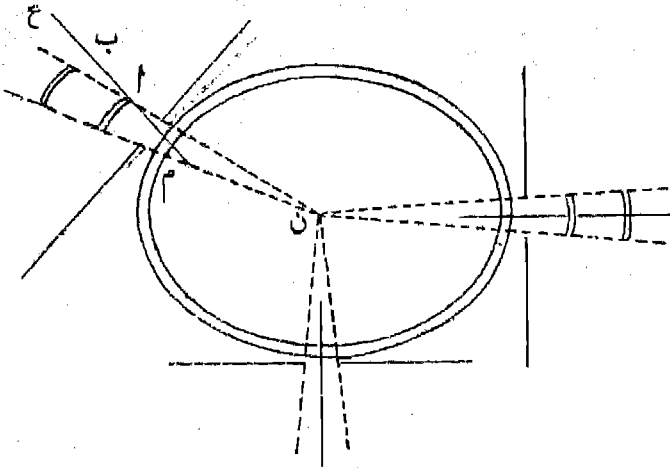
شکل ۹۴ معمولی اور غیر معمولی ناصیۂ موج کی تعبیر کرتی ہے۔ شکلِ مذکور کو اگر

شکل ۹۴

محور ب بَ کے گرد گھمایا جائے تو ناقص اور دائرہ علی الترتیب چپٹا کرہ نما (Oblate spheroid) اور کرہ تکوین کرینگے۔

پس آئس لینڈ اسپار (کیلسائیٹ) کی قلم کے اندر اگر کسی نقطہ سے بلارو ک نور کی اشاعت ہوتی ہے تو اس کا ناصیۂ موج دوہرا ہوتا ہے ایک کروی اور دوسرا چپٹا کرہ نما۔ جو کروی ناصیۂ موج کو اپنے محورِ اقل کے سروں پر مس کرتا ہے اور یہ محور قلم کا مناظری محور ہوتا ہے۔

غیر معمولی خیال سے متعلق موج کی رفتار اور شعاع کی رفتار میں امتیاز

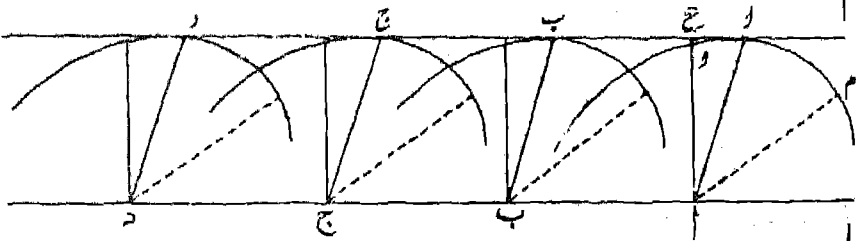
شکل ۹۵ میں نقطہ ن سے پھیلنے والا ایک کرہ نما ناصیۂ موج بتایا گیا ہے۔ بیرونی قطع ناقص اندرونی قطع کی دوسری وضع ہے جو تھوڑے سے وقفہ کے بعد صورت پذیر ہوتی ہے۔ واضح ہے کہ شکل ایک کرہ نما خول کو تعبیر کرتی ہے جو نور کی اشاعت کے ساتھ موٹا ہوتا جاتا ہے شعاعیں جو

نقطہ ن سے نکل کر ناصیۂ موج کے ساتھ آگے کو بڑھتی ہیں عموماً ناصیۂ موج کے

شکل ۹۵

علی القوائم نہیں ہوتی ہیں۔ صرف محورِ اعظم اور محورِ اقل کے سروں پر مجسم شکل کے نیم قطر سمتی سطح کے علی القوائم ہوتے ہیں۔ چنانچہ نقطہ م پر جو محوروں سے ہٹ کر واقع ہے اگر ایک سوراخدار پردہ (جس کا مستوی ناصیۂ موج کی سطح کو مس کرتا ہے) رکھ دیا جائے تو سوراخ کے اندر سے نور کے ناصیۂ موج کا صرف ایک ٹکڑا آگے کو گزریگا۔ ا اور ب اس کی دو وضعیں ہیں جو وہ یکے بعد دیگرے اختیار کرتا ہے۔ م ع سطح پر کے عمود کی سمت ہے جس سے ظاہر ہے کہ ناصیۂ موج اس عمود کی سمت میں نہیں بلکہ اس سے ہٹ کر گزرتا ہے یعنے نور کی توانائی جو شعاع کی سمت میں آگے کو بڑھتی ہے علی القوائم ناصیۂ موج کے علی القوائم سمت سے منطبق نہیں ہوتی۔

اس امر کو زیادہ وضاحت کے ساتھ سمجھنے کے لیے فرض کرو کہ کیلسائیٹ کی قلم میں ایک مستوی ناصیۂ موج پر چند نقطے ا، ب، ج، د، وغیرہ واقع ہیں۔ ہویگنز کے اصول کے بموجب یہ نقطے گرہ نما موجوں کے ثانوی مبداء

ہیں۔ ملاحظہ ہو شکل ۹۶ ۔ جس میں سہولت کی خاطر فرض کیا گیا ہے کہ مناظری محور کاغذ کے مستوی میں واقع ہے اور ا' ب' ج' د' وغیرہ سے جو نقطہ دار خط ا م' وغیرہ کھینچے گئے ہیں ثانوی ناصیۂ موج کے متعلقہ محورِ اعظم کو تعبیر کرتے ہیں۔ مناظری محور ان نقطہ دار خطوط کے علی القوائم ہیں۔ ثانوی موجوں کا لفاف (envelope) مستوی ناصیۂ موج کی دوسری وضع کو

شکل ۹۶

تعبیر کرتا ہے جو شکل میں خطِ مستقیم ا' ب' ج' د' کے ذریعہ اظہار کی گئی ہے۔ ا ا' ب ب' ج ج' د د' وغیرہ پہلے ناصیۂ موج سے دوسرے ناصیۂ موج کو جانے والی شعاعیں ہیں۔ یہ شعاعیں درحقیقت دو متصل ناصیۂ موج کے درمیانی اقل مناظری راستے ہیں۔ اگرچہ پیمائش سے بظاہر ان ناصیوں کا عمودی فاصلہ ا و ع سب سے چھوٹا معلوم ہوتا ہے لیکن یہ یاد رکھنا چاہیے کہ مناظری اعتبار سے ا ا' اور ا و مساوی ہیں اس لیے کہ ایک ہی نقطہ ا سے نکلے ہوئے نیم قطری سمتیاں ہونے کی وجہ سے نور ان فاصلوں کو ایک ہی وقت میں طے کرتا ہے پس واضح ہے کہ عمودی فاصلہ ا ع جو ا و سے زائد ہے ا ا' سے بھی مناظراً زائد ہے۔ ناصیۂ موج کے آگے بڑھنے کی رفتار ہی کو دراصل موج کی رفتار تصور کرنا چاہیے۔ چونکہ ناصیۂ موج عمود کی سمت میں آگے کو بڑھتا ہے اس لیے موج کی رفتار کو شعاع کی رفتار کے ساتھ ہی

نسبت ہے جو شکل ۹۶ میں خط ا ع کو ا ا کے ساتھ ہے۔
اگر مناظری محور کاغذ کے مستوی میں نہ ہو تو شعاعوں ا ا، ب ب، ج ج، د د، والا مستوی ناصیۂ موج کے علی القوائم نہ ہوگا۔ یعنے شعاعوں کے سرے ا، ب، وغیرہ، نہ صرف عمود کے سروں ع، وغیرہ، کے ایک بازو واقع ہونگے بلکہ عام صورت میں ان کے سامنے یا پیچھے بھی ہٹ جائینگے۔

کیلسائیٹ کی قلم کی سطح پر سے نور کے مستوی ناصیۂ موج کا انعطاف۔ ہویگنز کے اصول کی مدد سے جس طرح واحد انعطاف والے واسطوں میں منعطف ناصیۂ موج کی تعیین کی جاتی ہے اسی کے مماثل دُہیلے انعطاف والی کیلسائیٹ کی قلم کے اندر جو معمولی اور غیر معمولی انعطافوں سے متعلق دو ناصیۂ موج پیدا ہوتے ہیں ان کی بھی تعیین ہو سکتی ہے، قلم کی سطح جس پر ناصیۂ موج واقع ہوتا ہے، بلحاظ مناظری محور کسی بھی وضع میں ہو۔ ذیل میں ہم اس کی چند خاص خاص مثالیں حل کرکے بتائینگے جن سے اس اصول کا اطلاق نمایاں طریقہ پر واضح ہوگا اور کیلسائیٹ کے ہر دو انعطاف نماؤں کی قیمتیں معلوم کرنے کے تجربی طریقے بھی بآسانی سمجھ میں آسکینگے۔

(ا) پہلے ہم فرض کرسکینگے کہ قلم کا مناظری محور واقع ناصیۂ موج کے مستوی میں ہے اور قلم کی سطح اور واقع ناصیۂ موج کے ساتھ کوئی بھی زاویہ بناتا ہے۔ ملاحظہ ہو شکل ۹۷ جس میں ن ص واقع ناصیۂ موج ہے۔ ن ف قلم کی سطح اور مستوی وقوع کا خطِ تقاطع ہے اور ن میں سے گزرنے والا نقطہ دار خط قلم کے مناظری محور کو تعبیر کرتا ہے۔ ص ف واقع ناصیۂ موج ن ص کے علی القوائم کھینچا گیا ہے۔ ن ص جیسے جیسے آگے کو بڑھیگا اس کا ن کی طرف کا زیادہ زیادہ حصہ قلم کی سطح سے ٹکرائیگا۔ پس ہویگنز کے اصول کے بموجب ن ف پر کے نقطے یکے بعد دیگرے ثانوی مبداء بنتے جائینگے اور ان سے قلم کے واسطہ میں کُرَوی اور کُرہ نمائی ناصیے آگے کو بڑھینگے۔ جتنی دیر میں واقع ناصیۂ موج ہوا میں ص سے ف تک

جا پہنچیگا قلم کے اندر ن سے معمولی نور کی اشاعت ن ص / م م نصف قطر کی کروی سطح پر پھیل جائیگی اور غیر معمولی نور کی اشاعت ن ص / ص غ نصف محورِ اعظم کی کرہ نمائی سطح پر پھیلیگی جس کا نصف محورِ اقل ن ص / م م ہوگا اور جو معمولی نور کی

شکل ۹۷

کروی سطح کو نقطہ دار خط کے مقامِ تقاطع پر مس کریگا۔ پس اگر ف سے ان سطحوں پر مماسی مستوی ف م اور ف غ کھینچے جائیں تو وہ منعطف نور کے معمولی اور غیر معمولی ناصیوں کو تعبیر کرینگے۔ اس لیے کہ ن اور ف کے بیچ میں قلم کی سطح کے جتنے بھی نقطوں سے نکل کر کروی اور کرہ نمائی سطحیں قلم کے واسطہ میں پھیلینگی ف م اور ف غ علی الترتیب ان سطحوں کو بھی مس کرینگے۔ ان مماسوں کو نقطۂ ن سے ملانے والے خطوط یعنے ن م اور ن غ قلم کے اندر علی الترتیب معمولی اور غیر معمولی منعطف شعاعوں کو تعبیر کرینگے جو ہوا میں ن پر کی واقع شعاع سے پیدا ہوئیں۔

شکل ۹۷ کے لاحظہ سے واضح ہوگا کہ مماسی خط ف م دائرہ کے نصف قطر ن م کے علی القوائم ہے (جیسا کہ دائرہ کے خواص سے ہونا بھی چاہیے)۔ لیکن

دائرہ نما کا مماسی خط ف غ نقطۂ تماس غ کو نقطہ ن سے ملانے والے نیم قطر سمتی ن غ کے ساتھ زاویۂ قائمہ نہیں بناتا ہے۔ بلکہ ایک دوسرا خط غ ق زاویہ قائمہ بناتا ہے۔ نقطۂ ن سے جو عمود خط ف غ پر گرایا جائیگا وہ اس سے کسی اور نقطہ پر ملیگا۔ فرض کرو کہ یہ نقطہ غَ ہے جو شکل میں نہیں بنایا گیا ہے۔

چونکہ ن ص واقع ناصیۂ موج ہے اس لیے زاویہ ف ن ص ہوا میں زاویۂ وقوع ہے اور اَ ن م قلم میں معمولی زاویۂ انعطاف ہے۔

$$\frac{\text{جب} \angle \text{ ف ن ص}}{\text{جب} \angle \text{ اَ ن م}} = \frac{\text{موجِ نور کی رفتار ہوا میں}}{\text{معمولی موجِ نور کی رفتار قلم میں}}$$

اسی طرح

$$\frac{\text{جب} \angle \text{ ف ن ص}}{\text{جب} \angle \text{ ف ن غَ}} = \frac{\text{موجِ نور کی رفتار ہوا میں}}{\text{غیر معمولی موجِ نور کی رفتار قلم میں}}$$

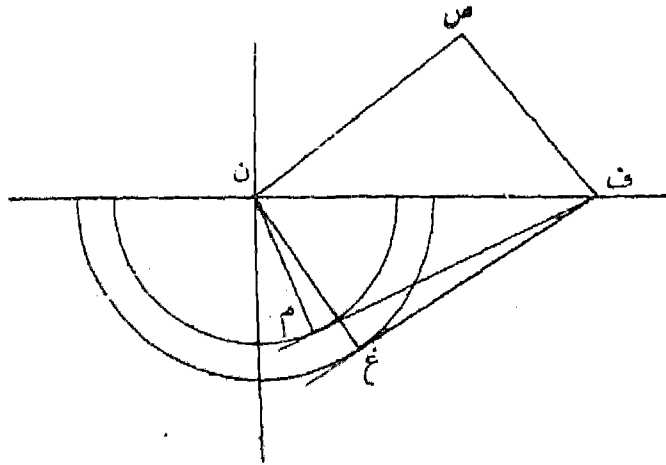
واضح ہو کہ زاویہ ف ن غَ غیر معمولی شعاع کے انعطاف کا زاویہ نہیں ہے بلکہ غیر معمولی ناصیۂ موج پر کے عمود کا انعطافی زاویہ ہے۔

غیر معمولی شعاع کے انعطاف کا زاویہ ف ن غ ہے اور زاویۂ وقوع کی جیب اور اس غیر معمولی شعاع کے زاویۂ انعطاف کی جیب میں نسبت $\frac{\text{موج نور کی رفتار ہوا میں}}{\text{غیر معمولی شعاع کی رفتار قلم میں}}$ کے مساوی نہیں ہے۔

اگر وقوع کا مستوی قلم کا صدر مستوی نہ ہو یعنی مناظری محور و قوع کے مستوی کے باہر ہو تو مماسی مستوی عام طور پر کرہ نمائی ناصیۂ موج کو وقوع کے مستوی میں مس نہیں کرتا ہے اس لیے غیر معمولی منعطف شعاع وقوع کے مستوی کے باہر ہوتی ہے۔

اگر واقع شعاع اور قلم کا مناظری محور دونوں قلم کی سطح کے علی القوائم ہوں تو چونکہ نور کی اشاعت مناظری محور کی سمت میں ہوگی جس میں معمولی اور غیر معمولی موجوں کی رفتار ایک ہی ہوتی ہے اس لیے دو خیال

نہیں پیدا ہونگے۔ قلم کا عمل نور پر ایسا ہی ہوگا جیسا کہ کسی سادہ شفاف مثلاً شیشہ کی تختی میں ہوتا ہے۔

(ب) اگر مناظری محور قلم کی سطح میں وقوع کے مستوی کے علی القوائم ہو تو چونکہ قلم کے اندر غیر معمولی ناصیہ موج گردشی کرہ نما ہے جس محورِ گردش قلم کا مناظری محور ہے اس لیے کرہ نما کی تراشِ وقوع کے مستوی میں دائرہ ہوگی۔ ملاحظہ ہو شکل ۹۸۔ پس معمولی منعطف شعاع کی طرح غیر معمولی منعطف شعاع بھی وقوع کے مستوی ہی میں ہوگی اور اپنے متعلقہ ناصیۂ موج کے علی القوائم ہوگی اور اس کا انعطاف نما مستقل اور مـغ کے مساوی ہوگا۔

شکل ۹۸

اسی وجہ سے مـغ قلم کا غیر معمولی انعطاف نما کہلاتا ہے اور مـا اور مـغ قلم کے دو صدر انعطاف نما کہلاتے ہیں۔

(ج) اگر مناظری محور وقوع کے مستوی اور قلم کی سطح میں ہو تو اس صورت میں بھی غیر معمولی منعطف شعاع معمولی منعطف شعاع کی طرح وقوع کے مستوی میں ہوگی۔ ملاحظہ ہو شکل (۹۹) جس میں مناظری محور

قلم کی سطح اور وقوع کے مستوی کے خطِ تقاطع یعنے ن ف سے منطبق بتایا گیا ہے ۔ چونکہ نقطۂ ف ناقص کے ممدودہ محورِ اقل پر کا ایک نقطہ ہے اور اس سے ف م اور ف غ بالترتیب دائرہ اور ناقص پر مماسی خط کھینچے گئے ہیں ؛ لہذا ازروئے خواص ناقص خط غ م ع محورِ مذکور پر عمود ہے اور

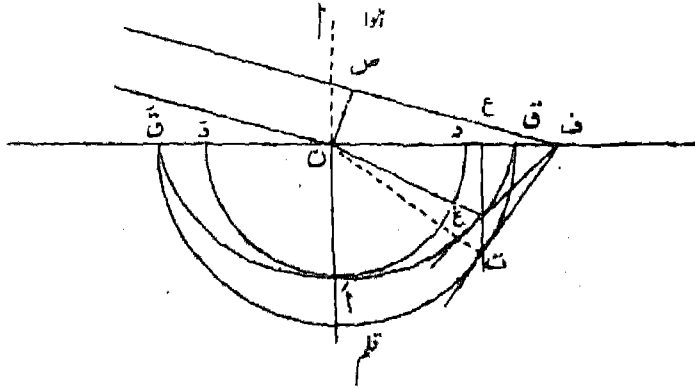
$$\frac{\text{ع غ}}{\text{ع م}} = \frac{\text{م}_{\text{م}}}{\text{م}_{\text{غ}}}$$

شکل ۹۹

شکل سے واضح ہے کہ ∠ ن م ع اور ∠ ن غ ع بالترتیب معمولی اور غیر معمولی شعاعوں کے انعطاف کے زاویے ہیں اگر ان کو طم اور طغ سے تعبیر کیا جائے تو

$$\frac{\text{مس ط}_{\text{م}}}{\text{مس ط}_{\text{غ}}} = \frac{\frac{\text{ن ع}}{\text{م ع}}}{\frac{\text{ن ع}}{\text{غ ع}}} = \frac{\text{ع غ}}{\text{ع م}} = \frac{\text{م}_{\text{م}}}{\text{م}_{\text{غ}}}$$

(د) فرض کرو کہ مناظری محور قلم کی سطح کے علی القوائم ہے جیسا کہ شکل ۱۰۰ میں بتایا گیا ہے۔ [ن ص واقع مستوی ناصیۂ موج ہے۔ ن ف قلم کی سطح ہے اور ا اَ مناظری محور ہے]۔ ہوا میں ص سے ف تک موج کے پہنچنے تک قلم کے اندر ن سے کروی اور گرہ نمائی ناصیۂ موج پھیلینگے جو شکل میں نصف دائرہ د ا دَ اور نصف ناقص ق ا قَ کے ذریعہ ظاہر کیے گئے ہیں۔ دائرہ کا نصف قطر ب اور ناقص کا محور اقل ب اور محور اعظم ا مانے جا سکتے ہیں۔ نقطۂ ف سے دائرہ پر مماسی خط ف غ کھینچا گیا ہے۔ اگر ن مرکز سے ا نصف قطر کا دائرہ ق قَ کھینچا جائے اور ف ت اس کا مماسی خط ہو تو از روئے خواص ناقص ت غ کو ملانے والا خط ناقص کے محور پر عمود ہوگا۔ یعنی ت غ ع خط ن ف پر عمود ہے۔

شکل ۱۰۰

پس اگر زاویہ اَ ن ت کو جو ن ت ع کے مساوی ہے ھ سے تعبیر کریں تو

$$\frac{\text{مس ھ}}{\text{مس ط ع}} = \frac{\frac{\text{ن ع}}{\text{ع ت}}}{\frac{\text{ن ع}}{\text{ع غ}}} = \frac{\text{ع غ}}{\text{ع ت}} = \frac{\text{ب}}{\text{ا}} = \frac{\text{م غ}}{\text{م م}}$$

لیکن صہ = ∠ ن ف ت، اس لیے جب صہ = $\frac{\text{ن ت}}{\text{ن ف}}$ اور

ازروئے کلیۂ انعطاف = $\frac{\text{جب و}}{\text{مغ}}$ جس میں و ہوا میں زاویۂ وقوع ہے۔

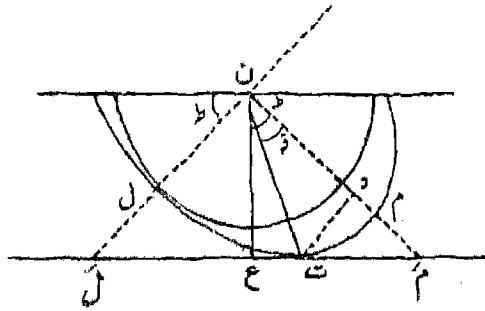
$$\text{پس مس صہ} = \frac{\text{جب صہ}}{\text{جم صہ}} = \frac{\text{جب صہ}}{\sqrt{1 - \text{جب}^2\text{صہ}}}$$

$$\therefore \text{مس طغ} = \frac{1}{\text{ب}}\text{مس صہ} = \frac{1}{\text{ب}} \frac{\frac{\text{جب و}}{\text{مغ}}}{\sqrt{1 - \frac{\text{جب}^2\text{و}}{\text{م}^2\text{غ}}}}$$

$$= \frac{1}{\text{ب}} \frac{\text{جب و}}{\sqrt{\text{م}^2\text{غ} - \text{جب}^2\text{و}}}$$

لیکن $\frac{1}{\text{ب}} = \frac{\text{مم}}{\text{مغ}}$ ∴ $\text{مس طغ} = \frac{1}{\text{ب}}\text{مس صہ} = \frac{\text{مم}}{\text{مغ}} \frac{\text{جب و}}{\sqrt{\text{م}^2\text{غ} - \text{جب}^2\text{و}}}$

(ھ) فرض کرو کہ واقع مستوی ناصیۂ موج قلم کی سطح کے متوازی ہے، اور مناظری محور ن ل واقع مستوی میں قلم کی سطح کے ساتھ زاویہ طہ بناتا ہے۔ ملاحظہ ہو شکل ۱۰۱۔ معمولی منعطف شعاع سطح کے عمود ن ع سے منطبق ہے۔ غیر معمولی منعطف شعاع ن ت ہے جس میں ت کرہ نمائی ناصیۂ موج کے ساتھ سطح قلم کے متوازی خط مَ تُ ع کا نقطۂ تماس ہے۔ ان معمولی اور غیر معمولی منعطف شعاعوں کا درمیانی زاویہ معلوم کرنے کے لیے جو اس خاص صورت میں غیر معمولی شعاع کا زاویۂ انعطاف بھی ہے مناظری محور ن ل کو لَ تک آگے بڑھاؤ تاکہ وہ نقطۂ تماس ت پر کے مماسی خط ت ع سے مل جائے۔ اسی طرح ن لَ کے

علی القوائم ناقص کا نصف محورِ اعظم ن م کھینچ کر آگے بڑھاؤ تاکہ

شکل ۱۰۱

مماسی خط مذکور سے مَ پر مل جائے۔ ن کو مبدا اور ن مَ اور ن لَ کو محدّدوں کے محور مانو۔ اگر ت کے محدّد لَا اور مَا فرض کیے جائیں تو خطِ مماس کی مساوات $\frac{\text{لا لاَ}}{\text{ا}^2} + \frac{\text{ما ماَ}}{\text{ب}^2} = 1$ ہے۔

زاویہ ع ن مَ = طہ اور اگر زاویہ ت ن مَ = فہ تو غیر معمولی شعاع کا زاویۂ انعطاف طہ ۔ فہ ہے محور لا یعنی ن مَ پر ت سے عماد ت د گراؤ، تب

$$\text{مس طہ} = \frac{\text{مَ ع}}{\text{ن ع}} = \frac{\text{ن مَ}}{\text{ن لَ}} \quad \text{اور مس فہ} = \frac{\text{ت د}}{\text{ن د}} = \frac{\text{ماَ}}{\text{لاَ}}$$

مساوات $\frac{\text{لا لاَ}}{\text{ا}^2} + \frac{\text{ما ماَ}}{\text{ب}^2} = 1$ میں ما = ۰ لکھنے سے ن مَ = لا کی قیمت $\frac{\text{ا}^2}{\text{لاَ}}$ برآمد ہوتی ہے۔

اسی طرح مساوات مذکور میں لا = ۰ لکھنے سے ن لَ = ما کی قیمت

$\frac{\text{ب}^2}{\text{ا}'^2}$ برآمد ہوتی ہے۔

$$\text{پس مس ط} = \frac{\text{ن م}'}{\text{ن ل}'} = \frac{\text{ا}^2}{\text{ب}^2} \times \frac{\text{ا}'}{\text{ل ا}'}$$

$$\text{اور} \quad \frac{\text{مس ط}}{\text{مس ف}} = \frac{\text{ا}^2}{\text{ب}^2} = \frac{\text{ھ}_{\text{م}}^2}{\text{ھ}_{\text{غ}}^2}$$

$$\text{لیکن مس (ط − ف)} = \frac{\text{مس ط − مس ف}}{\text{1 + مس ط مس ف}}$$

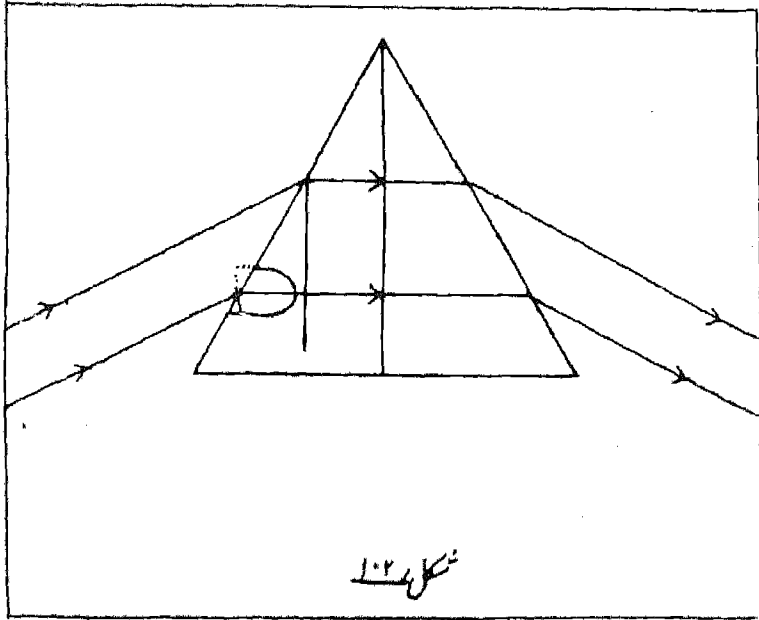
$$= \frac{\text{ھ}_{\text{م}}^2 - \text{ھ}_{\text{غ}}^2}{\text{ھ}_{\text{م}}^2 \text{ مم ط} + \text{ھ}_{\text{غ}}^2 \text{ مس ط}}$$

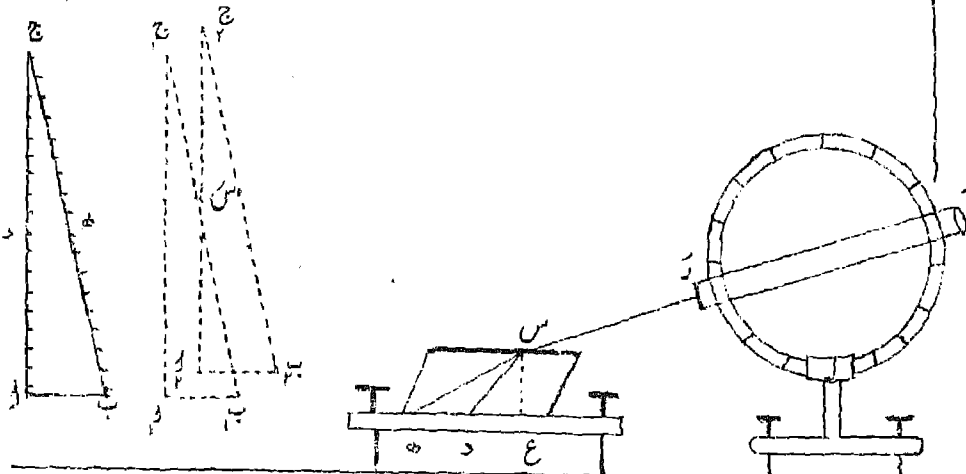
ڈُئیلے انعطاف سے متعلق ھویگنز کے ھندسی عمل کی تجربی تصدیق۔ سب سے پہلے مالوس (Malus) نے اس ہندسی عمل کی تجربی تصدیق کی۔ اُس کے بعد اسٹوکس (Stokes) اور گلیزبروک (Glazebrook) وغیرہ نے طیف پیما استعمال کرکے زیادہ صحت کے ساتھ پیمائشیں کیں اور ھم اور ھغ کی قیمتیں دریافت کیں۔

یہ ثابت کرنے کے لیے کہ معمولی شعاع کا انعطاف اس کے قلم میں سے گزرنے کی سمت کے غیر تابع ہے۔ کیلسائیٹ کی قلم کی مختلف سمتوں میں تراشے ہوئے ایک ہی زاویہ کے پتلے منشور ایک دوسرے پر رکھ کر باہم دِگر جوڑ دیے گئے' اس طرح پر کہ مساوی زاویۂ انعطاف کا ایک مرکب منشور تیار ہوگیا (جس کے انعطافی کنارہ کا طول ان تمام منشوروں کے انعطافی کناروں کا حاصل مجموعہ تھا)۔ اس کو طیف پیما کی میز پر رکھ کر جھری کو یک لونی نور سے منور کرکے دُور بین میں سے دیکھا تو معلوم ہوا کہ مرکب منشور کے اجزاء اگرچہ مختلف سمتوں میں غیر معمولی خیال

پیدا کرتے ہیں لیکن ان سبھوں سے صرف ایک ہی معمولی خیال حاصل ہوتا ہے۔

گلایبروک نے کیلسائیٹ کی قلم سے ایک ایسا منشور تراشا جس کا انعطافی کنارہ قلم کے مناظری محور کے متوازی تھا۔ اس منشور کو طیف پیما کی میز پر اقل انحراف کی وضع میں رکھ کر معروف ضابطہ سے حم اور حغ کی تعیین کی گئی۔ ملاحظہ ہو شکل ۹۸ جو صورت (ب) سے متعلق ہے۔

شکل ۱۰۲

قلم سے اگر ایسا منشور تراشا جائے جس میں مناظری محور منشور کے انعطافی زاویہ کی تنصیف کرتا ہو تو شکل ۱۰۲ کے معائنہ سے واضح ہوگا کہ شعاعیں جب اقل انحراف کی حالت میں منشور میں سے گزر ینگی مناظری محور کے علی القوائم ہونگی اور اس لیے معمولی نور کی طرح منعطف ہونگی۔ پس ایسے منشور کو طیف پیما کی میز پر رکھ کر کے بعد دیگرے معمولی اور غیر معمولی شعاعوں کے اقل انحراف کی وضع ترتیب دی جائے تو معروف ضابطہ سے حم اور حغ کی قیمتیں دریافت ہوجاسکتی ہیں۔

مالوس نے لیف پیما کی ایجاد سے پہلے صورت (ج) کے مظہرہ حالات کے تحت جو کیفیت پیدا ہوتی ہے (ملاحظہ ہو شکل ۹۹) اس کے نتائج کی تصدیق کی۔ مالوس کے تجربہ کا خاکہ شکل ۱۰۳ میں بتایا گیا ہے۔ ا ج اور ب ج دو درجہ دار پیمانے ہیں جو ایک مجلّٰی فولادی تختی پر کندہ کیے گئے ہیں اور ایک دوسرے سے بہت چھوٹے زاویہ پر مائل ہیں۔ کیلسائیٹ کی ایک موٹی قلم جس کی سطحیں مناظری محور کے متوازی تراشی گئی ہیں اس پیمانے دار تختی پر ایسی وضع میں رکھ دی جاتی ہے کہ قلم کی صدر تراش پیمانہ ا ج کے علی القوائم ہے۔ پیمانوں کی تختی اور قلم ایک متوازی الافق دائرہ پر رکھے جاتے ہیں جس کی پیچدار ٹیکنوں کو حسب ضرورت اونچا نیچا کرنے سے قلم کی بالائی سطح صحت کے ساتھ افقی بنائی جا سکتی ہے۔ قلم کی بالائی سطح کو اب اگر دُوربین ر رَ میں سے دیکھا جائے تو ا ج اور اب ج پیمانوں کے دو دو خیال دکھائی دینگے۔ ان کو شکل میں ا۱ ج۱، ا۲ ج۲ اور ب۱ ج۱، ب۲ ج۲ سے تعبیر کیا گیا ہے۔ عموماً ب ج کا کوئی ایک نشان ا۱ ج۱ کے کسی ایک نشان سے منطبق پایا جائیگا۔ فرض کرو کہ

شکل ۱۰۳

یہ نشان سؔ ہے۔ واضح ہے کہ سؔ پیمانہ ا ج کے کسی نشان د کا خیال ہے اور ساتھ ہی پیمانہ ب ج کے کسی نشان ہ کا بھی۔ یہ نقطہ جب دوربین میں سے دکھائی دیگا تو دوربین کا محور قلم کی سطح کو کسی نقطہ س میں قطع کریگا۔ نشان ہ اور د جو باہم دیگر منطبق نظر آتے ہیں پیمانوں پر پڑھ لیے جاتے ہیں اور فاصلہ ہ د پیمائش کے ذریعہ دریافت کرلیا جاتا ہے۔ اگر قلم کی موٹائی س ع کو ٹ سے تعبیر کیا جائے تو

ہ د = ہ ع ۔ د ع = ٹ (مس طہغ ۔ مس طہم)

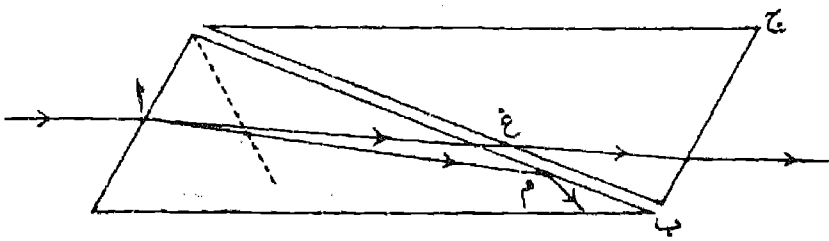
لیکن مس طہم معلوم ہے اس لیے کہ زاویۂ وقوع انتصابی خط اور دوربین کے محور ر س کا زاویۂ میلان ہے۔ اور جب و = ہم جب طہ جس میں و زاویۂ وقوع ہے۔ پس طہم کی قیمت معلوم ہو جاتی ہے اور مندرجۂ بالا ضابطہ سے طہغ کی قیمت بھی دریافت ہو جاتی ہے۔ ھالوس کے تجربہ سے معلوم ہوا کہ اس طرح طہغ کی جو قیمت برآمد ہوئی ھویگنز کے ہندسی عمل والے ضابطہ

مس طہغ = $\frac{\text{ہغ}}{\text{ہم}}$ مس طہم

سے حاصل کی ہوئی قیمت کے مساوی ہے۔ جس سے ظاہر ہے کہ غیر معمولی نور کے ناصیۂ موج کی وہ تراشش جو مناظری محور میں سے گزرتی ہے قطع ناقص ہے اور چونکہ ناصیۂ موج ایک گردشی سطح ہے اس لیے وہ ایک کرہ نما ہے جس کے نصف محور اعظم و اقل ا اور ب ہیں۔

ھالوس نے صورت (د) کے مظہرہ حالات کے تحت بھی جو کیفیت پیدا ہوتی ہے (ملاحظہ ہو شکل ؁) اس کے نتائج کی تصدیق کی ہیں ھویگنز کے قیاس یعنی غیر معمولی ناصیۂ موج کے گردشی کرہ نما ہونے کے متعلق مزید ثبوت بہم پہنچتا ہے۔

مستوی مقطب نور کی پیدائش اور اس کے

امتحان کے ذرائع۔ جیسا کہ قبل ازیں بتایا گیا ہے انعطاف اور انعکاس دونوں طریقوں سے مستوی منقطب نور پیدا ہو سکتا ہے اور ان طریقوں سے اس کا امتحان بھی ممکن ہے۔ پہلے ہم انعطاف والے آلات کا ذکر کرینگے اس لیے کہ ان کے ذریعہ تقطیب آسانی کے ساتھ عمل میں آتی ہے اور اس کا امتحان بھی سہولت اور باریکی کے ساتھ ہو سکتا ہے۔ ان آلات میں سب سے زیادہ مفید اور مشہور نیکول کا ایجاد کردہ منشور ہے جو نیکول کا منشور کہلاتا ہے جس کی شکل ۱۰۲ میں توضیح کی گئی ہے۔ یہ دراصل آئس لینڈ اسپار یا کیلسائیٹ کی طبعی قلم ہے جس کے دو متقابل سروں پر کی سطحوں یا پہلوؤں کے کنارے باہم دیگر مساوی اور قلم کے بقیہ کناروں کے ایک تہائی ہوتے ہیں۔ اس کے بعد قلم کو اس کے ایک کند (یا "منفرجہ") کونے سے دوسرے کند کونے "تاب" سروں کے پہلوؤں کے لمبے وتر کے متوازی مستوی میں تراش لیا جاتا ہے۔ اور اس طرح تراشے ہوئے پہلوؤں کو مجلّے کر کے کینیڈا بلسان کی پتلی جھلی کے ذریعہ باہم دیگر جوڑ دیا جاتا ہے۔ شکل میں نقطہ دار خط مناظری محور کو تعبیر کرتا ہے۔ جب شعاع شکل کے مستوی میں

شکل ۱۰۴

نقطہ ا پر واقع ہوتی ہے تو چونکہ اس قلم میں معمولی شعاع کا اوسط انعطاف نما ۱٫۶۶ اور غیر معمولی شعاع کا اس سے کم (۱٫۴۹) ہوتا ہے اول الذکر ا م بہ نسبت دوسری یعنی ا غ کے زیادہ منعطف ہوتی ہے۔ کینیڈا بلسان کا اوسط

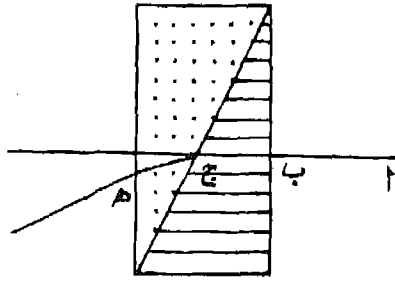
انعطاف نما ۱.۴۸۶ ہونے کی وجہ سے غیر معمولی شعاع تو بلسان میں سے گزر کر منشور کے پہلو ب ج کے باہر نکل آتی ہے۔ لیکن معمولی شعاع ا م بلسان پر عموماً ایسے زاویہ پر (ﺑ ﺗ ۶۹° یا اس سے زائد) واقع ہوتی ہے کہ انعکاس کلی عمل میں آتا ہے اور وہ منشور کے ایک لمبے پہلو سے ٹکرا جاتی ہے جس کو عمداً سیاہ رنگ دیا جاتا ہے تاکہ یہ منعکس معمولی شعاع جذب ہو جائے۔ پس اس طرح صرف غیر معمولی شعاع ہی قلم کے شفاف پہلو سے برآمد ہوتی ہے۔ اور اس لیے قلم کے صدر مستوی کے علی القوائم مقطب ہوتی ہے۔

نیکول کے منشور میں علی العموم متدق پنسلیں ہی استعمال ہوتی ہیں۔ صرف غیر معمولی شعاع کے باہر آنے کے لیے ضروری ہے کہ واقع پنسل کی انتہائی شعاعوں کا درمیانی زاویہ ہوا میں ۲۴° سے زیادہ نہ ہونا چاہیے۔

فوکو (Foucault) کا منشور۔ نیکول کے منشور میں تراشے ہوئے دو اجزاء کو کینیڈا البلسان سے جوڑتے ہیں اور فوکو کے منشور میں محض ہوا کی جھلی سے کام لیا جاتا ہے۔ واضح ہے کہ حائل واسطہ کا انعطاف نما جس قدر چھوٹا ہوگا زاویۂ فاصل بھی اس کی مناسبت سے چھوٹا ہوگا اور اس لیے کسی دی ہوئی چوڑائی کے ساتھ قلم کا طول بھی کمتر ہوگا۔

ہوا کی حائل جھلی کے لیے معمولی اور غیر معمولی شعاعوں کے فاصل زاویے علی الترتیب ۳۷° ۴۱' اور ۴۲° ۲۳' ہیں۔ پس اگر اس جھلی پر شعاع کا زاویۂ وقوع اُن زاویوں کے مابین ہوگا تو معمولی شعاع کلی منعکس ہو جائیگی اور غیر معمولی شعاع منشور میں سے باہر نکل آئیگی۔ لیکن اس منشور میں ایک بڑا عیب یہ ہے کہ ہوا کا انعطاف نما بہت ہی قلیل ہونے کی وجہ سے جھلی پر سے غیر معمولی شعاع کا نور بھی بہت منعکس ہو جاتا ہے اور اس لئے تنویر میں بڑا نقصان واقع ہوتا ہے۔

روشون (Rochon) کا منشور۔ کیلسائیٹ (یا بلور)

کے دو مساوی زاویے والے منشور اس طرح تراشے جاتے ہیں کہ ایک کا انعطافی کنارہ قلم کے مناظری محور کے متوازی ہوتا ہے اور دوسرے کا اس کے علی القوائم۔ اس کے بعد ان سطحوں کو مجلّا کرکے ان کے انعطافی کناروں کو بالمقابل رکھ کر باہم دیگر ملا دیا جاتا ہے اس طرح پر کہ دونوں کے ملاپ سے ایک قائم متوازی السطوح تیار ہو جاتا ہے۔ ملاحظہ ہو شکل ۱۰۵۔

شکل ۱۰۵

جس میں اس مرکب منشور کی عمودی تراشش بنائی گئی ہے۔ جزو منشور ب ج میں مناظری محور کی سمت ب ج یعنے واقع شعاع کے متوازی ہے اور جزو ج ھ میں تراشش کے علی القوائم۔ شعاع ا ب جب پہلے جزو کی سطح پر عمود وار واقع ہوتی ہے تو معمولی اور غیر معمولی دونوں شعاعیں بلا تقسیم جوڑ ج تک چلی جاتی ہیں۔ ج پر پہنچ کر معمولی اور غیر معمولی شعاعوں میں پھوٹ واقع ہوتی ہے۔ معمولی شعاع ب ج کی سمت میں بلا انحراف چلی جاتی ہے اور بالآخر مرکب منشور کے مقابل والے کنارے پر سے سیدھی خارج ہوتی ہے۔ لیکن غیر معمولی شعاع جزو منشور ج ھ کے انعطافی کنارے کی طرف منحرف ہوتی ہے اگر منشور کیلسائیٹ کی قلم کے ہوں اور نہ اس کے قاعدہ کی طرف منحرف ہوتی ہے اگر منشور بلور کے ہوں۔

اگر جزو منشور کا انعطافی زاویہ ا ہو اور حہ غیر معمولی شعاع کا زاویۂ انحراف تو جوڑ کے پاس چونکہ زاویۂ وقوع بھی (از روئے خواص مثلث قائمہ) ا ہے

اس لیے

$$\frac{\text{جب}(ا + حہ)}{\text{جب ا}} = \frac{سغ}{سم} = \frac{ا}{ب}$$ (جس میں ا اور ب کرہ نما کے نصف محور اعظم و نصف محور اقل ہیں)

حہ عموماً چھوٹا ہوتا ہے اس لیے تقریباً

$$ا + حہ\ مم\ ا = \frac{ا}{ب}$$

$$\text{پس} \ldots\ldots\ حہ = \frac{ا-ب}{ب}\ مس\ ا$$

اگر مرکب منشور کی مقابل سطح پر سے غیر معمولی شعاع کے اخراج کا زاویہ طہ ہو تو

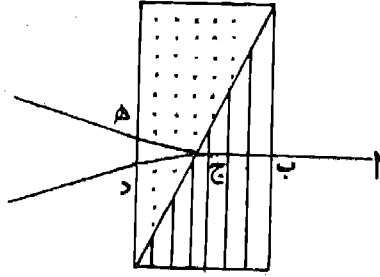
$$\frac{\text{جب حہ}}{\text{جب طہ}} = سغ = ا$$

اگر ہوا میں رفتارِ نور اکائی مانی جائے۔ لہذا حہ = ا جب طہ اور سابقہ مساوات کی رُو سے

$$\text{جب طہ} = \left(\frac{ا}{ب} - \frac{ا}{ا}\right) مس\ ا = (ھم - ھغ)\ مس\ ا$$

چونکہ معمولی شعاع بلاکسی انحراف کے خارج ہوتی ہے اس لیے زاویہ طہ معمولی اور غیر معمولی شعاعوں کے انفراق کو تعبیر کرتا ہے۔

وُلیسٹن (Wollaston) کا منشور۔ اس مرکب منشور میں جزو منشور ب ج کا مناظری محور وقوع کے مستوی میں لیکن واقع شعاع کے علی القوائم ہے (ملاحظہ ہو شکل ۱۰۶)۔ اور دوسرے جزو میں انعطافی کنارہ کے متوازی۔ اس کے اجزا بھی روشون کے مرکب منشور کی طرح جوڑ دیے جاتے ہیں۔ شعاع ا ب ا جب مرکب منشور کے ایک پہلو پر عمود وار واقع ہوتی ہے تو معمولی اور غیر معمولی دونوں شعاعیں بلا انحراف جزو منشور ب ج میں سے گزرتی ہیں لیکن معمولی شعاع کی رفتار سم ہوتی ہے اور غیر معمولی کی سغ۔

جوڑ ج کے پاس پہنچ کر معمولی شعاع غیر معمولی میں تبدیل ہو جاتی ہے اور سمت ج د میں منحرف ہوتی ہے اس لیے کہ دونوں جزو منشور کے صدر مستوی باہم دیگر علی القوائم ہیں۔

شکل ۱۰۶

پس روشون کے منشور کی طرح معمولی شعاع کے اخراج کا زاویہ طہ مساوات

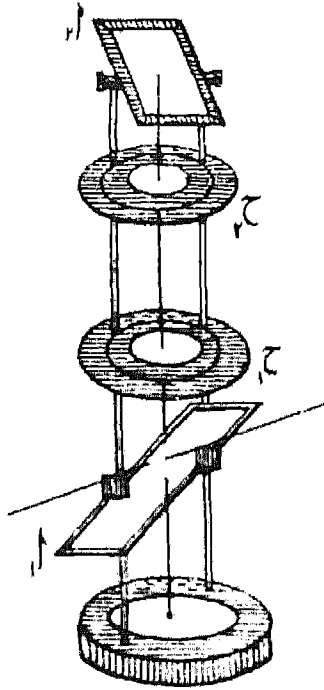
$$\text{جب طہ} = (\text{ص}_\text{م} - \text{ص}_\text{غ}) \text{ مس ا}$$

سے مستنبط ہوتا ہے۔

جو شعاع پہلے جزو منشور ب ج میں بحیثیت غیر معمولی شعاع گزری تھی جوڑ ج کے پاس پہنچکر معمولی شعاع ج ہ میں تبدیل ہو جاتی ہے۔ پس مثل سابق مقابل کے پہلو سے اس شعاع کا زاویۂ اخراج بھی وہی زاویہ طہ ہوتا ہے۔ اس لیے معمولی اور غیر معمولی شعاعیں یعنے جب مرکب منشور سے بالآخر خارج ہوتی ہیں تو اس کے پہلو پر کے عمود کے دونوں جانب مساوی زاویوں میں منحرف ہو جاتی ہیں۔ بدیں وجہ ولیسٹن کے منشور میں خارج معمولی و غیر معمولی شعاعوں کا انفراق مساوی روشون کے منشور کے انفراق کا دوچند ہوتا ہے۔ لیکن مختلف طول موج کی شعاعوں کا انحراف مختلف ہونے کی وجہ سے معمولی اور غیر معمولی دونوں خیال رنگین ہوتے ہیں۔ روشون کے منشور میں صرف غیر معمولی خیال رنگین ہوتا ہے۔

نورمبرگ (Norremberg) کا انعکاسی تقطیب نما۔

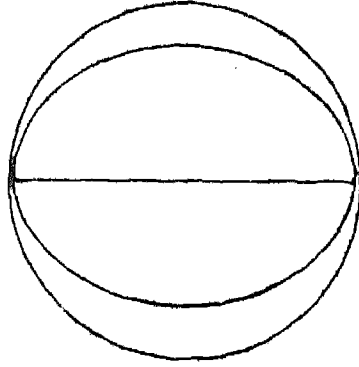
اس آلہ میں نور کی تقطیب بذریعہ انعکاس عمل میں آتی ہے اور وہ پتلی قلمی تختیوں کے رنگوں اور دائری و ناقصی تقطیب کے معائنہ کے لیے بہت سود مند ثابت ہوا ہے۔ یہ آلہ آسانی کے ساتھ خود معمل ہی میں تیار کر لیا جاتا ہے۔ اس کے لیے صرف دو صاف و شفاف شیشہ کی تختیوں کی ضرورت ہے۔ ایک تختی ا۱ مقطب آئینہ کا کام دیتی ہے جو دو قبضوں یا چولوں کے ذریعہ دو انتصابی سہاروں کے مابین ان کے ساتھ کسی بھی زاویہ پر مائل رکھی جا سکتی ہے۔ ملاحظہ ہو شکل ۱۰۷۔ سہارے ایک مناسب لکڑی کے قاعدہ یا ٹیکن پر نصب کیے ہوتے ہیں۔ آئینہ ا۱ کے علاوہ سہارے دو دائری حلقوں ح۱ اور ح۲ کو بھی سنبھالے رکھتے ہیں۔ ح۱ حلقہ کے اندر

شکل ۱۰۷

شیشہ کی ایک مدور تختی ہوتی ہے جس پر رکھ کر قلمی تختیوں کا امتحان کیا جا سکتا ہے۔ اور ح۲ حلقہ میں ایک دوسرا ہم مرکز حلقہ ہوتا ہے جس پر دو چھوٹے

انتصابی چول دار سہاروں کے ذریعہ آئینہ ا۲ استادہ کیا جاتا ہے۔ آخر الذکر حلقہ
کو ان سہاروں کی مدد سے انتصابی محور کے گرد حسب ضرورت گھما کر جس وضع
میں چاہیں رکھ سکتے ہیں۔ چونکہ اس کے گرد کا حلقہ ح درجہ دار ہوتا ہے
اس لیے معلوم کر لیا جا سکتا ہے کہ اندر والا حلقہ کس زاویہ میں گھمایا گیا۔
چول دار سہاروں کی مدد سے آئینہ ا بھی حسب ضرورت انتصابی سمت
سے مائل رکھا جا سکتا ہے اور مشترح (analysier) کا کام دیتا ہے
اس کی سطح پر سیاہ وارنش کا استر چڑھا ہوتا ہے۔ آلہ کے قاعدہ پر انتصابی
سہاروں کے بیچ میں ایک چھوٹا مدور آئینہ رکھا ہوا ہوتا ہے جو مصفّیٰ شیشہ
کی تختی سے بنایا جاتا ہے۔

چونکہ انعکاسی تقطیب کے لیے شیشہ کی سطح پر سے نور کا زاویہ وقوع
تقریباً ۵۷° ہوتا ہے اس لیے شیشہ ا کا میلان انتصابی خط کے ساتھ ۳۳° ہونا چاہیے
تاکہ انتصابی خط کے ساتھ ۶۶° پر مائل واقع شعاعوں کی پینسل قاعدہ پر کے آئینہ پر
انتصاباً ٹکرائے اور پھر منعکس ہو کر اسی راستہ واپس جائے۔ تختی ا چونکہ شفاف
شیشہ کی ہوتی ہے، پنسل اس میں سے گزر کر حلقہ ح کی شیشہ کی تختی میں سے
اوپر کو جاتی ہے اور بالآخر سیاہ آئینہ ا۲ پر سے منعکس ہو جاتی ہے۔ ا۲ بھی
انتصابی خط کے ساتھ ۳۳° زاویہ پر مائل ہوتا ہے۔ پس آئینہ ا۲ پر نگاہ اگر ایسی
وضع میں ڈالی جائے کہ انتصابی خط کے ساتھ ۶۶° زاویہ بنائے تو نور کا جو
ابتدائً ا سے مقطب ہو کر آیا امتحان ہو سکیگا۔ واضح ہے کہ ا۲ جب ا کے
متوازی یا اس وضع سے ۱۸۰° میں گھما کر رکھا جاتا ہے تو تنویر اعظم ہوتی ہے
اور جب ۹۰° یا ۲۷۰° میں گھمایا جاتا ہے تو تنویر تقریباً صفر ہوتی ہے۔

تختی ا سے منعکس ہو کر مقطب نور زیر امتحان شے میں سے ایک مرتبہ
گزرتا ہے اگر شے حلقہ ح کے شیشہ پر رکھی جاتی ہے اور دو مرتبہ اگر قاعدہ پر کے
آئینہ پر۔ ثانی الذکر صورت میں دی ہوئی شے کی موٹائی گویا دوچند ہو جاتی ہے۔
بدیں وجہ اس آلہ کو بعض اوقات نوربرگ کا مضعف یعنی ڈبلر (doubler)
بھی کہتے ہیں۔

کیلسا ئیٹ کے علاوہ متعدد یک محوری قلم پائے جاتے ہیں۔ کیلسا ئیٹ میں ہم نے دیکھا ہے کہ ھم یعنے معمولی انعطاف نما ھغ (غیر معمولی انعطاف نما) سے بڑا ہے۔ اس لیے اس میں کروی ناصیۂ موج چپٹے کرہ نمائی ناصیۂ موج کے اندر واقع ہوتا ہے اور ان کا صرف ایک مشترک قطر ہوتا ہے۔ اس قسم کی قلمیں منفی کہلاتی ہیں۔ جن قلموں کا معمولی انعطاف نما ھم ان کے غیر معمولی انعطاف نما ھغ سے چھوٹا ہوتا ہے ان کو مثبت کہتے ہیں۔ بلور یا شفاف کا ر پتھر ان کی مشہور مثال ہے۔ ایسی قلموں میں کرہ نمائی ناصیۂ موج لمبوترا اور کروی ناصیۂ موج کے اندر رہتا ہے۔ ملاحظہ ہو شکل ۱۰۸۔

شکل ۱۰۸

جملہ مناظری یک محوری قلموں میں معمولی شعاع صدر مستوی میں منقطب ہوتی ہے اور اگرچہ ھم اور ھغ کی قیمتیں طول موج کے ساتھ خفیف سی تبدیل ہوتی ہیں لیکن مناظری محور کی سمت طول موج کے غیر تابع ہوتی ہے۔

دو ئیلے انعطاف کی عام صورت۔ فرینیل کا نظریہ

اب ہم دو محوری قلموں کے دو ئیلے انعطاف سے متعلق فرینیل کے نظریہ کا خاکہ بیان کرینگے۔ یہ نظریہ باوجود اس کے بین اصولی نقائص کے دوسرے اور نظریوں سے بہت بہتر مانا جاتا ہے اس لیے کہ اس کے نتائج تجربی واقعات کے ساتھ

بہتر منطبق ہوتے ہیں۔ اساسی نقائص کی وجہ سے مناسب نہیں سمجھا جاتا ہے کہ اس پر تفصیل سے بحث کی جائے اور جملہ ضابطے فرینیل کی طرح ریاضی ہی کے طریقوں سے اخذ کیے جائیں۔ ہماری یہ کوشش ہوگی کہ تجربی واقعات کو پیش نظر رکھ کر سر آرتھر شوسٹر (Sir Arthur Schuster) اور آر۔ ڈبلیو۔ووڈ (R. W. Wood) کے طریقے استعمال کریں اور قلمی مناظر کی ریاضی کو حتی الامکان آسان کریں۔ نور کی موجیں چونکہ عرضی ارتعاش سے پیدا ہوتی ہیں متساوی السموت (isotropic) واسطوں میں ان کی اشاعت کا ضابطہ $\sqrt{\frac{ل}{ش}}$ کے متناسب ہوتا ہے جس میں ل واسطہ کی لچک اور ش اس کی کثافت ہے۔ دو ٹیلے انعطاف والے واسطے غیر متساوی السموت ہوتے ہیں اس لیے ان کے متعلق فرض کیا جاتا ہے کہ ان کی لچک ل نقل مکان کی سمت کے لحاظ سے بدلتی ہے۔ ہر ممکن مستوی میں دو ایسی سمتیں ہوتی ہیں کہ جب ارتعاش (یعنی نقل مکان) ان سمتوں میں واقع ہوتا ہے تو ل کی قیمت اعظم یا اقل ہوتی ہے۔ اگر ان قیمتوں کو $ل_۱$ اور $ل_۲$ سے تعبیر کیا جائے تو ان کے متعلقہ نور کی رفتار علی الترتیب $\sqrt{\frac{ل_۱}{ش}}$ اور $\sqrt{\frac{ل_۲}{ش}}$ کے متناسب ہوگی۔ اگر ان سمتوں کے علاوہ کسی دوسری سمت میں ارتعاش یا نقل مکان ہو تو نور کی موج کسی درمیانی رفتار کے ساتھ شایع نہیں ہوتی ہے بلکہ نور دو موجوں میں تقسیم ہو کر شایع ہوتا ہے جن کی رفتاریں $\sqrt{\frac{ل_۱}{ش}}$ اور $\sqrt{\frac{ل_۲}{ش}}$ کے متناسب ہوتی ہیں اور ارتعاش کی سمتیں باہمدیگر علی القوائم ہوتی ہیں۔ جب واسطہ میں سے نور کی موجوں کے سلسلے گزرتے ہیں تو ان کے راستہ کے ذرات اس دو ٹیلے انعطاف کے زیر اثر فی الواقع خطوط مستقیم میں ارتعاش نہیں کرینگے اس لیے کہ ان کی حرکت ان علی القوائم ارتعاشوں کا حاصل ہوگی جو کہ مختلف رفتاروں سے اشاعت پا رہے ہونگے۔ دو ٹیلے انعطاف سے معمولی و غیر معمولی شعاعیں جب تک

ایک دوسرے سے کامل علیحدہ نہ ہو جائیں۔ ان کے متعلقہ باہم دیگر علی القوائم ارتعاش جیسے جیسے ایک نقطہ سے نکل کر دوسرے نقطہ کی طرف آگے کو بڑھینگے اضافی ہیئت کی تبدیلی کی وجہ سے خطِ مستقیم سے بدل کر ناقصی اور دائری شکلیں اختیار کرتے ہوئے کار خطِ مستقیم میں تبدیل ہوتے جائینگے۔

اگر ارتعاش یا نقلِ مکان کی سمت اعظم یا اقل لچک کی متعلقہ سمت سے منطبق ہو تو واسطہ میں صرف ایک ہی مستوی منقطب موج شایع ہوگی۔

فرینیل نے دو ہیلے انعطاف والے واسطہ کے نور کی موجی سطح کو ایسی مستوی موجوں کی لاتناہی تعداد کا لفاف فرض کیا جو واسطہ کے ایک دیے ہوئے نقطہ میں سے وقتِ واحد میں تمام ممکنہ سمتوں میں پھیلتی ہیں۔ اگر اس دیے ہوئے نقطے میں سے ہر ممکنہ سمت میں مستویوں کی ایک لاتناہی تعداد تصور کی جائے اور ان مستویوں میں سے ہر مستوی پر اس نقطہ میں سے دو خطِ مستقیم باہم دیگر علی القوائم، اور اعظم و اقل لچکوں کی سمتوں سے منطبق، اور نیز ان سمتوں کے متوازی ارتعاشوں کی موجوں کی رفتارِ اشاعت کے متناسب کھینچے جائیں تو یہ تمام خطوط دیے ہوئے نقطہ پر تنصیف پائینگے اور ان کے سرے ایک ناقص نما (ellipsoid) سطح پر واقع ہونگے جو لچک کا ناقص نما کہلاتا ہے۔ فرض کرو اس کی مساوات $ا^2 لا^2 + ب^2 ما^2 + ج^2 ی^2 = س^2$ ہے جس میں س خلائی رفتارِ نور ہے۔ مستقل ا، ب اور ج واسطہ کے لچکی خواص سے متعلق ہیں اور لچک کے محوروں کے متوازی ارتعاش کرنے والی موجوں کی رفتاروں کو تعبیر کرتے ہیں۔ ان محوروں کی اس طرح تعریف کی جاسکتی ہے کہ وہ کسی نقطہ پر کی وہ تین سمتیں ہیں جن میں اگر ایتھر کا نقلِ مکان وقوع میں آئے تو اس کو واپس لانے والی قوت نقلِ مکان کی سمت کے متوازی ہوتی ہے۔ واضح ہے کہ کسی دیے ہوئے مستوی میں ایسی صرف دو سمتیں ہونگی لیکن فضا میں تین سمتیں ہونگی۔

اگر وقت کی اکائی وہ مدت قرار دی جائے جو نور کی موج کو خلاء میں اکائی فاصلہ طے کرنے کے لیے درکار ہے تو واضح ہے کہ $س = ۱$

اور $ا^2 لا^2 + ب^2 ما^2 + ج^2 ی^2 = ۱$

اس مساوات میں اگر لا کو صفر کے مساوی لکھیں تو $\frac{\text{ما}^2}{\frac{1}{\text{ب}^2}} + \frac{\text{ی}^2}{\frac{1}{\text{ج}^2}} = 1$ اور یہ اس ناقص کی مساوات ہے جو مندرجۂ بالا ناقص نما شکل کے مستوی ما ے کے انقطاع سے بنتا ہے اور جس کے نیم محور $\frac{1}{\text{ب}}$ اور $\frac{1}{\text{ج}}$ ہیں۔ اگر نور کی موج میں ارتعاش کی سمت محور ما کے متوازی ہے تو محور لا کی سمت میں ایک مستوی مقطب موج رفتار ب کے ساتھ شایع ہوگی۔ اور اگر ارتعاش کی سمت محور ے کے متوازی ہے تو محور لا ہی کی سمت میں رفتار ج کے ساتھ مستوی مقطب موج شایع ہوگی۔

متکافیات $\frac{1}{\text{و}}$ ، $\frac{1}{\text{ب}}$ اور $\frac{1}{\text{ج}}$ واسطہ کے انعطاف نما کے متناظر ہیں اور اس کے صدر انعطاف نما کہلاتے ہیں۔ سہولت کی خاطر ہم ان کو م_1، م_2 اور م_3 سے تعبیر کر کے مساوات کو مندرجۂ ذیل شکل میں لکھتے ہیں :-

$$\frac{\text{لا}^2}{\text{م}_1^2} + \frac{\text{ما}^2}{\text{م}_2^2} + \frac{\text{ی}^2}{\text{م}_3^2} = 1$$

واسطہ کے لچکی خواص کے ذریعہ مندرجۂ بالا ناقص نمائی مساوات عموماً واسطہ کے توہ کی مدد سے حاصل کی جاتی ہے۔ ذیل میں ہم شوسٹر کے طریقہ سے بتائینگے کہ یہ مساوات کیونکر بہ آسانی حاصل ہو سکتی ہے۔

فرض کرو کہ شکل ۱۰۹ میں ذ اکائی کمیت کا ایک ذرہ ہے جو ایک مرکز م کی طرف قوت و^2 لا سے کھنچا آتا ہے جبکہ وہ محور م لا پر واقع ہوتا ہے اور قوت ب^2 ما سے کھنچا آتا ہے جبکہ وہ محور م ما پر واقع ہوتا ہے۔ اگر محور لا پر اہتزاز ہو تو ذرہ کا وقتِ دوران $\frac{2\pi}{\text{و}}$ ہوگا اور اگر محور ما پر اہتزاز ہو تو وقتِ دوران $\frac{2\pi}{\text{ب}}$ ہوگا۔ اگر ذرہ اس طرح حرکت کرتا ہے کہ اس کے نقلِ مکان کے اجزاءِ تحلیلی محور م لا اور محور م ما کی سمتوں میں واقع ہوں تو اس پر عمل کرنے والی قوتوں کے اجزائے تحلیلی $\text{و}^2\,\text{لاَ}$ اور $\text{ب}^2\,\text{ماَ}$ ہونگے جن میں لاَ اور ماَ ذرہ کے محدد ہیں اور حاصل قوت

$$\text{ح} = \sqrt{\text{و}^4\,\text{لاَ}^2 + \text{ب}^4\,\text{ماَ}^2}$$

لا و ما کے محوروں کے ساتھ یہ حاصل قوت جو زاویے بناتی ہے ان کی جیب التمام بالترتیب $\frac{\text{ا}^{2}\,\text{لاَ}}{\text{ح}}$ اور $\frac{\text{ب}^{2}\,\text{ماَ}}{\text{ح}}$ ہے۔ واضح ہے کہ حاصلِ قوت کی سمت نقلِ مکان کی سمت نہیں ہے کیونکہ نقلِ مکان کی سمتی جیوب التمام (Direction cosines) علی الترتیب $\frac{\text{لاَ}}{\text{ط}}$ اور $\frac{\text{ماَ}}{\text{ط}}$ ہیں جن میں ط ذرّہ کی نیمقطر سمتی ہے۔

شکل ۱۰۹

حاصل قوت اور ذرّہ کے نیمقطر سمتی کا درمیانی زاویہ معلوم کرنے کے لیے ہم ذرّہ پر عمل کرنے والی حاصلِ قوت اور محور لا کے درمیانی زاویہ کو عہ سے تعبیر کرینگے اور ذرّہ کے نیمقطر سمتی اور محور لا کے درمیانی زاویہ کو عہَ سے تعبیر کرینگے۔ چونکہ

$$\text{جم}\,(\text{عہ} - \text{عہَ}) = \text{جم عہ جم عہَ} + \text{جب عہ جب عہَ}$$

$$\text{اور}\quad \text{جم عہ} = \frac{\text{ا}^{2}\,\text{لاَ}}{\text{ح}} \quad \text{اور جب عہ} = \frac{\text{ب}^{2}\,\text{ماَ}}{\text{ح}}$$

$$\text{معہذا}\quad \text{جم عہَ} = \frac{\text{لاَ}}{\text{ط}} \quad \text{اور جب عہَ} = \frac{\text{ماَ}}{\text{ط}}$$

$$\text{پس جم}\,(\text{عہ} - \text{عہَ}) = \frac{\text{ا}^{2}\,\text{لاَ}^{2}}{\text{ح ط}} + \frac{\text{ب}^{2}\,\text{ماَ}^{2}}{\text{ح ط}} = \frac{\text{ا}^{2}\,\text{لاَ}^{2} + \text{ب}^{2}\,\text{ماَ}^{2}}{\text{ح ط}}$$

اور ذرہ پر عمل کرنے والی حاصل قوت کا جزوِ تحلیلی نیم قطر سمتی کی سمت میں ح جم (ع-عَ)

یعنی $\dfrac{(ا^2\ لا^2 + ب^2\ ما^2)}{ط}$ ہے۔

اگر ہم مساوات ا^2 لا^2 + ب^2 ما^2 = ک^2 کی شکل کا ناقص کھینچیں جو نقطہ ذ میں سے گزرتا ہو تو چونکہ ذ کے محدد لاَ ماَ ہیں اور اس نقطہ میں سے گزرنے والے خطِ مماس کی مساوات ا^2 لا لاَ + ب^2 ما ماَ = ک^2 اور اس مقام پر کے عماد کی مساوات (لا - لاَ) ب^2 ماَ = (ما - ماَ) ا^2 لاَ

یعنی ما (ا^2 لاَ) = لا (ب^2 ماَ) + لاَ ماَ (ا^2 - ب^2)

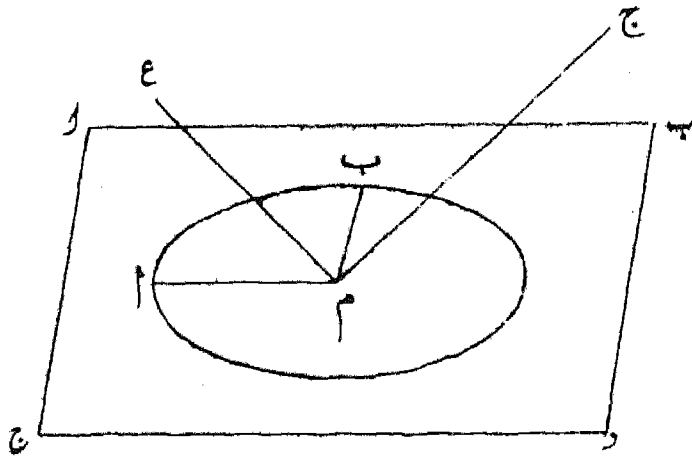
جس سے واضح ہے کہ نقطہ ذ میں سے گزرنے والا عماد لا و ما کے محوروں کے ساتھ جو زاویے بناتا ہے ان کی جیوب التمام باہم ا^2 لاَ اور ب^2 ماَ کی نسبت رکھتی ہیں اس لیے زیرِ بحث صورت میں حاصل قوت عمود ع م کے متوازی سمت میں عمل کرتی ہے جو مرکز م سے نقطہ ذ پر کے خطِ مماس پر گرایا جاتا ہے۔

حاصل قوت کا جزوِ تحلیلی نیم قطر سمتی کی سمت میں $\frac{ک^2}{ط}$ ہے اور قوت فی اکائی فاصلہ $\frac{ک^2}{ط^2}$ ہے۔ پس اگر ذرہ نیم قطر سمتی م ذ پر حرکت کرنے پر مجبور کیا جائے تو اس کا وقتِ دوران $\frac{۲\pi\ ط}{ک}$ ہوگا۔ چونکہ نسبت $\frac{ط}{ک}$ صرف م ذ کی سمت کے تابع ہے جو نتیجہ اخذ کیا گیا ہے ک کی کسی خاص قیمت کے غیر تابع ہے۔

اگر یہ تحقیق بجائے دو ابعاد کے تین ابعاد سے متعلق کی جائے اور محور م ی کی سمت میں کشش کا جزوِ ترکیبی ج^2 ی مانا جائے تو بھی وہی نتیجہ برآمد ہوتا ہے اور قوت کا جزوِ ترکیبی جو کسی بھی نیم قطر سمتی م ذ کی سمت میں فی اکائی طول عمل کرتا ہے $\frac{ک^2}{ط^2}$ ہوتا ہے جس میں ط نیم قطر ہے جو سمت م ذ میں مجسم ناقص نما (ellipsoid) ا^2 لا^2 + ب^2 ما^2 + ج^2 ی^2 = ک^2 تک کھینچا جاتا ہے۔

کسی مستوی موج کو بغیر تبدیلی اشاعت پانے کے لیے لازمی ہے کہ قوتِ بازوہی (restitution) نقلِ مکان کے متوازی ہو۔ اگرچہ عام طور پر یہ قوت، ناصیۂ موج کے مستوی میں تک نہیں واقع ہوتی ہے تاہم وہ دو

اجزائے ترکیبی میں تحلیل کی جا سکتی ہے؛ ایک جزو ناصیۂ موج کے مستوی میں اور دوسرا جزو اس کے علی القوائم ۔ فرینیل (Fresnel) نے موخر الذکر جزوِ ترکیبی کو بدیں وجہ نظر انداز کیا کہ یہ جزو عرضی موج کی اشاعت میں کچھ بھی مدد نہیں دیتا ہے۔ ناصیۂ موج کے علی القوائم یعنے موج کے طول کی سمت والا خلل جو لچکدار ٹھوس اشیاء میں اس عمودی جزوِ ترکیبی سے پیدا ہوتا ہے نور کی صورت میں واسطہ (یعنے ایتھر) کے نا قابلِ لچک ہونے کی وجہ سے ناپید تصور کیا جاتا ہے۔
قوت کا وہ جزوِ ترکیبی جو ناصیۂ موج کے متوازی ہے مجسم ناقص نما کے اُس نیم قطر سنی کی سمت میں ہوتا ہے جو نقلِ مکان کی سمت کی مزدوج تراش کے علی القوائم ہے۔ اس بات کو زیادہ وضاحت کے ساتھ سمجھنے کے لیے شکل ۱۱۰ ملاحظہ ہو۔

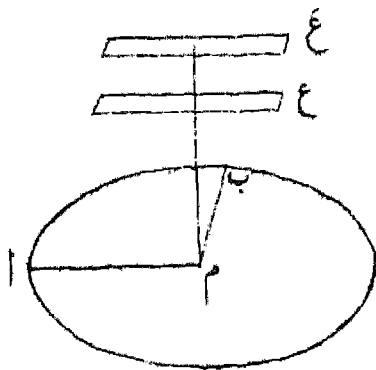
شکل ۱۱۰

اب ج د نور کی ایک مستوی موج ہے جو قلم کے اندر سے گذر رہی ہے۔ اب نقلِ مکان کی سمت ہے۔ فرض کیا جاتا ہے کہ مجسم ناقص نما ناصیۂ موج کے اندر کے ایک نقطہ م کے گرد بنایا گیا ہے جو ناصیہ کو ناقصی تراش میں قطع کرتا ہے۔ نقلِ مکان ا م کی سمت میں ہے جس کی نسبت ہم

فرض کر لینگے کہ وہ ناقص کا نصف محورِ اعظم ہے۔ اور قوت بازدہی کی سمت نیم قطر م ع ہے جو مستوی ب م ج کے علی القوائم ہے۔ اگر ناصیۂ موج پر م ع کا ظل، نقلِ مکان م ا کی سمت سے منطبق ہوتا ہے تو مستوی ا م ع ناصیۂ موج کے علی القوائم ہونا چاہیے۔ اور چونکہ م ع عمود وار ہے م ب پر پس م ب عمود وار ہوگا م ا پر۔ یعنے بالفاظِ دیگر م ا اور م ب ناقصی تراش کے محور ہونگے۔ یہ وہ شرط ہے جو ابتدا ہی میں ہم نے فرض کی تھی۔ اگر نقلِ مکان کی سمت ناقصی تراش کے محوروں میں سے کسی محور کی سمت نہیں ہے تو بازدہی کی موثر قوت کی سمت نقلِ مکان کے متوازی نہ ہوگی اور جیسا کہ اوپر بیان کیا گیا ہے دو مستوی مقطب نور کی موجیں حاصل ہونگی۔ مجسم ناقص نما کی دو تراشیں دائری ہونگی اور ان تراشوں کے متوازی مستوی موجیں بغیر کسی تبدیلی کے اشاعت پائینگی اگرچہ جیسا ہم آگے چل کر بتائینگے ان صورتوں میں شعاعِ نور کی تقسیم ہو سکتی ہے۔ لچک کے مجسم ناقص نما کی یہ دائری تراشیں قلم کے مناظری محوروں کے علی القوائم ہوتی ہیں۔ پس بطورِ اختصار ان امور کو ہم اس طرح بیان کر سکتے ہیں:-

قلم کے اندر کسی بھی دی ہوئی سمت میں اس کے عماد وار مستوی امواج کے دو نظام اشاعت پا سکتے ہیں۔ ان کے متعلقہ اہتزاز ناقصی تراش کے محوروں کی سمتوں میں ہونگے اور اشاعت کی رفتاریں ان محوروں کے طول کے بالعکس متناسب ہونگی۔ لیکن قلم کے اندر دو ایسی بھی سمتیں موجود ہیں جن میں صرف ایک ناصیۂ موج اشاعت پاتا ہے اور ان کو واحد موجی رفتار کے محور یا قلم کے مناظری محور کہتے ہیں۔ ان سمتوں میں مستوی موج کی عماوی اشاعت کی رفتار اہتزاز کی سمت کے غیر تابع ہوتی ہے، اگرچہ وہ سمت جس میں ناصیۂ موج کا ایک محدود حصہ (یعنے شعاع کی سمت) اہتزاز کی نوعیت کے تابع ہوتی ہے۔ اس لیے کہ قلمی واسطوں میں شعاع بالالتزام ناصیۂ موج کے علی القوائم نہیں ہوتی ہے۔

اب ہم سطحِ موج کی شکل کی تحقیق کرنا چاہتے ہیں۔ یہ تحقیق ایک ہندسی عمل پر غور کرنے سے کی جا سکتی ہے جو عماوی رفتاری سطح کہلاتا ہے۔

عمادی رفتاری سطح۔ قلم کے اندر کسی بھی نقطہ م کے گرد لچک کا جسم ناقص نما تیار کرو اور فرض کرو کہ مستوی موجوں کا ایک نظام نقطہ م میں سے تمام ممکنہ سمتوں میں وقتِ واحد میں گزرتا ہے۔ ہم واقف ہو چکے ہیں کہ قلم عموماً صرف ایک خاص سمت میں منقلب اہتزازوں کو منتقل کرنے کی خاصیت رکھتی ہے اور تمام دوسرے قسم کے اہتزازوں کو دو اجزائے ترکیبی میں تحلیل کرتی ہے جو نامساوی رفتاروں کے ساتھ آگے کو بڑھتے ہیں۔ پس اس طرح نقطہ م میں سے مستوی موجوں کے دو نظام گزرتے ہیں۔ ان موجوں کی مختلف سمتوں میں رفتار معلوم کرنے کے لیے حسبِ ذیل طریقہ اختیار کیا جاتا ہے۔ فرض کرو شکل ۱۱۱ میں نقطہ م میں سے گزرنے والی مستوی موجوں میں سے کوئی ایک موج مجسم ناقص نما کو ناقصی تراش ا م ب میں منقطع کرتی ہے جس کے محور م ا اور م ب ہیں۔ نقطہ م پر مستوی کا عماد قائم کرو اور اس پر فاصلے م ع اور م عَ ناپ لو جو محوروں م ا اور م ب کے بالعکس متناسب ہوں۔ اب اگر ناقصی تراش کے مستوی کے متوازی نقاط ع اور عَ میں سے مستوی کھینچے جائیں تو وہ ان دو موجوں کی وضعوں کو تعبیر کرینگے جو وقتِ واحد میں (یا ایک ساتھ) نقطہ م میں سے گزری ہیں۔ ان میں سے ایک موج کے

شکل ۱۱۱

متعلقہ اہتزاز محور م ا کے متوازی ہونگے اور دوسری موج کے اہتزاز محور م ب کے متوازی - اب اگر ہم مستوی ا م ب کو نقطہ م کے گرد ہر ممکن سمت میں گھمائیں تو نقاط ع اور عَ (جن کی قبل ازیں صراحت ہو چکی ہے) ایک ایسی سطح تیار کرینگے جو دو چادروں پر مشتمل ہوگی اور عمادی رفتاروں کی سطح کہلاتی ہے۔ اس سطح کا کوئی بھی نیم قطر سمتی اس سمت میں اشاعت پانے والی مستوی موج کی عمادی رفتار کی تعیین کرتا ہے - چونکہ مستوی ا م ب کی دو وضعوں کے لیے مجسم ناقص نما کی تراش دائری ہوتی ہے اس لیے واضح ہے کہ نقاط ع اور عَ منطبق ہو جاتے ہیں جبکہ نور کی موجیں ان تراشوں کے متوازی ہوتی ہیں۔ ذرا سا غور کرنے سے معلوم ہوگا کہ اندرونی چادر بیرونی چادر کو چار نقطوں میں مس کرے گی۔ لیکن یہ سطح موجی سطح کے مماثل نہیں ہے اس لیے کہ موخرالذکر سطح ان تمام مستوی موجوں کے لف کرنے سے پیدا ہوتی ہے جن پر ابھی غور ہوا ہے۔

ان مستویوں کا خاندان مساوات

ل لا + م ما + ن ی = ر

سے تعبیر کیا جاتا ہے، جس میں ل، م، ن اس سمت کی سمتی جیوب التمام ہیں جس میں موج رفتار (ر) کے ساتھ سفر کرتی ہے - یہ رفتار (ر) خود ل، م، ن کا ایک تفاعل ہے - ہمیں ان مقادیر کو باہم دیگر ملانے والے ایک رشتہ کی ضرورت ہے۔

اگر سمت لَ مَ نَ (یعنے وہ سمت جس کے جیوب التمام لَ مَ نَ ہوں) میں اشاعت کی رفتار (ر) ہو تو موجی سطح مستویوں ل لا + م ما + ن ی = ر کا لفاف ہے جس میں ر مقادیر ل، م، ن کا وہ تفاعل ہے جس کی نوعیت ہم معلوم کرنا چاہتے ہیں - اگر (لہ، مہ، نہ) نقطہ ناظر اہتزاز کی سمت کے جیوب التمام ہیں تو

ل لہ + م مہ + ن نہ = ۰

فرینیل کے قرار دادہ اصول کے لحاظ سے فوراً یہ نتیجہ برآمد ہوتا ہے کہ بازدہی کی قوت (اَ لہ، بَ مہ، جَ نہ) فی اکائی نقل مکان، معادل ہے

ایک قوت ر^۲ کے جس کی سمت (لہ مہ نہ) ہے مع ایک اور قوت ف کے جس کی سمت (ل م ن) ہے۔
محدد محوروں کے متوازی تحلیل کرنے سے، مساواتیں

$$ل ف = ا^۲ لہ - ر^۲ لہ ، م ف = ب^۲ مہ - ر^۲ مہ ، ن ف = ج^۲ نہ - ر^۲ نہ$$

حاصل ہوتی ہیں۔ یعنے

$$لہ = \frac{ل ف}{ا^۲ - ر^۲} ، مہ = \frac{م ف}{ب^۲ - ر^۲} ، نہ = \frac{ن ف}{ج^۲ - ر^۲}$$

ان کو بالترتیب ل، م، ن سے ضرب دینے سے اور یہ یاد رکھ کر کہ
$ل لہ + م مہ + ن نہ = ۰$

مساوات $\frac{ل^۲}{ا^۲ - ر^۲} + \frac{م^۲}{ب^۲ - ر^۲} + \frac{ن^۲}{ج^۲ - ر^۲} = ۰$ ...(۱)
حاصل ہوتی ہے جس کو ہم اب کام میں لائینگے۔

موجی سطح - شکل $\frac{۱}{۱۱۱}$ والی تراش ا م ب کی ہر وضع کے لیے اگر ہم نقاط ع اور عَ میں سے تراش مذکور کے متوازی مستوی تیار کریں تو یہ مستویات ایک سطح کو لف کرینگے جو دو چادروں پر مشتمل ہوگی اور اپنی عام صورت کے مدنظر عمادی موجی سطح کے مشابہ ہوگی جس کا ہم نے ابھی ذکر کیا ہے۔ اس وقت جس سطح کی تعریف کی جا رہی ہے حقیقی موجی سطح ہے اور موج کی اُس شکل کو تعبیر کرتی ہے جو قلم کے اندر نور کے شایع ہونے سے صورت پذیر ہوتی ہے۔
جو مساوات اس موجی سطح کو لف کرنے والے مستوی موجوں کے نظام کو تعبیر کرتی ہے
$ل لا + م ا + ن ی = ر$ .... (۲) ہے
جن میں ل، م، ن اور ر مندرجۂ ذیل شرائط کے تابع ہیں:-

$\frac{ل^۲}{ر^۲ - ا^۲} + \frac{م^۲}{ر^۲ - ب^۲} + \frac{ن^۲}{ر^۲ - ج^۲} = ۰$ اور $ل^۲ + م^۲ + ن^۲ = ۱$ ... (۳)

آرچیبالڈ اسمتھ (Archibald Smith) نے ۱۸۳۸ء میں موجی سطح کی مساوات اس طرح دریافت کی تھی :— [دیکھو سنہ مذکور کا فلوسوفیکل میگزین صفحہ ۳۳۵]۔

مندرجۂ بالا تین مساواتوں کو (ل، م، ن کو متغیر مان کر) تفرقانے سے

$$\text{لا فرل} + \text{ما فرم} + \text{ی فرن} = \text{فرر} \quad \ldots\ldots \quad (۴)$$

$$\frac{\text{ل فرل}}{\text{ر}^2 - \text{ا}^2} + \frac{\text{م فرم}}{\text{ر}^2 - \text{ب}^2} + \frac{\text{ن فرن}}{\text{ر}^2 - \text{ج}^2} - \left\{ \frac{\text{ل}^2}{(\text{ر}^2 - \text{ا}^2)^2} + \frac{\text{م}^2}{(\text{ر}^2 - \text{ب}^2)^2} + \frac{\text{ن}^2}{(\text{ر}^2 - \text{ج}^2)^2} \right\} \text{ر فرر} = ۰$$

اگر $\frac{\text{ل}^2}{(\text{ر}^2 - \text{ا}^2)^2} + \frac{\text{م}^2}{(\text{ر}^2 + \text{ب}^2)^2} + \frac{\text{ن}^2}{(\text{ر}^2 + \text{ج}^2)^2}$ کے عوض اختصاراً ک لکھا جائے تو

$$\frac{\text{ل فرل}}{\text{ر}^2 - \text{ا}^2} + \frac{\text{م فرم}}{\text{ر}^2 + \text{ب}^2} + \frac{\text{ن فرن}}{\text{ر}^2 + \text{ج}^2} = \text{ک ر فرر} \quad \ldots (۵)$$

$$\text{اور} \quad \text{ل فرل} + \text{م فرم} + \text{ن فرن} = ۰ \quad \ldots\ldots \quad (۶)$$

مندرجۂ بالا تین مساواتیں در اصل دو غیر تابع مساواتوں کے معادل ہیں۔ پس غیر معین ضاربوں (undetermined multipliers) کے طریقے سے لفاف سطح کی مساوات حاصل کی جا سکتی ہے :—

ا اور ب ایسے دو مقادیر دریافت ہو سکتے ہیں کہ اگر اُن سے مساواتوں (۶) اور (۵) کو بالترتیب ضرب دے کر جمع کیا جائے تو محصلہ مساوات کے سر (coefficient) مساوات (۴) کے سروں کے مساوی ہونگے۔

پس

$$\text{ل فرل}\left(\text{ا} + \frac{\text{ب}}{\text{ر}^2 - \text{ا}^2}\right) + \text{م فرم}\left(\text{ا} + \frac{\text{ب}}{\text{ر}^2 - \text{ب}^2}\right) + \text{ن فرن}\left(\text{ا} + \frac{\text{ج}}{\text{ر}^2 - \text{ج}^2}\right) = \text{ب ک ر فرر}$$

اور چونکہ $\text{لا فرل} + \text{ما فرم} + \text{ی فرن} = \text{فرر}$

$$\therefore \left\{ \begin{aligned} \text{لا} &= \text{ا ل} + \frac{\text{ب ل}}{\text{ر}^2 - \text{ا}^2} \\ \text{ما} &= \text{ا م} + \frac{\text{ب م}}{\text{ر}^2 - \text{ب}^2} \\ \text{ی} &= \text{ا ن} + \frac{\text{ب ن}}{\text{ر}^2 - \text{ج}^2} \end{aligned} \right. \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (۷)$$

اور $\text{ا} = \text{ب}\,\text{ک}\,\text{ر}$ .... (۸)

اب ہمیں ا اور ب کو ساقط کرنا ہے۔ مساواتوں (۷) کو علی الترتیب ل، م، ن سے ضرب دے کر جمع کرو تب مساواتوں (۲)، (۳) اور (۱) کے ذریعے

$\text{ر} = \text{ا}$ .... (۹)

مساواتوں (۷) کے مختلف اجزاء کے دونوں جانبوں کے مربعوں کو جمع کرنے سے

$$\text{ط}^2 = \text{ا}^2 + \text{ب}^2\,\text{ک} \quad (\text{جس میں } \text{ط}^2 = \text{لا}^2 + \text{ما}^2 + \text{ی}^2)$$

اس کو مساواتوں (۸) اور (۹) کے ساتھ ملانے سے

$$\text{ب} = \text{ب}^2\,\text{ک}\,\text{ر} = (\text{ط}^2 - \text{ر}^2)\,\text{ر}$$

ا اور ب کی یہ قیمتیں مساوات (۷) میں تعویض کرنے سے

$$\text{لا} = \text{رل} + \frac{\text{ر}(\text{ط}^2 - \text{ر}^2)\,\text{ل}}{\text{ر}^2 - \text{ا}^2} = \frac{\text{رل}(\text{ط}^2 - \text{ا}^2)}{\text{ر}^2 - \text{ا}^2}$$

یعنی
$$\frac{\text{لا}}{\text{ط}^2 - \text{ا}^2} = \frac{\text{رل}}{\text{ر}^2 - \text{ا}^2} = \frac{\text{لا} - \text{رل}}{\text{ط}^2 - \text{ر}^2}$$

اسی طرح
$$\frac{\text{ما}}{\text{ط}^2 - \text{ب}^2} = \frac{\text{رم}}{\text{ر}^2 - \text{ب}^2} = \frac{\text{ما} - \text{رم}}{\text{ط}^2 - \text{ر}^2} \quad \text{....} \; (۱۰)$$

اور
$$\frac{\text{ی}}{\text{ط}^2 - \text{ج}^2} = \frac{\text{رن}}{\text{ر}^2 - \text{ج}^2} = \frac{\text{ی} - \text{رن}}{\text{ط}^2 - \text{ر}^2}$$

ان مساواتوں کو علی الترتیب لا، ما، ی سے ضرب دے کر جمع کرنے سے ہمیں موجی سطح کی مطلوبہ مساوات، یعنی

$$\frac{\text{لا}^2}{\text{ط}^2 - \text{ا}^2} + \frac{\text{ما}^2}{\text{ط}^2 - \text{ب}^2} + \frac{\text{ی}^2}{\text{ط}^2 - \text{ج}^2} = 1 \quad \text{......} \; (۱۱)$$

حاصل ہوتی ہے۔

اس سے موجی سطح کی اکائی وقت کے بعد کی وضع دستیاب ہوتی ہے۔

موجی سطح کی تراشیں جو محدّد مستویوں سے بنتی ہیں ۔ قلم کے اندر موجی سطح کی جو شکل ہوتی ہے اس کو ذہن نشین کرنے کا سب سے سہل طریقہ یہ ہے کہ تینوں محدّد مستویوں سے اس کی جو تراشیں بنتی ہیں اُن پر غور کیا جائے۔ اگر مساوات (۱۱) سے نسب نما حذف کر دیا جائے تو

$$\text{لا}^2(\text{ط}^2-\text{ب}^2)(\text{ط}^2-\text{ج}^2)+\text{ما}^2(\text{ط}^2-\text{ج}^2)(\text{ط}^2-\text{ر}^2)+\text{ی}^2(\text{ط}^2-\text{ر}^2)(\text{ط}^2-\text{ب}^2)$$

$$=(\text{ط}^2-\text{ر}^2)(\text{ط}^2-\text{ب}^2)(\text{ط}^2-\text{ج}^2) \;\ldots\ldots\; (12)$$

جب لا = ۰ تو

$$(\text{ط}^2-\text{ر}^2)\left\{\text{ما}^2(\text{ط}^2-\text{ج}^2)+\text{ی}^2(\text{ط}^2-\text{ب}^2)-(\text{ط}^2-\text{ب}^2)(\text{ط}^2-\text{ج}^2)\right\}=0$$

سیدھے جانب کے جملہ کا دوسرا جزوِ ضربی

$$-\text{ما}^2\text{ج}^2-\text{ی}^2\text{ب}^2+(\text{ما}^2+\text{ی}^2)(\text{ب}^2+\text{ج}^2)-\text{ب}^2\text{ج}^2=0$$

یعنے $\text{ما}^2\text{ب}^2+\text{ی}^2\text{ج}^2-\text{ب}^2\text{ج}^2=0$ میں تحویل ہوجاتا ہے۔

پس اس سے واضح ہے کہ (ما ی) والا مستوی موجی سطح کو شکلوں

$\text{ط}^2-\text{ر}^2=\text{لا}^2+\text{ما}^2+\text{ی}^2-\text{ر}^2=0$ یعنے $\text{ما}^2+\text{ی}^2=\text{ر}^2$ (اس لیے کہ لا = ۰ مانا گیا ہے)

اور $\dfrac{\text{ما}^2}{\text{ج}^2}+\dfrac{\text{ی}^2}{\text{ب}^2}=1$ میں منقطع کرتا ہے۔

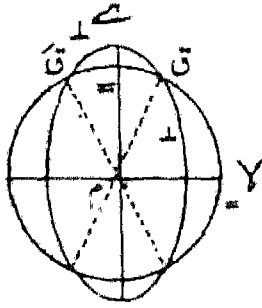
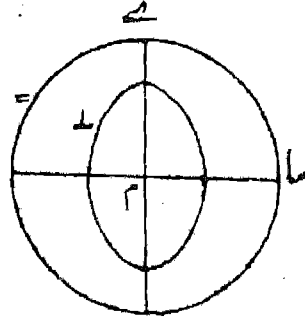
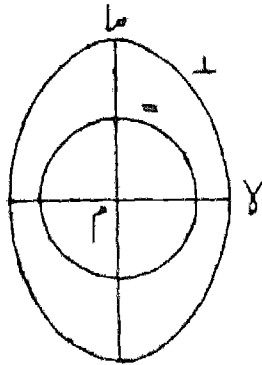
پہلی مساوات ر نصف قطر والے دائرہ کی ہے اور دوسری ج اور ب نصف محوروں والے ایک ناقص کی جو بالکلیہ متذکرۂ بالا دائرہ کے اندر واقع ہے۔ دیکھو شکل ۱۱۳ ۔

جب ما = ۰ تو مساوات (۱۲)

$$(\text{ط}^2 - \text{ب}^2)\{\text{لا}^2(\text{ط}^2 - \text{ج}^2) + \text{ی}^2(\text{ط}^2 - \text{ر}^2)\} - (\text{ط}^2 - \text{ر}^2)(\text{ط}^2 - \text{ج}^2) = ۰$$

میں تحویل ہو جاتی ہے۔
اور سیدھے جانب کے جملے کا دوسرا جزوِ ضربی مختصر ہو کر $\text{لا}^2\text{ر}^2 + \text{ی}^2\text{ج}^2 - \text{ر}^2\text{ج}^2 = ۰$
بن جاتا ہے۔ پس مستوی (ی لا) موجی سطح کو

$$\text{لا}^2 + \text{ی}^2 = \text{ب}^2$$

اور $\dfrac{\text{لا}^2}{\text{ج}^2} + \dfrac{\text{ی}^2}{\text{ر}^2} = ۱$ شکلوں میں منقطع کرتا ہے۔ جن میں سے اول الذکر ب نصف قطر کا ایک دائرہ ہے اور دوسرا قطع ناقص جو ایک دوسرے کے ساتھ چار نقطوں میں متقاطع ہیں۔ دیکھو شکل ۱۱۳۔

شکل ۱۱۲

شکل ۱۱۳

شکل ۱۱۴

جب ی = ۰ تو مستوی (لا ما) موجی سطح کو
دائرہ $لا^۲ + ما^۲ = ج^۲$

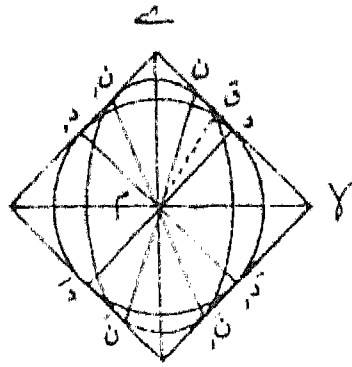
اور قطع ناقص $\frac{لا^۲}{ب^۲} + \frac{ما^۲}{ا^۲} = ۱$ میں منقطع کرتا ہے۔ ان میں سے دائرہ بالکلیہ ناقص کے اندر واقع ہے۔ دیکھو شکل ۱۱۴۔

ان تینوں صورتوں میں تقطیب کی سمت لچک کے مجسم ناقص نما سے معلوم کر لی جا سکتی ہے۔ چنانچہ متذکرۂ بالا تین شکلوں میں اس کی صراحت کر دی گئی ہے۔ علامت ⊥ سے یہ مراد ہے کہ نور شکل کے مستوی کے علی القوائم مقطب ہے اور علامت = سے مراد ہے کہ نور شکل کے مستوی میں مقطب ہے۔

پس موجی سطح دو چادروں پر مشتمل ہے جو صرف چار نقطوں (و، ز، ژ اور ح) میں باہم دیگر متقاطع ہوتے ہیں اور کسی دوسرے میں نہیں۔ دیکھو شکل ۱۱۳۔ یہ نقطے مبداء م میں سے گزرنے والے دو خطوطِ مستقیم م ق، م قَ پر واقع ہوتے ہیں جو واحد شعاعی رفتار کے محور کہلاتے ہیں۔ واضح ہو کہ یہ خطوط قلم کے مناظری محوروں سے بالکل مختلف ہیں۔

جب نور کی موج دو محوری قلم کی سطح پر منعطف ہوتی ہے تو منعطف شعاع اور ناصیئہ موج، موجی سطح سے، ہونگنیز کے عمل سے، ایسا ہی دریافت کر لیے جا سکتے ہیں جیسا کہ یک محوری قلم کی صورت میں ممکن ہے۔ لیکن دو محوری قلم کی صورت میں حالات زیادہ پیچیدہ ہوتے ہیں۔ جیسا کہ قبل ازیں ذکر آ چکا ہے دونوں منعطف شعاعوں میں سے کوئی ایک بھی عموماً وقوع کے مستوی میں نہیں ہوتی ہے۔

اگرچہ ایک ہی عماد سے متعلق دونوں موجیں ایک دوسرے کے علی القوائم مقطب ہوتی ہیں، تاہم کسی دی ہوئی شعاع سے متعلق دو تقطیبی مستویا باہم دیگر علی القوائم نہیں ہوتے ہیں الا اس صورت میں کہ شعاع موجی عماد سے منطبق ہوتی ہے۔

مناظری محور یا واحد موجی رفتار کے محور - ان پر غور کرنے کے لیے شکل ۱۱۵ ملاحظہ ہو جو شکل ۱۱۳ کی طرح موجی سطح کی مستوی لا ے والی تراش کو تعبیر کرتی ہے لیکن اس میں چار مماسی خط د ن، دَ نَ اور دٖ نٖ، دَٖ نَٖ بھی کھینچے گئے ہیں جو دائرہ اور ناقص کو علی الترتیب نقاطِ مذکور میں مس کرتے ہیں۔ یہ خطوط دراصل مستویاں ہیں جو موجی سطح کی چادروں کو مس کرتی ہیں۔ مستوی د ن سطح کی ایک چادر کو نقطۂ د میں اور دوسری چادر کو نقطہ ن میں مس کرتا ہے۔ اسی طرح دوسرے مستوی بھی دوسری چادروں کو مس کرتے ہیں۔ د ن نصف قطر م د (= ب) کے علی القوائم ہے۔ اور چونکہ دونوں چادروں کے مماسی مستوی جو نصف قطر م د کے علی القوائم ہیں باہم دیگر منطبق ہیں اس لیے م د مناظری محور ہے۔ اس طرح م دَ وغیرہ۔

شکل ۱۱۵

سر ولیم ھیملٹن نے جیسا سب سے پہلے ثابت کیا تھا یہ بتایا جا سکتا ہے کہ مشترک مماسی مستوی موجی سطح کو نہ صرف دو نقطوں د اور ن میں مس کرتا ہے بلکہ ایک دائرہ میں جس کا د ن قطر ہے۔

اس لیے کہ مساواتوں (۱۰) میں پہلی مساوات کو ل سے اور تیسری کو ن سے ضرب دینے سے

$$\frac{\text{ل لا}}{\text{ط}^2-\text{ا}^2}+\frac{\text{ن ی}}{\text{ط}^2-\text{ج}^2}=\text{ر}\left(\frac{\text{ل}^2}{\text{ر}^2-\text{ا}^2}+\frac{\text{ن}^2}{\text{ر}^2-\text{ج}^2}\right)$$

اگر (ل، م، ن) مناظری محور کی سمتی جیوب التمام ہوں تو

$$\frac{\text{ل}^2}{\text{ا}^2-\text{ب}^2}=\frac{\text{ن}^2}{\text{ب}^2-\text{ج}^2}\text{، م} = 0 \text{ اور ر} = \text{ب}$$

پس متذکرہ بالا مساوات کے سیدھے جانب کا جملہ $= \text{ر}\left(\frac{\text{ل}^2}{\text{ب}^2-\text{ا}^2}+\frac{\text{ن}^2}{\text{ب}^2-\text{ج}^2}\right)=0$

اور $\text{ل لا}(\text{ط}^2-\text{ج}^2)+\text{ن ی}(\text{ط}^2-\text{ا}^2)=0$ ...... (۱۳)

اس مساوات میں لا، ما، ی ناصیۂ موج کے ساتھ سمت (ل، م، ن) میں شعاع کے نقطۂ تماس کی تعیین کرتے ہیں۔ نقطہ د پر کے مماسی مستوی کی مساوات

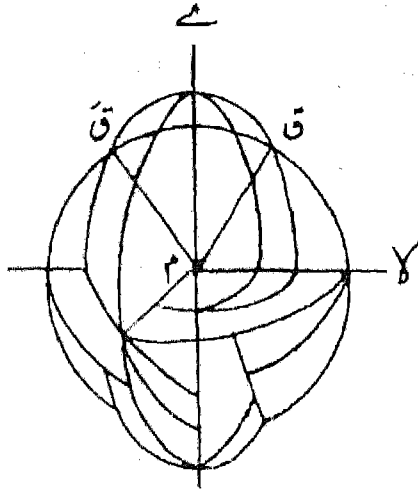
$\text{ل لا} + \text{ن ی} = \text{ب}$ .... (۱۴) ہے

پس مساواتوں (۱۳) اور (۱۴) کے ملاپ سے

$\text{ب}(\text{لا}^2+\text{ما}^2+\text{ی}^2)-\text{ل ج}^2\text{ لا}-\text{ن ا}^2\text{ ی}=0$ .... (۱۵)

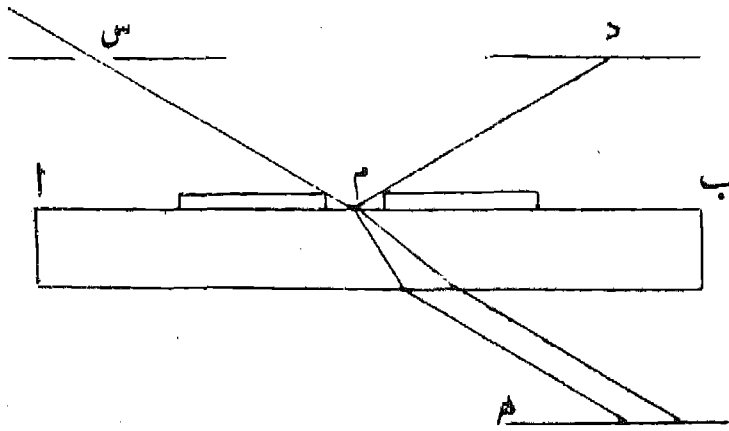
جو مبداء میں سے گزرنے والے ایک کرہ کی مساوات ہے۔

پس نقطۂ تماس کا طریق مساواتوں (۱۴) اور (۱۵) کی شکلوں یعنے مستوی اور کرہ کے تقاطع سے تعبیر پاتا ہے اور اس لیے ایک دائرہ ہے۔ نقطہ ق پر موجی سطح میں ایک گڑھا واقع ہے۔ مماسی مستوی د ن اس کو پورا ڈھانپ دیتا ہے اور موجی سطح تو اس گڑھے کے گرد اگرد ایک دائرہ میں مس کرتا ہے۔ چونکہ شعاع کی سمت مماسی مستوی کے نقطۂ تماس سے معیّن ہوتی ہے، اس لیے صورت زیر بحث میں مبداء کو دائرہ سے ملانے والی شعاعوں کی تعداد نا متناہی ہے اور وہ ایک مخروط کی سطح پر واقع ہوتی ہیں۔ پس نقطہ م سے شعاعوں کا ایک کھوکھلا مخروط منفرج ہوگا جو مماسی دائرہ کے

محیط میں سے گزریگا۔ اس کا نام مخروطی انعطاف (conical refraction) رکھا گیا ہے۔

شکل ۱۱۶

فرینیل کی موجی سطح کی تراشیں مزید وضاحت کے لیے شکل ۱۱۶ میں بتائی گئی ہیں۔

اندرونی و بیرونی مخروطی انعطاف - سر ولیم ہیملٹن نے اپنا یہ نظری نتیجہ تجربی تصدیق کی غرض سے ڈاکٹر لائیڈ (Lloyd) کے پاس پیش کیا۔ اُس نے اراگونائیٹ (aragonite) قلم کی ایک تختی لی جس کے پہلو مناظری محورین کے مُنصّف کے علی القوائم تراشے گئے تھے - یعنے محددی مستوی لا ما کے متوازی تھے۔ اس قلم کے تذکرہ بالا محوروں کا انفصالی زاویہ نسبتۃً بڑا ہوتا ہے اور رُڈبرگ (Rudberg) نے پیشتر ہی سے اس کے صدر انعطاف نماؤں کی کافی صحت کے ساتھ پیمائش کرلی تھی -

اندرونی مخروطی انعطاف کی تصدیق کے لیے لائیڈ نے دو پردوں کے سوراخوں میں سے نور کی ایک باریک پنسل کو گزار کر مصرعہ بالا قلم کی تختی میں سے منعطف ہونے دیا (دیکھو شکل ۱۱۷) - قلم کی بالائی سطح پر رکھے ہوئے پردہ کو حرکت دینے سے پنسل کا زاویۂ وقوع حسبِ ضرورت بدلا گیا - قلم میں سے خارج ہو کر اس کے نیچے کی سطح سے کچھ دور رکھے ہوئے تیسرے پردہ ھ و پر جب منعطف پنسل ٹکرائی تو عموماً دو سفید دھبے (معمولی اور غیر معمولی پنسلوں کے) صورت پذیر ہوئے - لیکن ایک خاص زاویۂ وقوع ایسا دریافت ہوا کہ پنسل کی اس وضع میں یہ دھبے پردہ ھ پر ایک واحد منور حلقہ کی شکل میں پھیل گئے جس کے اندر کا حصہ تاریک تھا - پس اس سے اندرونی مخروطی انعطاف کا نظریہ قطعی طور پر صحیح ثابت ہوا -

شکل ۱۱۷

اس خاص انعطاف سے متعلق پنسل کا زاویۂ وقوع معلوم کرنے کے لیے قلم کی بالائی سطح پر سے واقع پنسل س م کو منعکس کرا کر پردہ د پر روک لیا گیا - زاویہ س م د ناپ لیا گیا - واضح ہے کہ اس کا

نسبت مطلوبہ زاویۂ وقوع ہے - اس طرح پیمائش سے زاویہ کی جو قیمت حاصل ہوئی نظری قیمت سے بالکلیہ منطبق ہوئی - ایسا ہی شعاعوں کے اندرونی مخروط کا انتصابی زاویہ بھی ناپا گیا تو نظریہ کے ساتھ منطبق پایا گیا-

واحد شعاعی رفتار کے محوروں کی سمت کی

تعیین - شکل ۱۱۳ یا ۱۱۶ کے معائنہ سے واضح ہے کہ خطوط م ق اور م قَ موجی سطح سے (جیسا کہ قبل ازیں بیان ہو چکا ہے) مخروط نما گڑھوں میں ملتے ہیں - یہی خطوط واحد شعاعی رفتار کے محور ہیں - نقطہ ق یا قَ پر مماسی مستویوں کی ایک نا متناہی تعداد کھینچی جا سکتی ہے جو ایک مخروط تیار کرتے ہیں جو نقطہ ق یا قَ پر مماسی مخروط کہلاتا ہے - پس شعاع م ق یا م قَ مستوی موجوں کی ایک نا متناہی بڑی تعداد کے متناظر ہے جو قلم کے اندر مختلف موجی رفتاروں سے لیکن ایک ہی شعاعی رفتار سے سفر کرتی ہے -

قلم میں اس واحد شعاعی رفتار والی سمت کی باسانی تعیین ہو سکتی ہے - چنانچہ اگر نقطہ ق شکل ۱۱۳ میں کے محدد لا، ی فرض کیے جائیں اور زاویہ لا م ق = ف ہو تو

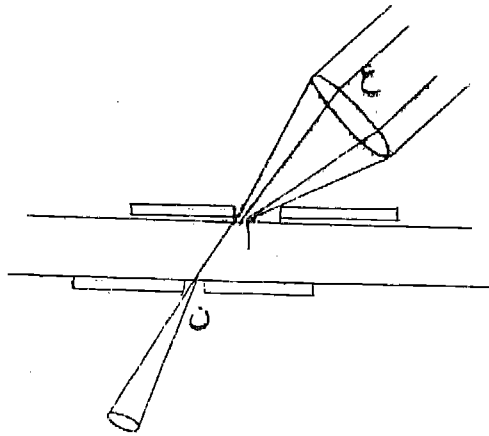
$$\text{جب ف} = \frac{\text{ی}}{(\text{لا}^2 + \text{ی}^2)^{\frac{1}{2}}}$$

چونکہ ق دائرہ $(\text{لا}^2 + \text{ی}^2 = \text{ب}^2)$ پر واقع ہے اور ساتھ ہی محور $\left(\frac{\text{لا}^2}{\text{ج}^2} + \frac{\text{ی}^2}{\text{ا}^2} = 1\right)$ پر آخر الذکر مساوات میں لا² کی قیمت تعویض کرنے سے

$$\frac{\text{ب}^2 - \text{ی}^2}{\text{ج}^2} + \frac{\text{ی}^2}{\text{ا}^2} = 1 \quad \therefore \quad \text{ی}^2\left(\frac{1}{\text{ا}^2} - \frac{1}{\text{ج}^2}\right) = 1 - \frac{\text{ب}^2}{\text{ج}^2}$$

$$\therefore \text{ی} = \pm\, \text{ا} \sqrt{\frac{\text{ب}^2 - \text{ج}^2}{\text{ا}^2 - \text{ج}^2}}$$

اس لیے جب فہ $= \frac{ی}{ب} = \pm \frac{ا}{ب} \sqrt{\frac{ب^2 - ج^2}{ا^2 - ج^2}}$

بیرونی مخروطی انعطاف - سر ولیم ہیملٹن کے کہنے پر ڈاکٹر لائیڈ نے بیرونی مخروطی انعطاف کی بھی تجربی تصدیق کی - ارا گونائیٹ کی جس تختی کا قبل ازیں ذکر آچکا ہے اس کی بالائی سطح کے نقطہ م پر (دیکھو شکل ۱۱۸) نور کی ایک مخروطی پنسل ماسکہ پر لائی گئی قلم کی اوپر اور نیچے والی سطحوں پر سوراخوں والے دو پردے یا دیا فرغمے لگا دیے گئے عدسے کے محور اور نیچے والے پردہ کو حسبِ ضرورت ترتیب دینے سے پردوں کے سوراخوں کو ملانے والا خط قلم کے اندر کی واحد شعاعی رفتار کے محور کے ساتھ منطبق کر دیا جا سکا - ایسی صورت میں م پر شعاعوں کا جو پورا مخروط واقع ہوا اس میں سے وہ شعاعیں جو ایک خاص کھوکھلے مخروط کے متناظر تھیں اس طرح منعطف ہوئیں کہ ان کی سمت واحد شعاعی رفتار کے محور سے منطبق ہو گئی - جب یہ شعاعیں قلم سے نقطہ ن پر خارج ہوئیں تو ایک منور کھوکھلے مخروط کی

شکل ۱۱۸

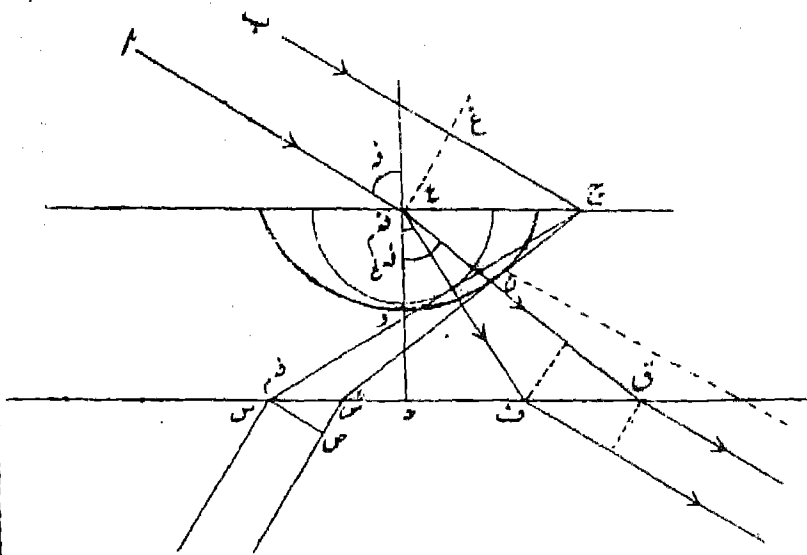
شکل میں برآمد ہوئیں جس کا محور واقع شعاعوں کی پنسل کے محور کا متوازی تھا -

چنانچہ ن کے پاس تختی کے نیچے آنکھ رکھ کر دیکھنے سے ایک منور کھو کھلا حلقہ دکھائی دیا۔

قلمی تختیوں میں مقطب نور کا تداخل

دو نیکول کے منشوروں کے مابین متوازی پہلوؤں والی قلمی تختی میں سے جب نور کی پنسل گزرتی ہے تو علی العموم میدانِ نظر میں دلچسپ شکلیں تیار کرتی ہے۔ ہم پہلے یک محوری قلم کی تختی سے بحث کرینگے اور بتائینگے کہ نیکول جب متوازی وضع میں ہوتے ہیں تو تداخلِ نور سے کیسی شکلیں بنتی ہیں اور علی القوائم وضع میں کیسی۔ پنسل متوازی شعاعوں پر مشتمل ہو تو کیا کیفیت مشاہدہ ہوتی ہے اور مستدق یا متسع شعاعوں پر مشتمل ہو تو کیا۔ اگر نور یک لونی نہ ہو سفید ہو تو اشکال کا کیا رنگ ہوتا ہے۔ چونکہ تداخل کے لیے ضروری ہے کہ معمولی اور غیر معمولی پنسلوں کے راستے منطبق ہوں اس لیے فرض کیا جائیگا کہ قلمی تختی کافی پتلی ہے۔ ایسی صورت میں شعاعیں تقریباً ایک ہی راستہ سے گزرینگی لیکن ان کی رفتاریں مختلف ہونے کی وجہ سے مقطب پنسلوں میں اختلافِ ہیئت واقع ہوگا جو تداخل پیدا کریگا۔ سہولت کی خاطر یہ بھی فرض کر لیا جائیگا کہ تختی کی سطحوں پر نور کا بہت کم حصہ انعکاس کی وجہ سے ضائع جاتا ہے۔

شکل ۱۱۹ میں متوازی شعاعوں کی پنسل ا ع ' ب ج ایک قلمی تختی پر واقع ہوتی ہے جس کی سطحیں ج ع اور ف س مناظری محور ع د کے علی القوائم تراشی گئی ہیں۔ اگر تختی شعاع کے حائل نہ ہوتی تو شعاع سیدھی نقطہ دار خط کی سمت میں رفتار سہ کے ساتھ چلی جاتی۔ تختی میں معمولی اور غیر معمولی شعاعوں سے متعلق ناصیۂ موج معلوم کرنے کے لیے ع کو مرکز مان کر دائرہ اور قطع ناقص بناؤ جو ایک دوسرے کو نقطہ و پر مس کرتے ہیں اور ج سے ان پر خطوطِ مماس ج م س اور ج ن ش کھینچو۔ اگر قلم میں معمولی اور غیر معمولی موجوں کی رفتاریں سم اور سغ سے تعبیر کی جائیں تو شکل سے ظاہر ہے کہ سہ < سغ < سم

شعاعوں ع م اور ع ن کو ف اور ق تک آگے بڑھاؤ جہاں وہ قلم کی دوسری سطح سے مل جائیں۔ یہاں پہنچ کر شعاعیں ہوا میں واقع پنسل کی ابتدائی سمت کے متوازی منعطف ہو جائینگی۔ اسی طرح ہوا میں پہنچ کر معمولی اور غیر معمولی شعاعوں کے ناصیۂ موج (ج س اور ج ش) ابتدائی ناصیۂ موج ع غ کے متوازی ہو جائینگے۔ ان کے مابین تفاوتِ راہ س ص ہوگا جو ان کا درمیانی عمودی فاصلہ ہے۔

شکل ۱۱۹

س ص = س ش جیب فہ = ع د (م ف س ج - م ف ش ج)

شکل سے واضح ہے کہ ف س ج = فم اور اگر یہ فرض کیا جائے کہ غیر معمولی موج اور اس کے خطِ مماس ج ن کا نقطۂ تماس و سے زیادہ دور نہیں ہے یعنے زاویۂ وقوع فہ کافی چھوٹا ہے تو زاویہ ع ن ش قائمہ تصور کیا جا سکتا ہے۔ اور اس طرح ف ش ج = د ع ن تقریباً

پس ف ش ج = فغ تقریباً

اس لیے س ش = ع د (مم فم − مم فغ) تقریباً

تختی کی موٹائی ع د کو اگر ٹ سے تعبیر کیا جائے تو

س ش = ٹ (مم فم − مم فغ)

$$= \text{ٹ} \left\{ \left(\frac{\text{جب}^2\,\text{فہ}}{\text{جب}^2\,\text{فم}} - \text{جب}^2\,\text{فہ} \right)^{\frac{1}{2}} - \left(\frac{\text{جب}^2\,\text{فہ}}{\text{جب}^2\,\text{فغ}} - \text{جب}^2\,\text{فہ} \right)^{\frac{1}{2}} \right\}$$

$$= \text{ٹ} \left\{ \left(\text{مہ}^2_{\text{م}} - \text{جب}^2\,\text{فہ} \right)^{\frac{1}{2}} - \left(\text{مہ}^2_{\text{غ}} - \text{جب}^2\,\text{فہ} \right)^{\frac{1}{2}} \right\}$$

جس میں مہم اور مہغ علی الترتیب قلم کے معمولی اور غیر معمولی انعطاف نما ہیں۔

قلم کے باہر معمولی اور غیر معمولی ناصیہ ہائے موج میں وقت کا تفاوت $= \dfrac{\text{س ش}}{\text{سرہ}}$

پس ان میں تفاوتِ ہیئت $\text{ھ} = \dfrac{2\pi}{\text{و}} \cdot \dfrac{\text{س ش}}{\text{سرہ}}$

جس میں و = ہوا میں نور کے متعلقہ ارتعاش کا وقتِ دوران

و سرہ = طولِ موج نور (ہوا میں) = لہ

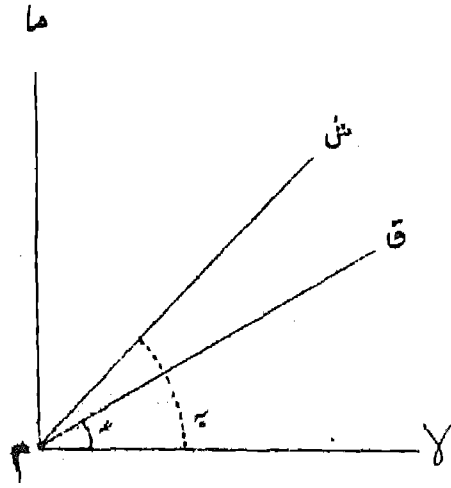
$$\therefore \text{تفاوتِ ہیئت ھ} = \frac{2\pi\,\text{ٹ}}{\text{لہ}} \left\{ \left(\text{مہ}^2_{\text{م}} - \text{جب}^2\,\text{فہ} \right)^{\frac{1}{2}} - \left(\text{مہ}^2_{\text{غ}} - \text{جب}^2\,\text{فہ} \right)^{\frac{1}{2}} \right\}$$

یعنے تفاوتِ ہیئت تختی کی موٹائی ٹ اور زاویۂ وقوع فہ کا تفاعل ہے۔

واضح ہے کہ اگر تختی پتلی ہو فہ کافی چھوٹا تو معمولی اور غیر معمولی شعاعیں قلم کے اندر تقریباً منطبق ہوجاتی ہیں۔ اگر اس منطبق راستہ کے طول کو ل قرار دیا جائے تو

$$\text{تفاوتِ ہیئت} = \frac{2\pi\,\text{ل}}{\text{لہ}} \left(\text{مہم} - \text{مہغ} \right)$$

فرض کرو کہ تختی پر واقع ہونے سے پہلے منقطب نور کا حیطۂ ارتعاش اکائی ہے، اور م ق (شکل ۱۲۰) اس کے تقطیب کا مستوی ہے۔ اگر تختی سے خارج ہونے پر معمولی اور غیر معمولی شعاعوں کے تقطیب کے مستوی م لا اور م ما قرار دیے جائیں تو یہ فرض کر کے کہ م ق کا زاویۂ میلان م لا کے ساتھ

عہ ہے ۔ ان شعاعوں کے حیطۂ ارتعاش علی الترتیب جم عہ اور جب عہ ہیں اور رفتاروں کے اختلاف کی وجہ سے ان کے مابین اختلافِ ہیئت طہ پیدا ہوا ہے ۔ اب اگر مشرح نیکول کی تقطیب کا مستوی م ش مانا جائے اور اس کا زاویۂ میلان م ٧ کے ساتھ بہ تو چونکہ معمولی اور غیر معمولی شعاعوں کے صرف وہی اجزاء ترکیبی اس دوسرے نیکول میں سے منتقل ہو سکتے ہیں جو اس کے مستوی م ش میں منقطب ہوتے ہیں اس لیے ان خارج شدہ شعاعوں کے حیطۂ ارتعاش بالترتیب جم عہ جم بہ اور جب عہ جب بہ

شکل ۱۲۰

ہیں ۔ چونکہ ان کا اختلافِ ہیئت طہ ہے اس لیے پتلی تختی میں سے نکل کر سمتیوں کے متوازی الاضلاع کے اصول سے ایک واحد شعاع (یا پنسل) بن جاتے ہیں جس کی حدت

ح = جم^٢ عہ جم^٢ بہ + جب^٢ عہ جب^٢ بہ + ٢ جم عہ جب عہ جم بہ جب بہ جم طہ

= (جم عہ جم بہ + جب عہ جب بہ)^٢ − ٢ جم عہ جب عہ جم بہ جب بہ (١ − جم طہ)

= جم^٢ (عہ − بہ) − جب ٢ عہ جب ٢ بہ جب^٢ طہ/٢

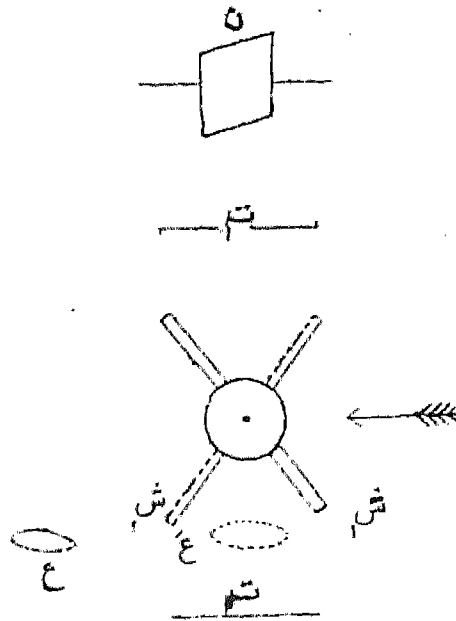
اگر نیکول ایک دوسرے کے متوازی ہوں تو عہ = بہ اور

$$\text{ح} = ۱ - \text{جب}^{۲}\,۲\,\text{عہ}\,\text{جب}^{۲}\,\frac{\text{ط}}{۲}$$

اور اگر نیکول باہم دیگر علی القوائم ہوں تو عہ = بہ $\pm \frac{\pi}{۲}$ اور

$$\text{ح} = \text{جب}^{۲}\,۲\,\text{عہ}\,\text{جب}^{۲}\,\frac{\text{ط}}{۲}$$

یعنی ان دو وضعوں میں حدتیں متمم ہوتی ہیں۔

اب ہم مقلّب نور کے تداخل سے متعلق چند آسان تجربے بیان کرینگے جو بغیر کسی دِقّت کے ہر طالب علم بطور خود کر سکتا ہے۔ پیمایش میں چونکہ بڑی باریکی مقصود نہیں ہے اس لیے شکل ۱۰۰ والا نورنما جہاز گ کا مضعّف بخوبی استعمال ہو سکتا ہے۔ شکل ۱۲۱ میں اس کو ذرا تبدیل کرکے بطور ڈیاگرام کے

شکل ۱۲۱

پیش کیا جاتا ہے۔ ش۱، ش۲ شیشہ کی مقطّب تختیاں ہیں جو اُفقی محور پر گھمائی جا سکتی ہیں۔ تختی جب وضع ش۱ میں ہوتی ہے تو آسمان کی روشنی (یا اگر یک لونی نور مقصود ہو تو سوڈیم کے شعلہ کی منتشرہ روشنی) اس پر تقطیبی زاویہ میں واقع ہو کر بعد انعکاس انتصاباً اوپر کو جاتی ہے اور سوراخدار تختی ت۱ پر جو قلمی تختی رکھی جاتی ہے اس میں سے گزرتی ہوئی مشرّح (یا امتحانی) نیکول ن میں داخل ہوتی ہے۔ اگر شیشہ کی تختی وضع ش۲ میں ہو تو قلمی تختی نیچے کے آئینہ ت۲ پر رکھی جاتی ہے اور اسی طرح نور کی پنسل اس کی دوچند موٹائی میں سے گزرتی ہے۔

(۱) متوازی شعاعوں کا تجربہ۔ یہ شعاعیں جب شیشہ کی تختی ش۱ سے منعکس ہوتی ہیں تو ڈیاگرام کے مستوی میں مقطّب ہوتی ہیں۔ قلمی تختی میں داخل ہو کر شعاعیں دو پنسلوں میں منقسم ہوتی ہیں جو باہم دیگر علی القوائم مقطّب ہیں۔ رفتاروں کے اختلاف کی وجہ سے قلم کے باہر آنے پر اگرچہ ان میں تفاوتِ ہیئت واقع ہوتا ہے لیکن چونکہ ان کی تقطیب کے مستوی مختلف ہیں اس لیے ان کے مابین اس وقت تک تداخل نہیں ہوسکتا جب تک کہ مشرّح نیکول ان کو ایک ہی مستوی میں نہ لائے۔

آنکھ کو قلمی تختی کے اوپر جا سکے پر لانا چاہیے اور چونکہ اس تختی کی سطح کے مختلف مقامات سے آنے والی پنسلیں پتلی ہوتی ہیں اور تختی آنکھ پر جو زاویہ بناتی ہے وہ چھوٹا ہوتا ہے، جو بھی شعاعیں آنکھ میں داخل ہوتی ہیں تختی میں سے عمود وار گزرتی ہیں۔ پس قلمی تختی کی سطح کے ہر نقطہ کے لیے زاویۂ تفاوتِ ہیئت ط کی قیمت ایک ہی ہوتی ہے۔ اور اگر تنویر یک لونی ہو تو قلمی تختی یکساں منوّر نظر آتی ہے۔ اگر واقع نور سفید ہو تو چونکہ زاویہ ط طولِ موج کے لحاظ سے بدلتا ہے، سفید نور کے مختلف اجزائے ترکیبی مساوی مقدار میں منتقل نہیں ہوتے ہیں اس لیے تختی رنگین نظر آتی ہے۔ یہ رنگ قلمی تختی کی موٹائی کے تابع ہوتا ہے اور سب سے خالص اس صورت

میں پایا جاتا ہے جبکہ نیکول کے منشور ایک دوسرے کے علی القوائم ہوتے ہیں۔

بلوری فانہ کے ساتھ تجربہ۔ قلمی تختی کی موٹائی

کے ساتھ رنگ کی تبدیلی بتانے کے لیے بجائے بالکلیہ متوازی پہلوؤں والی تختی کے اگر ایک ایسا بلوری فانہ استعمال کیا جائے جس کی اوپر اور نیچے کی سطحوں کے مابین نصف درجہ کا یا اس سے کم زاویہ ہو اور جس کا مناظری محور اس کے ضلعوں کے متوازی ہو تو مشترح نیکول کو [دیکھو شکل ۱۲۱] علی القوائم وضع میں لاکر اس کے صدر مستوی کے ساتھ فانہ کے محور کو ۴۵° زاویہ پر مائل کرنے سے فانہ کا طول (یعنی اس کا سب سے لمبا ضلع) رنگین بندوں سے کٹا ہوا نظر آئیگا۔ یعنے رنگین دھاریاں فانہ کی باڑھ کے متوازی دکھائی دینگی۔[1]

بلور ثنت قلم ہے۔ سوڈیم شعلہ کے لیے اس کے معمولی انعطاف نما مم کی قیمت ۱.۵۴۴۲ ہے اور غیر معمولی انعطاف نما مغ کی قیمت ۱.۵۵۳۳ ہے۔ ان میں تفاوت ۰.۰۰۹۱ ہے۔ طول موج کی کمی کے ساتھ یہ تفاوت خفیف سا بڑھتا جاتا ہے چنانچہ بنفشی نور کے لیے اس کی قیمت ۰.۰۰۹۴ ہے۔ چونکہ نیکولوں کی علی القوائم وضع میں مقطب نور کی حدت ح = جب^۲ ۲ھ جب^۲ ط/۲ اور صورت زیر بحث میں ھ = ۴۵° اس لیے

$$ح = جب^{2} \frac{ط}{2}$$

اور جس وقت ط = (۲ ن + ۱) π جس میں ن کوئی بھی صحیح عدد ہے تو

---

[1] واضح ہو کہ فانہ کا زاویہ بہت چھوٹا ہونے سے نور کی سمت میں ناقابل لحاظ تبدیلی ہوتی ہے لیکن تفاوت ہیئت میں معتدبہ۔

بہ حدت اقل ہو جاتی ہے

پس ضابطہ ط = $\frac{۲\pi ل}{لہ}$ (مم - مغ) کی رُو سے

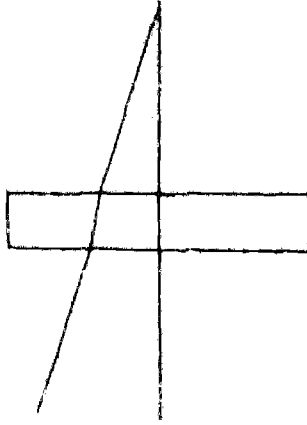
$$ل = \frac{(ن + \frac{۱}{۲}) لہ}{۰۰۹۱ ر}$$

اگر مہ کی تبدیلی بلحاظ لہ نظر انداز کر دی جاتی ہے۔ اس سے واضح ہے کہ مختلف رنگوں کی اعظم حدت کے مقام مختلف ہوتے ہیں۔ اگر صورت ہذا میں نور سفید نور کے عوض یک رنگی نور استعمال کیا جائے تو فانہ کی بارڑھ کے متوازی اس کے طول کے مساوی وقفوں سے روشن اور تاریک پٹیاں یا بند مشاہدہ ہونگے۔ اگر مشرح نیکول ۹۰° زاویہ میں گھمایا جائے تو جو بند پہلے روشن نظر آتے تھے اب تاریک نظر آئینگے اور جو پہلے تاریک تھے اب روشن۔

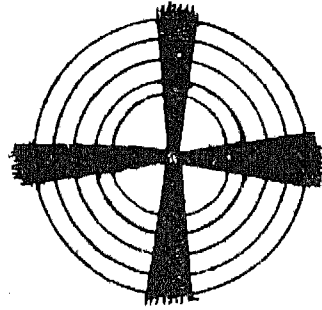
اگر مشرح نیکول کی وضع برقرار رکھی جائے اور فانہ کو ایک کامل گردش دی جائے (یعنے ۳۶۰ درجوں میں گھمایا جائے) تو ظاہر ہے کہ زاویہ عہ اور بہ کی قیمتوں میں ۲π کا اضافہ ہوتا ہے لیکن ان کا درمیانی تفاوت (عہ - بہ) مستقل رہتا ہے۔ ایسی صورت میں جب کبھی جب ۲عہ یا جب ۲بہ کی قیمت صفر ہوتی ہے بند غائب ہو جاتے ہیں۔ یہ عمل فی چکر آٹھ مرتبہ ہوتا ہے۔

مستدق مقطب پنسل کا تجربہ۔ شکل ۱۲۱

کے آلہ کو مستدق پنسل کے ساتھ استعمال کرنا ہوتا ہے تو قلمی تختی تختی ت پر رکھی جاتی ہے اور نیکول ن کو نیچے اُتار کر اس تختی کے قریب لایا جاتا ہے۔ آسمان سے نور شیشہ کی تختی پر (جو ش وضع میں رکھی ہوتی ہے) گر کر قلم میں سے ہوتا ہوا نیکول اور آنکھ میں داخل ہوتا ہے۔ آنکھ آسمان کے مختلف حصوں کو دیکھنے کے لیے ماسکہ پر لائی جاتی ہے۔

شکل ۱۲۲ میں ع د قلم کا مناظری محور ہے اور آنکھ کا مقام ا ہے ۔ سمت
د ع ا میں سے آنے والی شعاعوں کے لیے تفاوتِ ہیئت کا زاویہ ط = صفر
د ع ا کے گرد قلم کی سطح پر اگر مختلف قطر کے دائرے کھینچے جائیں اور ان کے
ایک ایک محیط میں سے جو شعاعیں مثل ک ق ف ا منعطف ہوں ان کی گزرینگی
اُن کے لیے تفاوتِ ہیئت ط مستقل ہوگا ۔ پس ایک ایک رنگ کا ایک ایک
دائرہ مشاہدہ ہوگا ۔ اس طرح تداخلِ نور سے ہر نقطہ پر ایک ہی رنگ والے جو منحنی
بنتے ہیں ہم لونی منحنی کہلاتے ہیں ۔

شکل ۱۲۲

اگر نیکول علی القوائم وضع میں ہو تو نور کی حدت صفر ہوتی ہے جبکہ
جب۲ ہ = ۰
پس ان ہم مرکز رنگین دائروں کے اوپر ایک سیاہ صلیب نما شکل بھی تیار ہوگی
جس کے سلسلے غیر لونی یا بے رنگ منحنی کہلاتے ہیں ۔ واضح ہو کہ جب
یک لونی ہوتا ہے تو ہم مرکز دائرے بجائے رنگین ہونے کے علی الترتیب روشن
اور تاریک دکھائی دینگے (دیکھو شکل ۱۲۳ جو یک لونی پنسل کے تداخل سے

متعلق ہے) - اگر نیکول ن متوازی وضع میں رکھا ہوا ہو تو شکل ۱۲۴ مشاہدہ ہوگی جو شکل ۱۲۳ کی متمم ہے -

شکل ۱۲۳

شکل ۱۲۴

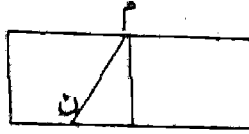
قلمی تختی کو شکل ۱۲۱ میں آئینہ ت₂ پر رکھ کر بھی سنندق پنسل کے تداخل کا تجربہ کیا جاسکتا ہے - اس کے لیے شیشہ کی تختی کو وضع ش₂ میں پھیرنے کی ضرورت ہوتی ہے اور نیز عدسہ کو وضع غ میں رکھ کر ت₂ کے اوپر ماسکہ پر لانا ہوتا ہے -

یک محوری قلموں کی ہم لونی سطحیں

فرض کرو کہ مبدا م جس سے نکل کر نور پھیلتا ہے (شکل ۱۲۵) قلم کی سطح ہی پر واقع ہے -

معمولی اور غیر معمولی شعاعوں سے متعلق موجوں کو م سے نکل کر ن تک جانے کے لیے علی الترتیب $\frac{\text{م ن}}{\text{س}_{\text{م}}}$ اور $\frac{\text{م ن}}{\text{س}_{\text{غ}}}$ وقت صرف ہوتا ہے

اس لیے تفاوتِ وقت

$$\text{و}_{\text{م}} - \text{و}_{\text{غ}} = \text{م ن} \left(\frac{1}{\text{س}_{\text{م}}} - \frac{1}{\text{س}_{\text{غ}}} \right)$$

شکل ۱۲۵

اور تفاوتِ ہیئت $= \frac{۳۲}{و}(و_م - و_غ) = \frac{۳۲}{و}\left(\frac{1}{ر_م} - \frac{1}{ر_غ}\right) م ن$
جس میں و جیسا کہ پہلے ذکر آچکا ہے وقتِ دوران ہے۔
قلم کے اندر موجی سطح نصف قطر ب کے ایک کرہ اور ایک کرہ نما پر مشتمل ہے جس کا تکوینی منحنی قطع ناقص $ا^2 لا^2 + ب^2 ہا^2 = ا^2 ب^2$ ہے۔
اگر اس منحنی کا ایک نیم قطر سمتی س ہو تو رفتار $ر_م$ متناسب ہے ب کے اور $ر_غ$ متناسب ہے س کے۔ پس موٹائی ل کے لیے تفاوتِ ہیئت کا زاویہ

$$ط = ل\left(\frac{1}{ب} - \frac{1}{س}\right) = ل\left(م_م - \frac{1}{س}\right)$$

اگر قطع ناقص کی مساوات

$$م_م^2 لا^2 + م_غ^2 ہا^2 = 1 \text{ لکھی جائے}$$

$$\text{تو } \frac{1}{س^2} = م_م^2 \text{ جم}^2 ط + م_غ^2 \text{ جب}^2 ط$$

جب اس مساوات کو ط والی مساوات کے ساتھ ترکیب دیتے ہیں تو

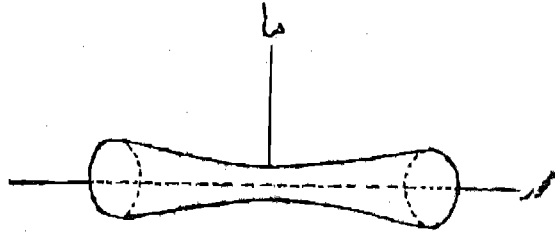
$$\frac{1}{س^2} = \left(\frac{ط}{ل} - م_م\right)^2 \text{ حاصل ہوتی ہے۔}$$

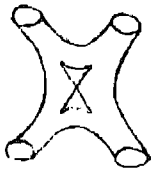
$$\therefore \left(\frac{ط}{ل} - م_م\right)^2 = م_م^2 \text{ جم}^2 ط + م_غ^2 \text{ جب}^2 ط$$

$$(\text{ط} - \text{ل}\,\text{ص}_{\text{م}})^2 = \text{ص}_{\text{م}}^2\,\text{لا}^2 + \text{ص}_{\text{غ}}^2\,\text{ما}^2$$

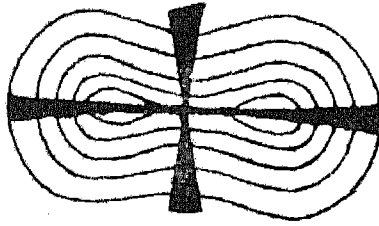
شکل ۱۲۶

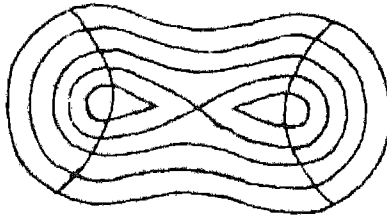
اور چونکہ $\text{ل}^2 = \text{لا}^2 + \text{ما}^2$ اس لیے

$$\{(\text{ص}_{\text{غ}}^2 - \text{ص}_{\text{م}}^2)\,\text{ما}^2 - \text{ط}^2\}^2 = 4\,\text{ص}_{\text{م}}^2\,\text{ط}^2\,(\text{لا}^2 + \text{ما}^2)$$

جو تداخلِ نور کی ہم لونی سطح کے تکوینی منحنی کی مساوات ہے۔ اس منحنی کو مناظری محور کے گرد گھمانے سے ہم لونی سطح (Isochromatic surface) حاصل ہوتی ہے۔ شکل ۱۲۶ میں اس کی عام صورت بتائی گئی ہے۔ مناظری محور کے علی القوائم کاٹی ہوئی قلمی تختی کے ساتھ سطح مذکور کی تراشیں دائرے ہوتے ہیں اور محور کے متوازی کاٹی ہوئی تختی کے ساتھ اس سطح کی تراشیں قطع زائد۔

دو محوری قلموں میں مقطب نور کی پنسلوں کا تداخل

شکل ۱۲۷

دو محوری قلموں کی ہم لونی سطح شکل ۱۲۷ میں بتائی گئی ہے۔ قلم کی تراش اگر محوروں کے مستوی کے متوازی ہو تو قطع زائد کے مشابہ منحنی حاصل ہوتے ہیں۔ اگر قلم اس طرح تراشی جائے کہ مناظری محوروں کے درمیانی زاویہ کا منصف

اس کی سطحوں کے علی القوائم ہو اور اس کے اندر سے یک لونی نور کی مستدق پنسل گزرے تو جب مقطب اور مشرح نیکولوں کی وضع باہم دیگر علی القوائم ہوتی ہے تو تداخل کی روشن اور تاریک دھاریاں اٹیرنوں (Lemniscates) کے خاندان کے مشابہ ہوتی ہیں - جب قلم کے مناظری محوروں کا مستوی کسی ایک نیکول کے صدر مستوی کے متوازی ہوتا ہے تو اٹیرنوں کے ساتھ ایک صلیبی شکل بھی مشاہدہ ہوتی ہے جس کا ایک پہلو اٹیرنوں کی "آنکھوں" میں سے گزرتا ہے - دیکھو شکل ۱۲۸ -

شکل ۱۲۸

قلم کے محوروں کا مستوی جب نیکولوں کے صدر مستویوں کے ساتھ ۴۵° پر مائل ہوتا ہے تو اٹیرنوں کے ساتھ دو قطعے نظر آتے ہیں جو اُن کی آنکھوں میں سے گزرتے ہیں - دیکھو شکل ۱۲۹

شکل ۱۲۹

قلم کے محوروں کے درمیانی زاویہ کی تپش کے ساتھ تبدیلی۔ بعض دو محوری قلموں کو گرم کرنے سے ان کا درمیانی زاویہ تپش کی زیادتی کے ساتھ گھٹتا جاتا ہے حتیٰ کہ ایک تپش پر پہنچ کر قلم (زاویہ کے صفر ہو جانے کی وجہ سے) یک محوری ہو جاتا ہے۔ علی القوائم نیکولوں کے مابین سیلینائٹ (selinite) کی ایک پتلی قلم کو جو ترچھی وضع میں تراشی گئی ہو رکھ کر بتدریج گرم کرنے سے اسٹیرنوں کے حلقے آہستہ آہستہ ایک دوسرے میں مخلوط ہوتے جاتے ہیں حتیٰ کہ ایک تپش پر وہ بالکلیہ ہم مرکز دائرے بن جاتے ہیں اور صلیب کے ضلعوں کا نقطۂ تقاطع دائروں کے مرکز کے ساتھ منطبق ہو جاتا ہے۔ اگر تپش اور بڑھائی جائے تو قلم کے محور اپنے درمیانی زاویہ کے سابقہ منصّف کو عبور کرتے ہیں اور ان کے باہمی میلان کا زاویہ بڑھتا جاتا ہے۔ اسی طرح دائروں کی شکل مکرر اسٹیرنوں میں تبدیل ہو جاتی ہے۔

نقلمی اشیاء میں حیلی فساد یا بگاڑ کے ذریعہ دُہرے انعطاف کی پیدائش۔ اگر معمولی شیشہ کی تختی کو شکنجہ میں رکھ کر آہستہ آہستہ دبائیں اور اس حالت میں اس کو علی القوائم منشوروں کے مابین رکھ کر دیکھیں تو تداخلِ نور کی شکلیں فوراً مشاہدہ ہونگی۔ دباؤ برخاست ہو جانے پر فساد باقی نہیں رہیگا اور اس طرح تختی دوبارہ اپنی یک انعطافی حالت اختیار کریگی۔

بجائے حیلی ذرائع کے شیشہ کو اچانک گرم کرکے بھی فساد کی حالت میں لاسکتے ہیں۔ جیسا کہ روپرٹ کے قطروں (Rupert's drops) کے ساتھ تجربہ کرنے سے معلوم ہو سکیگا۔

قلم کے مناظری محوروں کا انتشار (dispersion)۔

اکثر دو محوری قلموں کے محوروں کی سمت نور کے طولِ موج کے بدلنے سے تبدیل ہوجاتی ہے - بروکائٹ (Brookite) اور کرائیسو بیرل (Chrysoberyl) کے مناظری محوروں کا مستوی طیف کے سُرخ سرے کی شعاعوں کے لیے ایک وضع رکھتا ہے اور بنفشئی سرے کی شعاعوں کے لیے اس کے علی القوائم وضع -

اگر ان قلموں میں طیف کے سُرخ سرے پر کے یک لونی نور کے تداخل سے پیدا ہونے والی اٹیرن نما شکلوں کا معائنہ کرتے ہوئے بتدریج نور کا طولِ موج گھٹایا جائے تو اٹیرنوں کی "آنکھیں" آہستہ آہستہ سمٹتی جائینگی حتیٰ کہ ایک خاص طولِ موج کے لیے اٹیرنوں اور ان کے صلیب کا نظام یک محوری قلم والے دائروں اور ان کے متعلقہ صلیب کے نظام میں بدل جائیگا - طولِ موج کے مزید گھٹاؤ کے ساتھ اٹیرنوں کا ایک دوسرا نظام مع متعلقہ صلیب مشاہدہ ہوگا جن کی "آنکھیں" سابقہ نظام کی "آنکھوں" کو ملانے والے خط کے علی القوائم سمت میں ہٹتی جائینگی - جس سے ظاہر ہے کہ طیف کے دوسرے سرے پر کے نور کے لیے ان قلموں کے محوروں کا مستوی سابقہ مستوی کے علی القوائم ہے -

ساتواں باب

نور کی دائری اور ناقصی تقطیب

محور لا کی سمت میں اشاعت پانے والی دو مقطب موجوں کے نقلِ مکان اگر محور ما اور محور ے کی سمتوں میں علی الترتیب ی اور ط سے تعبیر کیے جائیں تو ان موجوں کی مساواتیں منفردہ حیثیت سے

$$\text{ی} = \text{ب}\ \text{جب}\ \frac{2\pi}{\text{و}}\left(\text{و} - \frac{\text{لا}}{\text{ر}}\right) ، \quad \text{ط} = \text{ج}\ \text{جب}\left\{\frac{2\pi}{\text{و}}\left(\text{و} - \frac{\text{لا}}{\text{ر}}\right) + \text{ضہ}\right\}$$

ہونگی۔ مشترکہ حیثیت سے یہ مساواتیں عرضی موجی حرکت کی عام ترین مثال کو تعبیر کرتی ہیں جو سمت لا میں اشاعت پاتی ہیں۔

دوسری مساوات کو پھیلا کر

$$\text{ط} = \text{ج}\left\{\text{جب}\ \frac{2\pi}{\text{و}}\left(\text{و} - \frac{\text{لا}}{\text{ر}}\right)\text{جم}\ \text{ضہ} + \text{جم}\ \frac{2\pi}{\text{و}}\left(\text{و} - \frac{\text{لا}}{\text{ر}}\right)\text{جب}\ \text{ضہ}\right\}$$

لکھا جا سکتا ہے۔ اس میں پہلی مساوات سے تعویض کرنے سے

$$\frac{\text{ط}}{\text{ج}} = \frac{\text{ی}}{\text{ب}}\ \text{جم}\ \text{ضہ} + \text{جم}\ \frac{2\pi}{\text{و}}\left(\text{و} - \frac{\text{لا}}{\text{ر}}\right)\text{جب}\ \text{ضہ}$$

یعنی
$$\text{جم}\ \frac{2\pi}{\text{و}}\left(\text{و} - \frac{\text{لا}}{\text{ر}}\right) = \frac{\text{ط}}{\text{ج}\ \text{جب}\ \text{ضہ}} - \frac{\text{ی}}{\text{ب}}\ \text{مم}\ \text{ضہ}$$

معہذا
$$\text{جب}\ \frac{2\pi}{\text{و}}\left(\text{و} - \frac{\text{لا}}{\text{ر}}\right) = \frac{\text{ی}}{\text{ب}}$$

پس ان آخری دو مساواتوں کے بیدے اور بائیں جانب کے جملوں کے مربعوں کو جمع کرنے سے

$$۱ = \left(\frac{\text{ظہ}}{\text{ج جب ضہ}} - \frac{\text{یہ}}{\text{ب}}\,\text{مم ضہ}\right)^{۲} + \left(\frac{\text{یہ}}{\text{ب}}\right)^{۲}$$

یعنی

$$\frac{\text{یہ}^{۲}}{\text{ب}^{۲}\,\text{جب}^{۲}\,\text{ضہ}} - \frac{۲\,\text{یہ ظہ جم ضہ}}{\text{ب ج جب}^{۲}\,\text{ضہ}} + \frac{\text{ظہ}^{۲}}{\text{ج}^{۲}\,\text{جب}^{۲}\,\text{ضہ}} = ۱$$

یہ مساوات ایک قطع ناقص کو تعبیر کرتی ہے چونکہ اس کے بیدے جانب کے جملے کو جب صفر کے مساوی لکھا جاتا ہے تو خطوطِ مستقیم حاصل ہوتے ہیں جو متقاربوں کے متوازی ہیں اس لیے اس منحنی کے متقارب خیالی ہیں۔

پس واضح رہے کہ عرضی ارتعاش کی عام ترین موج ناقصی مقطب تصور کی جاسکتی ہے اگر ما اور سے کے محور ناقص کے محورِ اعظم اور محورِ اقل کے متوازی قرار دیے جائیں تو یہ اور ظہ کے حاصلِ ضرب کی رقم خارج ہوجاتی ہے۔ اور چونکہ ب اور ج ہمیشہ محدود ہوتے ہیں یہ صرف اسی صورت میں ممکن ہے جبکہ جم ضہ صفر ہے یعنی ضہ $= \pm \frac{\pi}{۲}$۔ اس لیے ناقصی مقطب موج کی مساواتیں ناقص کے اعظم و اقل محوروں کے حوالہ سے

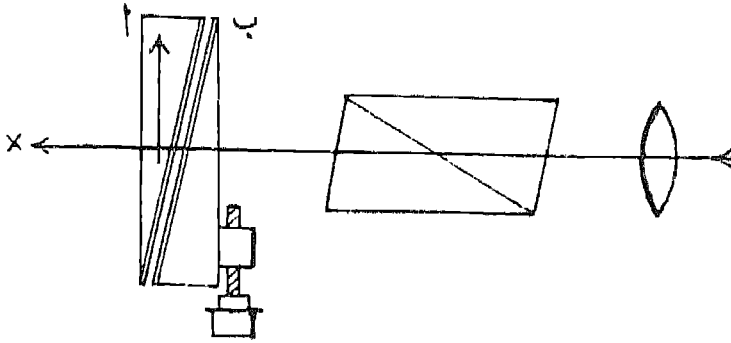
$$\text{یہ} = \text{ب جب}\,\frac{۲\pi}{\text{و}}\left(\text{و} - \frac{\text{ل}}{\text{س}}\right) \quad \text{اور} \quad \text{ظہ} = \pm\,\text{ج جم}\,\frac{۲\pi}{\text{و}}\left(\text{و} - \frac{\text{ل}}{\text{س}}\right)$$

لکھی جاسکتی ہیں۔

اگر دوسری مساوات میں مثبت علامت لی جائے تو آنیوالی موج کی طرف رخ کرکے مشاہدہ کرنے والے کو ارتعاش کرنے والا ذرہ قطع ناقص میں موافق سمتِ ساعت حرکت کرتا نظر آئیگا۔ اور اس لحاظ سے ہم اس ناقص کو یمینی ناقص کہہ سکتے ہیں۔ اور اگر منفی علامت لی جائے تو ذرہ مخالف سمتِ ساعت حرکت کرتا نظر آئیگا اور ناقص یساری کہلائیگا۔

در انحالیکہ ب = ج ناقص دائرہ میں تبدیل ہوجائیگا اور بلحاظ علامت (مثبت یا منفی) موج علی الترتیب یمینی دائری مقطب یا یساری دائری مقطب

کہلائیگی -

مقطّب نور کی نوعیت کا امتحان - مقطب نور یا تو خالصاً مستوی مقطب ہوگا یا دائری یا ناقصی مقطب یا ان کا آمیزہ - اگر ناقصی مقطب ہوگا تو ناقص کے محوروں کی سمتیں اور ان کے طولوں کی باہمی نسبت دریافت کرنی ہوگی - اس تحقیق کے لیے یا تو بابینے کا معاوِض (Babinet's compensator) استعمال کیا جاتا ہے یا رُبع موجی تختی (Quarter wave plate) شکل نمبر ۱۳۰ میں اوّل الذکر آلہ کی سادہ ترین قسم ا ب دکھائی گئی ہے جو چھوٹے مساوی زاویوں کے دو بلوری فانوں پر مشتمل ہے - ان میں سے ایک فانہ ا ثابت ہے اور دوسرا ب ایک خُردہ پیما پیچ کے ذریعہ ا کے بازو سے آگے یا پیچھے کو ہٹایا جا سکتا ہے - جس کی وجہ سے معاوض گویا تغیر پذیر موٹائی والی متوازی پہلوؤں کی تختی متصور ہو سکتا ہے - ثابت فانہ ا اس طرح تراشا گیا ہے کہ

شکل ۱۳۰

قلم کا مناظری محور صفحہ کے مستوی میں (تیر کی سمت میں) ہے حرکت پذیر فانہ ب میں قلم کا مناظری محور صفحہ کے مستوی کے علی القوائم ہے - نور کی متوازی پنسل

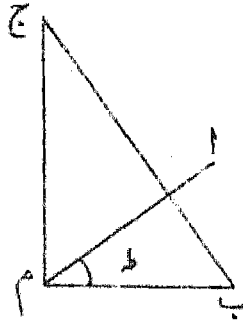
جب معاوض پر عمود وار واقع ہوتے ہوئے ا میں سے داخل ہوتی ہے تو اس کی دو پنسلوں میں تقسیم ہوتی ہے جن میں سے ایک پنسل صفحہ کے مستوی میں منقطب ہوتی ہے اور دوسری ان کے علی القوائم مستوی میں۔ اول الذکر پنسل فانہ ا میں بہ نسبت دوسری پنسل کے زیادہ سرعت سے گزرتی ہے اور اس لیے اس کی ہیئت میں بمقابل دوسری پنسل کی ہیئت کے ابطاء واقع ہوتا ہے۔ جب وہ فانہ ب میں سے گزرتی ہے تو اس کی رفتار دوسری پنسل کی رفتار کی بہ نسبت کمتر ہوتی ہے اس لیے اب اس کی ہیئت میں بمقابل دوسری کی ہیئت کے اسراع واقع ہوتا ہے۔ جہاں دونوں فانوں کی موٹائی مساوی ہوتی ہے وہاں یہ ابطاء و اسراع ہیئت مساوی ہونے کی وجہ سے ایک دوسرے کو تلف کر دیتے ہیں۔ اس لیے دونوں پنسلیں معاوض میں سے ایک ہی ہیئت میں خارج ہوتی ہیں۔ معاوض کے اس مقام کے دونوں جانب اس کے فاصلہ کی مناسبت سے ہیئت کا تفاوت پیدا ہوتا ہے۔ فانوں کے سامنے صلیبی تار جمائے جاتے ہیں اور اس کے پیچھے ایک امتحانی یا مشرح نیکول اور چشمہ ہوتا ہے۔ چشمہ کو نیکول میں سے تاروں کے اوپر ماسکہ پہ لایا جاتا ہے۔ استعمال سے پہلے معاوض کی تعبیر کی جانی چاہیے یعنے حزدہ پیما پیچ کے سفروؤں کو مستعملہ نور کے طول موج کی رقموں میں تحویل کرنا چاہیے۔

اس کے لیے آلہ کے اندر مستوی منقطب نور کی ایک ایسی پنسل داخل کی جاتی ہے جس کا مستوی دونوں فانوں کے محوروں کے ساتھ تقریباً ۴۵° زاویہ پر مائل ہے۔ جہاں ان فانوں سے صفر یا ۲ ٹ کی ضعف کا تفاوتِ ہیئت پیدا ہوتا ہے وہاں یہ نور اسی مستوی میں مستوی منقطب ہوتا ہے۔ کسی اور جگہ اس مستوی میں منقطب نہیں ہوتا۔ پس معاوض کو نکال کر مشرح نیکول کو جب ایسی وضع میں گھما کر رکھتے ہیں جس سے واقع نور بجھ جاتا ہے اور پھر اس کے بعد معاوض کو اپنی جگہ رکھ دیتے ہیں تو جن مقامات پر فانہ کے کنارے کے متوازی سیاہ بند دکھائی دیں وہاں تفاوتِ ہیئت ۲ ٹ کی ضعف ہوگا۔ اب حزدہ پیما پیچ کے ذریعہ

معاوض کے حرکت پذیر فانہ کو ٹھیک ایسی وضع میں لاتے ہیں کہ ان سیاہ بندوں میں سے ایک بند صلیبی تاروں پر آجائے ۔ پیچ کا نشان پڑھ لیا جاتا ہے ۔ اس کے بعد پیچ کو ایک ہی سمت میں آہستہ آہستہ گھماتے ہیں یہاں تک کہ سابقہ سیاہ بند کے بعد ہی کا دوسرا بند صلیبی تاروں پر آجائے ۔ پیچ کا یہ نشان بھی پڑھ لیا جاتا ہے ۔ دونوں نشانوں کا تفاوت ہیئتوں کے تفاوت کا متناظر ہوگا ۔

یہ معلوم کرنے کے لیے کہ صفر تفاوتِ ہیئت والا کونسا سیاہ بند ہے (یعنی وہ مقام کونسا ہے جہاں دونوں فانے مساوی ہوتے ہیں) معاوض کو بجائے یک لونی نور کے سفید نور سے روشن کرنا ہوتا ہے ۔ ایسی حالت میں صرف صفر تفاوتِ ہیئت والا بند سیاہ نظر آئیگا چونکہ سفید نور کے مختلف طولِ موج کے اجزا کے دوسرے سیاہ بندوں کے مقام مختلف ہونگے اس لیے دوسرے بند رنگین نظر آئینگے ۔

دی ہوئی پنسل کی نوعیتِ تقطیب دریافت کرنے کے لیے پہلے یہ دیکھ لینا چاہیے کہ آیا پنسل مشرّح نیکول سے بجھ سکتی ہے ۔ (۱) اگر بجھ سکتی ہے تو واضح ہے کہ وہ مستوی مقطب ہے اور اس کی تقطیب کا مستوی مشرّح نیکول کے صدر مستوی کے متوازی ہے (یعنے نیکول کے سرے کی سطح کے چھوٹے وتر کے متوازی) ۔ (۲) اگر پنسل اکیلے نیکول ہی سے بجھ نہیں سکتی تو معاوض کو اس کی جگہ پر رکھ کر ایسی وضع میں لانا چاہیے کہ $\frac{1}{4}$ طولِ موج کا تفاوتِ ہیئت پیدا ہو ۔ پھر اس کو خطِ نظر کے گرد گھمانا چاہیے حتیٰ کہ ایک سیاہ بند صلیبی تاروں پر آجائے ۔ اس کے بعد مشرّح نیکول کو ٹھیک وضع میں لانا ہوتا ہے تاکہ یہ بند جتنا بھی سیاہ نظر آسکے نظر آئے ۔ یعنے نور کا اتلاف صلیبی تاروں پر مکمل ہوجائے ۔ ناقصی مقطب نور کے ضابطہ سے ظاہر ہے کہ معاوض کے دونوں بلوری فانوں کی صدر تراشوں کی سمتیں اب ناقصی ارتعاش کے اعظم و اقل محوروں کو تعبیر کرتی ہیں ۔ سعہذا اگر مشرّح نیکول کی صدر تراش م ا (دیکھو شکل ۱۳۱) ایک بلوری فانہ کی صدر تراش م ب کے ساتھ زاویہ طہ بناتی ہے تو نور معاوض میں سے

نکلنے پر اس کے ارتعاش کی سمت م ا کے علی القوائم سمت ب ج میں ہوگی

شکل ۱۳۱

(کیونکہ عام طور پر فرض کیا جاتا ہے کہ مقطب نور میں ارتعاش کی سمت تقطیب کے مستوی کے علی القوائم ہوتی ہے)۔ پس مقطب نور کے ناقص کے محوروں کی نسبت $\frac{\text{م ب}}{\text{م ج}}$ ہے۔ بالفاظِ دیگر اگر مقطب نیکول کی صدر تراش معاوض کے ایک فانہ کی صدر تراش م ب کے ساتھ زاویہ ط پر مائل ہے تو

$$\text{م ط} = \frac{\text{ارتعاشی ناقص کے محور کا طول م ب کے متوازی}}{\text{ارتعاشی ناقص کے محور کا طول م ب کے علی القوائم}}$$

زاویہ ط جب ۴۵° ہوتا ہے نور کی تقطیب دائری ہوتی ہے۔ بآسانی معلوم ہو جاتا ہے کہ مشترح نیکول کی صدر تراش کب م ب یا م ج کے متوازی ہوتی ہے کیونکہ ایسی صورت میں تداخل کے بند غائب ہو جاتے ہیں۔

ربع موجی تختی ۔ ابرق یا بلور کی ایک متوازی پہلوؤں کی تختی ہوتی ہے۔ وہ اتنی موٹی ہوتی ہے کہ معمولی اور غیر معمولی شعاعیں جب اس میں سے عموداً گزر جاتی ہیں تو ان کے مابین $\frac{\lambda}{4}$ کا ہیئتی تفاوت واقع ہوتا ہے۔ یہ تختی بھی بابینے (Babinet) کے معاوض کی جگہ استعمال کی جا سکتی ہے۔ لیکن

صرف ایک طول موج کے نور (عموماً سوڈیم کے زرد خط) کے ساتھ ۔کسی دوسرے طول کی موج کے لیے واضح ہے کہ تختی کی موٹائی مختلف ہوگی ۔

جزوی مقطب نور کی پہچان ۔ اگر معمولی طبعی یعنی غیر مقطب نور کے ساتھ مستوی دائری یا ناقصی مقطب نور شامل ہو تو وہ بابینے کے معاوض اور مشرح نیکول کے ذریعہ سمجھا یا نہیں جا سکتا ۔ البتہ یہ معلوم ہو سکتا ہے کہ نور کی حدت کس وضع میں اقل ہوتی ہے اور نور کا تقریباً کتنا حصہ مقطب ہے ۔ آسمان جس نور سے منوّر نظر آتا ہے جزوی طور پر مستوی مقطب ہے ۔ چنانچہ دن کے وقت نور مبرگ کے آلے کے ذریعہ اس کی بآسانی تصدیق ہو سکتی ہے ۔ لیکن ساوار (Savart) کا تقطیب نما اس کام کے لیے زیادہ موزوں ہے ۔ یہ آلہ بلور کی پتلی تختی کو جس کی سطحیں مناظری محور کے ساتھ ۴۵° پر مائل ہوں دو مساوی حصوں میں تراش کر بنایا جاتا ہے ۔ تختی کے دونوں حصے ایک پر ایک رکھ کر اس طرح جوڑے جاتے ہیں کہ ان کی صدر تراشیں باہمدگر علی القوائم ہیں ۔ پھر ان کو ایک نلی کے اندر نیکول کے مشرّح کے سامنے ایسی وضع میں استادہ کیا جاتا ہے کہ ان کی صدر تراشوں کے درمیانی زاویہ کا منصّف نیکول کی صدر تراشوں کے متوازی ہے ۔

جب مستوی مقطب نور کے کسی مبدا کی طرف اس تقطیب نما کا رُخ کر کے دیکھتے ہیں تو وہی کیفیت مشاہدہ ہوتی ہے جو دو نیکولوں کے بیچ میں قلمی تختی رکھ کر مستدق نور کی پنسل کا معائنہ کرنے سے پیدا ہوتی ہے ۔ تداخلی نور کی شکلیں سیدھی دھاریاں ہوتی ہیں جو صدر تراشوں کے درمیانی زاویہ کے منصّف کے متوازی ہوتی ہیں ۔ جب واقع نور کی تقطیب کا مستوی منصّف کے متوازی ہوتا ہے تو یہ دھاریاں واضح ترین نظر آتی ہیں ۔ واقع نور جب سفید ہوتا ہے تو ظاہر ہے کہ دھاریاں رنگین ہونگی ۔

اگر مستوی مقطب نور طبعی نور کے ساتھ ملا ہوا ہو تو تداخلی دھاریوں کے اوپر یکساں تنویر بھی رونما ہوگی جس کی وجہ سے دھاریاں مدّھم نظر آئینگی ۔ تاہم

ایسی صورت میں بھی جبکہ واقع نور کا بہت قلیل جزو مستوی منقطب ہوگا تداخل کی دھاریاں کافی وضاحت کے ساتھ شناخت ہوسکینگی۔ چونکہ ان کی وضاحت اعظم ہوتی ہے جبکہ وہ نور کی تقطیب کے مستوی کے متوازی ہوتی ہیں اس ذریعہ سے تقطیب کے مستوی کی سمت بھی دریافت کرلی جاسکتی ہے۔

تقطیبِ نور کے مستوی کی تحویل۔ (محولانہ تقطیب)

علی القوائم نیکولوں کے مابین بعض شفاف اشیا اگر کافی "دبازت" میں رکھی جائیں (یعنے ان کے اندر سے نور کے گزرنے کا رستہ کافی لمبا ہو) تو بجھی ہوئی روشنی پھر سے ظاہر ہونے لگتی ہے۔ اس کے بجھانے کے لیے مشتخ نیکول کو سیدھے یا بائیں جانب ایک معین زاویہ میں گھمانا پڑتا ہے جو نوعیت شئے اور اس کی دبازت کے تابع ہے (اگر شئے محلول کی شکل میں ہو تو محلول کے ارتکاز کے تابع) منقطب نور کے طول موج کے لحاظ سے بھی اس زاویہ میں تبدیلی واقع ہوتی ہے (طولِ موج کے مربع کے بالعکس تقریباً) اور شئے کی تپش کا بھی اس پر اثر ہوتا ہے۔

جو اشیا تقطیبِ نور کے مستوی کو محوّل کرتے ہیں (مثلاً شکر کا محلول) مناظری عامل کہلاتے ہیں۔ تجربہ کے وقت جبکہ مشاہد مبداءِ نور کی طرف دیکھ رہا ہو مناظری عامل شئے تقطیب کے مستوی کو موافق سمتِ ساعت گھما دے تو ایسی تحویل مثبت یا یمینی کہلاتی ہے۔ اور اگر مخالف سمتِ ساعت گھما دے تو منفی یا یساری۔

محلول کی صورت میں کسی شے کی مناظری عاملیت کی تعریف اس کی نوعی تحویل کے ذریعہ کی جاتی ہے۔ نوعی تحویل سے مراد وہ زاویۂ تحویل ہے جو محلول کے ایک ڈسیمیٹر طول میں سے نور کے گزرنے سے پیدا ہو اور جو عامل شئے کی تعداد گرام فی مکعب سنٹی میٹر محلول پر تقسیم کیا جائے۔ اگر نوعی تحویل عہ تپش ت درجہ مئی پر پیدا ہوتی ہے تو اس کو [عہ]ت لکھتے ہیں۔ فرض کرو کہ گ گرام شکر کو پانی میں حل کرکے ح مکعب سمر حجم تیار کیا جاتا ہے

اور اس محلول کو ل دسی میٹر طول کی نلی میں رکھ کر ت تپش پر تجربہ کرنے سے معلوم ہوتا ہے کہ تقطیب کا مستوی ز° زاویہ میں محول ہوجاتا ہے تو

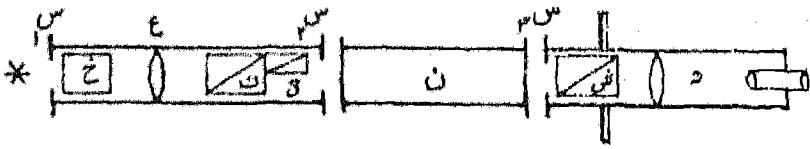
$$[ع]_ت = \frac{ز° \times ح}{گ \times ل}$$

اراگو (Arago) نے سب سے پہلے سنہ ۱۸۱۱ء میں بلور کی مناظری عاملیت کا مشاہدہ کیا جبکہ نور کی پنسل قلم کے مناظری محور کی سمت میں داخل کی گئی۔ بلور کی عاملیت کی پیمائش زاویۂ تحویل فی مم طول قلم کے ذریعہ ہوتی ہے۔ مائعات کی مناظری عاملیت کا بیئو (Biot) کو سنہ ۱۸۱۵ء میں انکشاف ہوا۔

مناظری عاملیت والے اشیاء کے سالمات میں (یہ اشیا خواہ جامد ہوں یا مایع) عموماً کاربن، رانگ (tin)، گندھک یا نائیٹروجن کا ایک غیر متشاکل جوہر ہوتا ہے۔ جس کی وجہ سے ان اشیاء میں سے ہر ایک شے کا ایک جوابی "توام" بھی پایا جاتا ہے۔ بدیں وجہ ان اشیاء کے بعض اقسام کی مناظری عاملیت مثبت ہوتی ہے اور بعض کی منفی۔

شکر پیمائی (Saccharimetry) یا تقطیب پیمائی

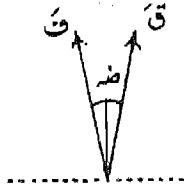
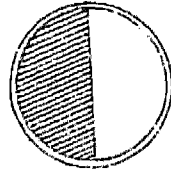
(Polarimetry)۔ تقطیبِ نور کی تحویل تجارت اور طب میں بہت مفید ثابت ہوئی ہے۔ اس کے ذریعہ دریافت کیا جاتا ہے کہ کسی دیے ہوئے مایع کے اندر شکر کی مقدار کیا ہے۔ شکر پیمائی کے مختلف آلات ایجاد ہوئے ہیں۔ ان سبھوں میں بطور خاص اس امر کا لحاظ رکھا گیا ہے کہ مشرّح نیکول کو گھما کر (یا کسی اور ذریعہ سے) ٹھیک وہ زاویہ دریافت کرلیا جائے جس میں مناظری عامل شے کی وجہ سے تقطیب کا مستوی محوّل ہوتا ہے۔ ایسے آلات "نصف سایہ" اصول پر تیار کیے جاتے ہیں۔ چنانچہ شکل ۱۳۲ کے معائنہ سے واضح ہوگا جو لپّخ (Lippich) والے دو منشوری تقطیب پیما کا خاکہ ہے۔ سہوہ س۱ کے سامنے مبداءِ نور ہے۔ ف اور ق دو نیکول ہیں جو سہوہ س۱ کے سامنے رکھے گئے ہیں۔ مشرّح ش سہوہ س کے پیچھے رکھا گیا ہے اور تقطیب پیما کے محور کے گرد گھومتا ہے۔ جس زاویہ میں اس کو گھماتے ہیں

اس کی مقدار درجہ دار دائرہ پر پڑھ لی جا سکتی ہے۔ نلی ن مناظری عامل محلول سے بھر کر س۱ س۲ سہووں کے بیچ میں رکھی جاتی ہے۔ مبدا نور سوڈیئم کا شعلہ ہوتا ہے۔ سہوہ س۱ کے پیچھے محدب عدسہ ع اتنے فاصلہ پر رکھا جاتا ہے کہ مناظری عامل شئے کی موجودگی میں س۱ کا خیال سہوہ س۲ پر منطبق

شکل ۱۳۲

ہوتا ہے۔ د ایک چھوٹی ہیئتی دوربین ہے جو نیکول ق کے کنارہ پر فوکس کی جاتی ہے یعنے ماسکہ پر لائی جاتی ہے۔

جب اس دوربین میں سے دیکھتے ہیں تو میدانِ نظر عموماً دو غیر مساوی روشن نصف دائروں میں منقسم نظر آتا ہے جن کے بیچ میں ایک تیز خط حائل ہوتا ہے (دیکھو شکل ۱۳۳)۔ یہ خط نیکولی منشور ق کے سرے کا خیال ہے۔ میدانِ نظر میں خط کے ایک جانب کا حصہ ف اور ق منشوروں میں سے گزرنے والے نور سے روشن ہے اور دوسری جانب کا حصہ اکیلے ف میں سے گزرنے والے نور سے۔ ف اور ق کے صدر مستوی ایک دوسرے کے ساتھ ایک چھوٹے زاویہ پر مائل ہیں شکل ۱۳۴ میں ان کو فَ اور قَ تیروں سے تعبیر کیا گیا ہے۔ جب مشرح کا صدر مستوی فَ کے علی القوائم ہوتا ہے تو میدانِ نظر کا ایک نصف حصہ سیاہ ہوتا ہے۔ اور جب قَ کے علی القوائم ہوتا ہے تو دوسرا نصف حصہ سیاہ ہوتا ہے مشرح کو جب پہلی وضع سے گھما کر دوسری وضع میں لاتے ہیں تو سیاہ نصف حصہ کی تنویر صفر سے نکل کر بہت جلد بڑھ جاتی ہے اور اس کے ساتھ ساتھ روشن حصہ کی تنویر گھٹ کر بہت جلد صفر ہو جاتی ہے۔

پس ان دو وضعوں کے مابین ایک ایسی وضع ضرور ہوتی ہے جس میں دونوں

شکل ۱۳۳

شکل ۱۳۴

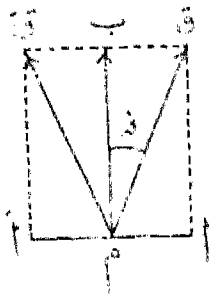
شکل ۱۳۵

نصف حصّوں کی تنویر مساوی ہے۔ یہ وہ وضع ہے جبکہ مشرّح کا صدر مستوی ثَ اور قَ کے درمیانی زاویہ ضہ کے منصّف کے علی القوائم ہے شکل ۱۳۴ میں یہ وضع نقطہ دار خط کے ذریعہ ظاہر کی گئی ہے۔ مشرّح کو گھما کر اسی وضع میں لاتے ہیں تاکہ میدانِ نظر یکساں روشن نظر آئے۔

لپیچ کا ایک سہ منشوری تقطیب پیما بھی استعمال ہوتا ہے جس میں دو چھوٹے نیکول جن کے صدر مستوی متوازی ہوتے ہیں ایک بڑے نیکول کے سامنے رکھے جاتے ہیں۔ اِس طرح میدانِ نظر کی تین حصّوں میں تقسیم ہوتی ہے۔ دیکھو شکل ۱۳۵۔ بیچ کا حصّہ بڑے نیکول میں سے آنے والے نور سے منوّر ہوتا ہے اور بازوؤں کے دو حصّے ایک ایک چھوٹے نیکول میں سے آنے والے نور سے۔ یہ بازو والے حصّے مساوی روشن ہوتے ہیں۔ دو منشوری آلہ میں یہ نقص ہے کہ آنکھ اگر آلہ کے محور سے ہٹ جائے تو میدانِ نظر کے نصف حصّے مشرّح نیکول کی غلط وضع میں مساوی روشن نظر آتے ہیں۔ سہ منشوری آلہ میں یہ صورت نہیں پیدا ہوتی اس لیے وہ زیادہ بارکی کی پیمائشوں میں مستعمل ہوتا ہے۔

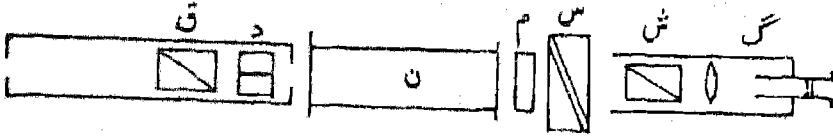
سوڈیم کا شعلہ مہیا کرنے کا آسان ترین طریقہ یہ ہے کہ بنسنی مشعل کے مُنہ پر پلاٹینم تار کے حلقہ میں سوڈیم بائی کاربونیٹ کا ایک منکا رکھ دیا جائے جب مشرّح نیکول سوڈیم کے نور کو بجھا دیتا ہے تو بنسنی شعلہ کی بیرونی نیلی رنگت

مشرّح کی صحیح وضع کی تعیین میں تکلیف دہ ثابت ہوتی ہے۔ اس لیے سہوہ س اور عدسہ ع (شکل ۱۳۲) کے بیچ میں شیشہ کا ایک خانہ پوٹاسیئم بائی کرومیٹ کے محلول سے بھر کر رکھ دیا جاتا ہے تاکہ یہ نیلا رنگ جذب ہو جائے۔

لوراں (Laurent) والا تقطیب پیما بھی "نصف سایہ" کے اصول پر تیار ہوا ہے۔ لیکن یہ صرف ایک مخصوص طول موج والے نور کے ساتھ استعمال ہو سکتا ہے۔ یہ ایک بلوری نصف دائری تختی پر مشتمل ہے قلم کا مناظری محور تختی کے قطر سے منطبق ہوتا ہے۔ تختی اتنی موٹی لی جاتی ہے کہ معمولی موج اس کے اندر سے گزرتے ہوئے غیر معمولی موج پر نصف طول موج آگے کو بڑھ جاتی ہے۔ میدانِ نظر کا بقیہ نصف حصہ معمولی شیشہ کی تختی سے ڈھپا ہوا ہوتا ہے۔ یہ تختی اتنی موٹی ہوتی ہے کہ بلور کی تختی میں سے جس قدر نور گزرتا ہے اس میں سے بھی اتنا ہی گزرتا ہے۔ فرض کرو کہ بلوری تختی کا مناظری محور منقطب نیکول کے ساتھ زاویہ فہ پر مائل ہے، دیکھو شکل ۱۳۶۔ اگر خط م ب تختی کے محور کی سمت کو تعبیر کرتا ہے اور م ق واقع ارتعاشوں کی سمت کو تو یہ ارتعاش تختی کے اندر داخل ہو کر م ا اور م ب کی سمتوں میں تقسیم ہو جاتے ہیں اور باہر آنے پر ان میں ½ کے متناظر تفاوتِ ہیئت واقع ہوتا ہے۔ پس اب ان کو م ب اور م اَ سے تعبیر کرنا ہوگا اور ان کے حاصل کو م قَ ہے۔ جس سے واضح ہے کہ بلوری تختی میں سے گزرنے کی وجہ سے تقطیب نور کا مستوی ۲ فہ زاویہ میں محول ہو جاتا ہے۔ منقطب نیکول کے عین پیچھے وہ بلوری تختی رکھی جاتی ہے جو بلور کی

شکل ۱۳۶

دو نوں ۔ نٹ دائری تختیوں پر مشتمل ہے ۔ ایک تختی یمینی بلور کی ہے اور دوسری یساری بلور کی ۔ دونوں تقریباً ۷۵ ۔ ۳ ملی میٹر موٹی ہوتی ہیں اور اپنے اپنے مناظری محور کے علی القوائم تراشی جا کر قطر کے بازو قطر رکھ کر جوڑ دی جاتی ہیں ۔ اگر سوڈیم کا نور استعمال کیا جاتا ہے تو میدانِ نظر کا ایک ایک نصف تقریباً ۸۰° زاویہ میں گھما دیا جاتا ہے ۔ یعنے ان کے مابین ۲۰° کا زاویہ ہوتا ہے ۔ مشرح نیکول کو گھما کر میدانِ نظر کے دونوں نصف حصّوں کو مساوی روشن کر لیتے ہیں ۔

بعض شکر پیماؤں میں مشرح نیکول نہیں گھمایا جاتا ہے بلکہ محلول سے جو تحویل وقوع میں آتی ہے اس کی پیمائش اس طرح کی جاتی ہے کہ بلور کا ایک قانہ شریک کر کے اس کی حسبِ ضرورت موٹائی نور کے راستہ میں حائل کی جاتی ہے ۔ تاکہ مخالف سمت میں مساوی تحویل پیدا ہو ۔ یہ طریقہ شکر کے محلولوں کے ساتھ خصوصیت کے ساتھ کارآمد پایا جاتا ہے اس لیے کہ نور کے طولِ موج کے لحاظ سے تقطیبِ نور کے مستوی کی تحویل میں تبدیلی بلور کے لیے بھی تقریباً وہی ہوتی ہے جو شکر کے لیے ہوتی ہے ۔ اس لیے سفید نور بخوبی استعمال ہو سکتا ہے ۔ سولیل (Soleil) کے شکر پیما کا عمل جس میں قانہ کے ذریعہ زاویۂ تحویل کی پیمائش کی جاتی ہے شکل ۱۳۷ میں سمجھایا گیا ہے ۔ سہوہ میں سے داخل ہو کر نور پہلے مقطب نیکول ق میں سے گزرتا ہے ، پھر دو بلوری تختی د میں ہو کر مناظری عامل شئے کے محلول میں سے (جو نلی ن میں رکھا ہوتا ہے) نکلتا ہے ۔ اس کے بعد یمینی بلور کی تختی م میں سے (جس کی سطحیں مناظری محور کے علی القوائم تراشی گئی ہیں) ہو کر یساری بلور کے دو مساوی زاویوں کے قانوں د میں سے گزرتا ہے جو تغیر پذیر موٹائی والی تختی کا کام دیتے ہیں ۔ ان قانوں سے جو مرکب تختی بنتی ہے اس کی سطحیں قانوں کے محوروں کے علی القوائم تراشی گئی ہیں ۔ ش مشرح نیکول ہے جو ایسی وضع میں جما دیا گیا ہے کہ جب نلی خالی ہوتی ہے اور قانوں کی مجموعی موٹائی بلوری تختی س کی موٹائی کے ٹھیک مساوی ہوتی ہے تو حساس رنگ (بھورا بنفشئی) پیدا ہوتا ہے ۔ گ ایک چھوٹی گیلیلیو (Galilio) والی دوربین ہے جو دو بلوری تختی د پہ

فوکس کی جاتی ہے۔

شکل ۱۳۷

اگر محلول تقطیب کے مستوی کو سیدھے جانب پھیر دیتا ہے تو حرکت پذیر فانہ کو پیچ کے ذریعہ گھما کر رکر حساس رنگ پیدا کیا جاتا ہے۔ اور اگر بائیں جانب پھیرتا ہے تو اس فانہ کو الٹی طرف گھما کر حساس رنگ واپس لایا جاتا ہے۔ پیمانہ کے نشان پڑھ کر زاویۂ تحویل دریافت کر لیا جاتا ہے اس لیے کہ پہلے ہی سے اس کی تعبیر کی ہوئی ہوتی ہے۔

محولانہ تقطیب کے متعلق فرینیل (Fresnel) کا نظریہ

نظریہ۔ فرینیل نے سب سے پہلے محولانہ تقطیب (یعنی مناظری عامل اشیاء میں مقطب نور کی تقطیب کے مستوی کی تحویل) کی اس طرح توجیہ کی کہ مستوی مقطب نور کی پنسل جب ان اشیاء کے اندر داخل ہوتی ہے تو دو مختلف رفتاروں کی دائری مقطب موجوں میں منقسم ہو جاتی ہے۔ جیسا کہ مندرجۂ ذیل مساواتوں پر غور کرنے سے معلوم ہوگا:—

(۱) $یم = ا جب \frac{۲ ط}{و} (و - \frac{لا}{سا})$ ، $ضم = ا جم \frac{۲ ط}{و} (و - \frac{لا}{سا})$

ایک دائری مقطب یمینی موج کی مساواتیں ہیں جو سمت لا میں رفتار $سا_۱$ کے ساتھ حرکت کرتی ہے۔ ا اس کا حیطۂ ارتعاش اور و ذرات کا وقتِ دوران ہے۔

(۲) $یم_۲ = ا جب \frac{۲ ط}{و} (و - \frac{لا}{سا_۲})$ ، $ضم_۲ = - ا جم \frac{۲ ط}{و} (و - \frac{لا}{سا_۲})$

ایک دوسری دائری منقطب موج کی مساواتیں ہیں جس میں ذرات کی حرکت بیاری ہے اور اسی سمت لا میں رفتار $سر$ کے ساتھ (جو $سر_1$ سے خفیف سی مختلف ہے) حرکت کرتی ہے۔ اس کا حیطۂ ارتعاش اور وقتِ دوران وہی ہے جو پہلی موج کا ہے۔

جب یہ دونوں موجیں ایک دوسرے پر منطبق کی جاتی ہیں تو

$$یہ = یہ_1 + یہ_2 = ا\left[\text{جب}\,\frac{2\pi}{و}\left(و-\frac{لا}{سر_1}\right) + \text{جب}\,\frac{2\pi}{و}\left(و-\frac{لا}{سر_2}\right)\right]$$

$$= 2ا\,\text{جب}\,\frac{2\pi}{و}\left\{و-\frac{لا}{2}\left(\frac{1}{سر_1}+\frac{1}{سر_2}\right)\right\}\text{جم}\,\frac{\pi لا}{و}\left(\frac{1}{سر_2}-\frac{1}{سر_1}\right)$$

$$\text{اور}\ ضہ = ضہ_1 + ضہ_2 = ا\left[\text{جم}\,\frac{2\pi}{و}\left(و-\frac{لا}{سر_1}\right) - \text{جم}\,\frac{2\pi}{و}\left(و-\frac{لا}{سر_2}\right)\right]$$

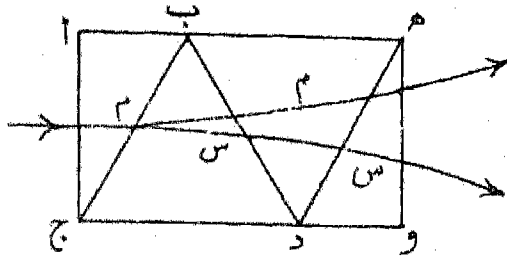
$$= -2ا\,\text{جب}\,\frac{2\pi}{و}\left\{و-\frac{لا}{2}\left(\frac{1}{سر_1}+\frac{1}{سر_2}\right)\right\}\text{جب}\,\frac{\pi لا}{و}\left(\frac{1}{سر_2}-\frac{1}{سر_1}\right)$$

جس سے مساوات $\frac{ضہ}{یہ} = -\,\text{مم}\,\frac{\pi لا}{و}\left(\frac{1}{سر_2}-\frac{1}{سر_1}\right)$ حاصل ہوتی ہے۔

جیسے جیسے لا کی قیمت بڑھتی ہے مندرجۂ بالا نسبت مماس التمام چاروں ربع دائروں میں گھوم جاتی ہے اور اس کی گردش فاصلہ $\frac{2و}{\frac{1}{سر_1}-\frac{1}{سر_2}}$ میں مکمل ہوتی ہے۔

پس ان دو دائری منقطب موجوں کی ترکیب سے ایک مستوی منقطب موج بنتی ہے جس کا حیطۂ ارتعاش $2ا$ ہوتا ہے اور جس کی تقطیب کا مستوی جیسے جیسے موج آگے کو بڑھتی ہے یکساں رفتار کے ساتھ گردش کرتا ہے۔

ایک سنتی میٹر فاصلہ میں وہ $\frac{\pi}{و}\left(\frac{1}{سر_2}-\frac{1}{سر_1}\right)$ نیمقطریوں میں گھوم جاتا ہے۔ واضح ہے کہ جب دونوں دائری منقطب موجوں کی رفتاریں بالکل مساوی ہوتی ہیں تو $سر_2 = سر_1$ اور حاصل موج کی تقطیب کا مستوی ثابت رہتا ہے یعنے گردش نہیں کرتا۔

اس توجیہ کی تصدیق کے لیے فرینیل نے چار بلوری منشوروں کو ملا کر شکل ۱۳۸ کے مشابہ مجسم متوازی السطوح تیار کیا۔ جس میں منشور ا ب ج اور ب ھ د یمینی بلور سے تراشے گئے تھے اور منشور ج ب د اور د ھ و یساری بلور سے۔ ہر منشور کا

شکل ۱۳۸

مناظری محور مجسم متوازی السطوح کے کناروں کی سطحوں کے علی القوائم تھا۔ اگر مستوی مقطب پنسل سطح ا ج پر واقع ہوتی ہے اور جیسا کہ مندرجۂ بالا استدلال کے ذریعہ بتایا گیا ہے دو پنسلوں میں منقسم ہو جاتی ہے تو یمینی موج زیادہ تیز رفتار بالفرض س کے ساتھ پہلے منشور میں سے گزرتی ہے اور دوسرے منشور میں سے رفتار س کے ساتھ گزرتی ہے۔ تیسرے منشور میں اس کی رفتار پھر س ہو جاتی ہے اور چوتھے منشور میں س۔ بدیں وجہ یمینی موج پنسل س س س کی طرح (ملاحظہ ہو شکل ۱۳۸) منعطف ہونی چاہیے اور یساری موج پنسل م م کی طرح۔ فرینیل نے تجربہ کر کے دیکھا تو حقیقت میں دو پنسلیں مشاہدہ ہوئیں اور وہ باہم دیگر مخالف سمتوں میں دائری مقطب تھیں۔

معمولی انعکاس و انعطاف نور کے متعلق

فرینیل کا نظریہ:۔ نور کے برقی مقناطیسی نظریہ سے پہلے انعکاس و انعطاف کے متعلق فرینیل ہی کا نظریہ بہت بڑی حد تک کامیاب ثابت ہوا۔ اس سے نہ صرف نظریہ اور تجربہ کے نتائج میں انطباق پایا گیا بلکہ سادگی اور آسانی کے لحاظ سے بھی اس کو دوسرے نظریوں پر بین فوقیت حاصل ہے۔ اگرچہ بعد کو

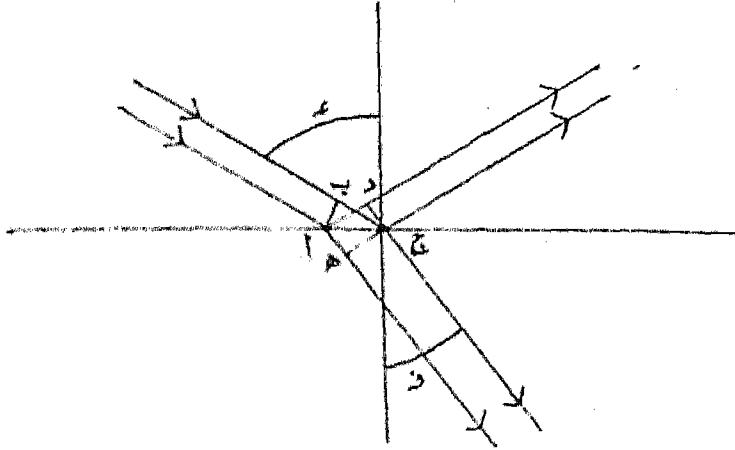
آنے والے ریاضی دانوں نے اس نظریہ کے بعض اساسی منصوبوں پر بجا اعتراض کیا ہے لیکن برقی مقناطیسی نظریہ کے سوا کوئی دوسرا نظریہ اس کا مقابلہ نہ کر سکا۔ بدیں وجہ مناسب خیال کیا گیا کہ اس موضوع پر بھی ایک مختصر سا مضمون لکھا جائے۔

فرینیل نے نور کی موجوں کو لچکدار شے کی موجوں کے متشابہ تصور کیا اور چونکہ گیس کے اندر آواز کی موجوں یا تنے ہوئے تار پر لچک کی موجوں کی رفتار متعلقہ معیار لچک کے جذر المربع کے راست متناسب ہے اور کثافت واسطہ کے جذر المربع کے بالعکس، اُس نے نور کی موجوں کی رفتار کا ضابطہ بھی $س = \sqrt{\frac{\text{معیارِ لچک}}{\text{کثافت}}}$ فرض کیا۔

اس کو یہ بھی فرض کرنا پڑا کہ تمام فضائے عالم میں خواہ وہ الکوا کبی ہو یا مادی اشیاء کی بین سالمی، ایک انتہا درجہ رقیق واسطہ جس کو اتھر کہتے ہیں موجود ہے جس کی لچک سب جگہ ایک ہی ہے۔ لیکن کثافت مختلف مادی اشیاء کے اندر مختلف ہے۔ اشیاء کے اندر کی ایتھر کا اختلافِ کثافت اُن کے انعطاف نماؤں کے اختلاف کا باعث ہے۔

فرینیل کے نظریہ سے ہم بتائینگے کہ متساوی السموت (isotropic) واسطوں میں نور کی پنسل جب کسی دو شفاف لیکن غیر مساوی انعطاف نما والے واسطوں کی فاصل مستوی پر واقع ہوتی ہے تو اس کی کتنی توانائی منعکس پنسل میں منتقل ہوتی ہے اور کتنی منعطف پنسل میں۔ شکل ۱۳۹ میں فرض کرو کہ ا ب، ج د اور ج ھ علی الترتیب متوازی پنسلوں کے واقع، منعکس اور منعطف ناصیہ ہائے موج ہیں۔ اوپر والے واسطہ میں رفتارِ نور س ہے اور نیچے والے میں س۱۔ اسی طرح ثہ، ثہ۱ ان واسطوں کی کثافتیں ہیں اور واقع پنسل میں حیطۂ ارتعاش ا ہے، منعکس پنسل میں ب اور منعطف میں ج۔

صفحہ کے مستوی کے متوازی اس سے ایک سمر فاصلہ پر ایک دوسرا

مستوی فرض کرو - ان دونوں مستویوں کے بیچ میں نور کی پنسلوں کی توانائیاں

شکل ۱۳۹

حسبِ ذیل ہونگی :-

واقع پنسل کے طول سا بھر کی توانائی $\propto \text{ث}_1 \, \text{ا}^2 \, \text{سا}_1 \, (\text{ا ب})$

منعکس پنسل .... سا .... $\propto \text{ث}_1 \, \text{ب}^2 \, \text{سا}_1 \, (\text{ج د})$

منعطف پنسل .... سا .... $\propto \text{ث}_2 \, \text{ج}^2 \, \text{سا}_2 \, (\text{ج ھ})$

اگر زاویۂ وقوع ع ہو تو زاویۂ انعکاس بھی ع ہوگا - فرض کرو زاویۂ انعطاف ف ہے -

چونکہ ا ب = ج د = ا ج جم ع اور ج ھ = ا ج جم ف

اس لیے بقاءِ توانائی کے اصول سے

$$\text{ث}_1 \, \text{ا}^2 \, \text{سا}_1 (\text{ا ج}) \, \text{جم ع} = \text{ث}_1 \, \text{ب}^2 \, \text{سا}_1 (\text{ا ج}) \, \text{جم ع} + \text{ث}_2 \, \text{ج}^2 \, \text{سا}_2 (\text{ا ج}) \, \text{جم ف}$$

چونکہ $\frac{\text{سا}_1}{\text{سا}_2} = \sqrt{\frac{\text{ث}_2}{\text{ث}_1}} \quad \therefore \text{ث}_1 \, \text{سا}_1^2 = \text{ث}_2 \, \text{سا}_2^2 \quad \therefore \frac{\text{ث}_1 \, \text{سا}_1}{\text{ث}_2 \, \text{سا}_2} = \frac{\text{سا}_2}{\text{سا}_1}$

اگر اوپر کے واسطہ سے نیچے کے واسطہ میں نور کا انعطاف نما م ہو $\frac{\text{سا}_1}{\text{سا}_2} = \text{م}$

پس　(ش۱ س۱)/(ش۲ س۲) = س۲/س۱ = ۱/م = جب عہ/جب فہ

لہذا بقاءِ توانائی والی مساوات تعویض کرنے سے

(ا² − ب²) جم عہ (جب فہ/جب عہ) = ج² جم فہ

یعنے　(ا² − ب²) = ج² مس عہ مم فہ .... (۱)

ب، ج دو غیر معلوم مقادیر ہیں۔ ان کی تعیین ا کی رقموں میں ہو سکتی ہے اگر مساوات (۱) کے علاوہ ایک دوسری مساوات اُن مقادیر کے باہمی ربط کو ظاہر کر سکے۔ فرینیل نے دیکھا کہ دونوں واسطوں کی فاصل سطح کے دو انتہا درجہ قریب کے نقطوں پر جو اس سطح کے ایک دوسرے کے مقابل جانبوں پر واقع ہوں نقلِ مکان کے (سطح کے متوازی) اجزاءِ ترکیبی باہدگر مساوی ہونے چاہییں ورنہ سطح کے مقابل جانبوں کے ایتھر کے ذرات ایک دوسرے پر سے پھسل جائینگے۔ اسی اصول کو پیشِ نظر رکھ کر ایک دوسری مساوات حاصل کی جا سکتی ہے۔ اس مساوات کے اخذ کرنے میں ہم یہ فرض کرینگے کہ واقع موجیں جو وقوع کے مستوی میں مرتعش ہوتی ہیں اسی مستوی میں ارتعاش کرنے والی منعکس اور منعطف موجیں پیدا کرتی ہیں۔ اسی طرح وقوع کے مستوی کے علی القوائم ارتعاش کرنے والی موجوں کے انعکاس و انعطاف سے صرف وہی موجیں پیدا ہوتی ہیں جو اس علی القوائم مستوی میں مرتعش ہیں۔ معہذا انعکاس و انعطاف کے وقت سوائے تبدیلی علامت والے اختلافِ ہیئت کے یعنے π کے کوئی اور اختلافِ ہیئت پیدا نہیں ہوتا۔

نور کی پنسل اگر وقوع کے مستوی میں مقطّب ہو تو

واقع منعکس اور منعطف ناصیہ ہائے موج کے ارتعاش اس کے علی القوائم مستوی میں ہونگے۔ پس فاصل سطح کے عین اوپر نقلِ مکان (ا + ب) ہے اور اس کے عین نیچے ج

لہذا ا + ب = ج .... (۲)

پہلی مساوات کو دوسری پر تقسیم کرنے سے ا - ب = ج مس عہ مم فہ ... (۳)

مساوات (۲) اور (۳) کو جمع کرنے سے ۲ ا = ج (۱ + مس عہ مم فہ)

= ج جب (عہ + فہ) / جم عہ جب فہ

∴ ج = ۲ ا جم عہ جب فہ / جب (عہ + فہ) .... (۴)

مساوات (۲) میں سے مساوات (۳) کو تفریق کرنے سے

۲ ب = ج (۱ - مس عہ مم فہ) = - ج جب (عہ - فہ) / جم عہ جب فہ

∴ ب = - ا جم (عہ - فہ) / جب (عہ + فہ) .... (۵)

اگر زاویہ عہ > فہ پہلے واسطے سے دوسرا واسطہ مناظری کثافت میں بڑا ہے اور جب (عہ - فہ) مثبت ہے۔ معہذا چونکہ (عہ + فہ) زاویہ ۱۸۰° سے بڑھ نہیں سکتا جب (عہ + فہ) مثبت ہے۔

پس اگر کسی آن میں داخلی موج کے اندر نقل مکان ایک سمت میں ہے تو منعکس موج میں نقل مکان کی سمت اس کے مخالف ہوگی اس لیے کہ ا اور ب کی علامتیں مختلف ہیں یعنے کثیف تر واسطہ پر سے جب انعکاس ہوتا ہے تو π کا تفاوت ہیئت صورت پذیر ہوتا ہے۔ اس کے برعکس جب لطیف تر واسطہ پر سے انعکاس ہوتا ہے تو عہ < فہ اس لیے جب (عہ - فہ) منفی ہے اور ا اور ب کی علامتیں ایک ہی ہوتی ہیں پس بوقت انعکاس کوئی تفاوت ہیئت پیدا نہیں ہوتا ہے۔ زاویۂ وقوع اگر چھوٹا ہو تو بجائے جیب زاویہ اس کا نیم قطری پیمانہ ہی لکھا جاسکتا ہے۔

پس ب = - ا (عہ - فہ) / (عہ + فہ) اور چونکہ عہ = مر فہ، ب = - ا (مر - ۱) / (مر + ۱)
ج = ۲ ا عہ / (عہ + فہ) = ۲ ا ۱ / (مر + ۱) .... (۶)

پنسل کی حدت متناسب ہے توانائی کے جو اکائی رقبہ سطح میں سے عمودوار فی ثانیہ گزرتی ہے یعنے رفتارِ نور، کثافت واسطہ اور حیطۂ ارتعاش کے مربع کے حاصلِ ضرب کے متناسب ہے۔ پس واقع، منعکس اور منعطف پنسلوں کی حدت (تقریباً عمودوار وقوع کی صورت میں)

علی الترتیب $س_۱ ش_۱ ل^۲$ ، $س_۱ ش_۱ ل^۲ \left(\frac{م-۱}{م+۱}\right)^۲$ اور $س_۲ ش_۲ \frac{۴ ل^۲}{(م+۱)^۲}$

یعنے $ل^۲$ ، $ل^۲ \left(\frac{م-۱}{م+۱}\right)^۲$ اور $\frac{۴ م ل^۲}{(م+۱)^۲}$ کے متناسب ہے

(اس لیے کہ $س_۲ ش_۲ = (س_۱ ش_۱) \frac{س_۱}{س_۲} = م س_۱ ش_۱$)

واضح ہو کہ اراگو وغیرہ نے تجربہ سے حدت کے ان ضابطوں کی تصدیق کی ہے۔

نور کی پنسل اگر وقوع کے مستوی کے علی القوائم مقطب ہو تو ناصیۂ موج کے ارتعاش وقوع کے مستوی میں ہونگے۔ بالفاظِ دیگر واقع موج کے ارتعاش ا ب کے متوازی ہونگے منعکس موج کے ارتعاش د ج کے متوازی اور منعطف موج کے ' ھ ج کے متوازی۔ (ملاحظہ ہو شکل ۱۳۹)۔

چونکہ $\angle$ ب ا ج = $\angle$ د ج ا = عہ اور $\angle$ ھ ج ا = فہ واقع منعکس اور منعطف موجوں کے نقلِ مکان کے اجزائے ترکیبی ا ج کی سمت میں علی الترتیب

= ا جم عہ ، ب جم عہ اور ج جم فہ

∴ (ا+ب) جم عہ = ج جم فہ لیکن $(ا^۲ - ب^۲) = ج^۲$ مس عہ جم فہ

پس دوسری مساوات کو پہلی پر تقسیم کرنے سے

$\frac{ا-ب}{جم\ عہ} = ج \frac{مس\ عہ}{جب\ فہ}$ ∴ $ا - ب = ج \frac{جب\ عہ}{جب\ فہ}$

اور چونکہ $ا + ب = ج \frac{جم\ فہ}{جم\ عہ}$

$$\therefore\ \text{٢ا} = \text{ج}\left(\frac{\text{جب عہ}}{\text{جب فہ}} + \frac{\text{جم فہ}}{\text{جم عہ}}\right)$$

$$= \text{ج}\,\frac{\text{جب (عہ + فہ) جم (عہ - فہ)}}{\text{جم عہ جب فہ}}$$

$$\therefore\ \text{ج} = \text{٢ا}\,\frac{\text{جم عہ جب فہ}}{\text{جب (عہ + فہ) جم (عہ - فہ)}} \quad \ldots\ldots\ (\text{٧})$$

اسی طرح $\text{٢ب} = \text{ج}\left(\frac{\text{جم فہ}}{\text{جم عہ}} - \frac{\text{جب عہ}}{\text{جب فہ}}\right) = -\text{ج}\,\frac{\text{جم (عہ + فہ) جب (عہ - فہ)}}{\text{جم عہ جب فہ}}$

$$\text{پس ب} = -\text{ا}\,\frac{\text{مس (عہ - فہ)}}{\text{مس (عہ + فہ)}} \quad \ldots\ldots\ (\text{٨})$$

زاویہ (عہ + فہ) جب ۹۰° سے کمتر ہوتا ہے تو مس (عہ + فہ) مثبت ہے اور ایسی صورت میں ب اور ا کی علامتیں متضاد ہونگی جبکہ دوسرا واسطہ پہلے واسطہ سے کثیف تر ہوگا۔ یعنے عہ > فہ ۔ جس سے ظاہر ہے کہ کثیف تر واسطہ پر سے نور کا انعکاس ہوتا ہے تو π کا تفاوتِ ہیئت پایا جاتا ہے ۔

واقع پنسل جب سطح فاصل کے تقریباً عمود وار ہوتی ہے

$$\text{ج} = \text{٢ا}\,\frac{\text{فہ}}{\text{عہ + فہ}} = \text{٢ا}\,\frac{1}{\text{مہ} + 1}$$

$$\text{اور}\quad \text{ب} = -\text{ا}\,\frac{\text{عہ - فہ}}{\text{عہ + فہ}} = -\text{ا}\,\frac{\text{مہ} - 1}{\text{مہ} + 1}$$

جو وقوع کے مستوی میں مقطب نور کے نتائج کے مماثل ہیں۔ دیکھو مساوات(٦) نور کی پنسل جب کسی سطح پر تقریباً عمود وار واقع ہوتی ہے تو ناصیۂ موج کے اندر کے تمام ارتعاش سطح کے تقریباً متوازی ہوتے ہیں۔ بدیں وجہ ایسی حالت میں واقع نور کی تقطیب کا مستوی خواہ کچھ ہی ہو منعکس اور منعطف پنسلوں کے لیے ایک ہی نتیجہ برآمد ہوتا ہے ۔

دراں حالیکہ (عہ + فہ) = $\frac{\pi}{2}$ تو مس (عہ + فہ) = ∞

اور ب = - ا $\frac{\text{مس (عہ - فہ)}}{\text{مس (عہ + فہ)}}$ = - ا $\frac{\text{مس (عہ - فہ)}}{\infty}$ = ۰

اس صورت میں م = $\frac{\text{جب عہ}}{\text{جب فہ}}$ = $\frac{\text{جب عہ}}{\text{جب } (\frac{\pi}{2} - \text{عہ})}$ = مس عہ

یعنے جب پنسل وقوع کے مستوی کے علی القوائم مقطب ہوتی ہے یعنے ارتعاش وقوع کے مستوی میں ہوتے ہیں اور زاویۂ وقوع عہ = مس$^{-1}$ م یعنے (عہ + فہ) = $\frac{\pi}{2}$ پنسل بالکلیہ منعطف ہوگی اور انعکاس کچھ بھی نہ ہوگا۔

منعطف پنسل کا حیطۂ ارتعاش تب ج = ۲ ا $\frac{\text{جم عہ جب فہ}}{\text{جب (عہ + فہ) جم (عہ - فہ)}}$ = $\frac{\text{ا}}{\text{م}}$

اس لیے منعطف پنسل میں توانائی کی حدت = م ج^2 = $\frac{\text{ا}^2}{\text{م}}$

اب اور ج ھ مستویوں میں سے (دیکھو شکل ۱۳۸) فی ثانیہ توانائی کی مساوی مقداریں گزرتی ہیں' اس لیے کہ

$$\frac{\text{ھ ج}}{\text{اب}} = \frac{\text{جم فہ}}{\text{جم عہ}} = \frac{\text{جب عہ}}{\text{جم عہ}} = \text{مس عہ} = \text{م}$$

زاویہ (عہ + فہ) کی قیمت جیسے جیسے ۹۰° میں سے ہوکر گزرتی ہے مس (عہ + فہ) کی علامت + سے - میں تبدیل ہوتی ہے ۔ زاویہ (عہ + فہ) جس وقت ۹۰° سے عین کم ہوتا ہے ا اور ب کی علامتیں متضاد ہونگی دراں حالیکہ پہلے واسطہ سے دوسرا واسطہ کثیف تر ہوگا ۔ زاویہ (عہ + فہ) جس وقت ۹۰° سے عین بڑھ جاتا ہے حالت مصرحۂ بالا میں ا اور ب کی علامتیں ایک ہی ہونگی۔ پس واقع پنسل میں ارتعاش جب وقوع کے مستوی میں ہوتے ہیں اور زاویۂ وقوع زاویۂ تقطیب میں سے گزرتا ہے (یعنے اس کی قیمت بتدریج زاویۂ تقطیب کے مساوی ہوکر اس سے بڑھ جاتی ہے) منعکس پنسل میں π کا

تفاوتِ ہیئت پیدا ہوتا ہے -

اگر نور کسی بھی ایک مستوی میں مقطب ہو تو ہم اس کے متعلقہ ارتعاشوں کو وقوع کے مستوی اور اس کے علی القوائم مستوی میں تحلیل کر سکتے ہیں - جو نتائج اوپر بیان ہوئے ہیں ان کے لحاظ سے ظاہر ہے کہ مقطب نور پر انعکاس کا یہ اثر ہوتا ہے کہ جیسے جیسے زاویۂ وقوع زاویۂ تقطیب کے قریب تر ہوتا جاتا ہے منعکس نور کے ارتعاش وقوع کے مستوی کے قریب تر علی القوائم ہوتے جاتے ہیں، بالفاظِ دیگر منعکس نور کی تقطیب کا مستوی وقوع کے مستوی کی طرف گھمایا جاتا ہے -

غیر مقطب نور جب کسی شفاف واسطہ کی سطح پر واقع ہو کر منعکس اور منعطف ہوتا ہے تو ارتعاش کے وہ اجزاءِ ترکیبی جو وقوع کے مستوی کے علی القوائم ہیں ہمیشہ بہ نسبت ان اجزاء کے جو اس مستوی کے متوازی ہیں زیادہ مقدار میں منعکس ہونگے - اس لیے کہ (جیسا کہ قبل ازیں بتایا گیا ہے) منعکس ہوجوں کے

$$\frac{\text{وقوع کے مستوی کے متوازی ارتعاشوں کا جیطہ}}{\text{وقوع کے مستوی کے علی القوائم ارتعاشوں کا جیطہ}} = \frac{\text{مس}\,(\text{عہ} - \text{فہ})}{\text{مس}\,(\text{عہ} + \text{فہ})} \div \frac{\text{جب}\,(\text{عہ} - \text{فہ})}{\text{جب}\,(\text{عہ} + \text{فہ})}$$

$$= \frac{\text{جم}\,(\text{عہ} + \text{فہ})}{\text{جم}\,(\text{عہ} - \text{فہ})}$$

پس ان کے متناظر حدتوں کی نسبت $= \frac{\text{جم}^2\,(\text{عہ} + \text{فہ})}{\text{جم}^2\,(\text{عہ} - \text{فہ})}$ ...... (۷)

زاویہ (عہ + فہ) جب تک ۹۰° سے کمتر ہے تو جم (عہ + فہ) کی قیمت ہمیشہ جم (عہ - فہ) سے کمتر ہوگی -

جس وقت مس عہ = مُ وقوع کے مستوی والے ارتعاشوں کا نور بالکلیہ منعطف ہوجائیگا اور مستوی مذکور کے علی القوائم ارتعاشوں کا نور بالکلیہ منعکس - یہ نتیجہ بروسٹر (Brewster) کے کلیہ کے عین مطابق ہے اور اس سے انعکاسی تقطیب کی توجیہ ہوتی ہے - دونوں مقطب پنسلوں کی حدتیں مساوی ہونگی

اس لیے کہ وقوع کے مستوی کے متوازی ارتعاشوں کے اجزاء تحلیلی کا حاصل جمع
بروئے اوسط مستوی مذکور کے علی القوائم ارتعاشوں کے اجزاء تحلیلی کے حاصل جمع
کے مساوی ہوگا۔

کلّی داخلی انعکاس۔ اگر نور کی پنسل کثیف تر واسطہ سے
نکل کر لطیف تر واسطہ میں منعطف ہوتی ہے اور اول الذکر واسطہ کا اضافی انعطاف نما
(یعنے بلحاظ ثانی الذکر واسطہ) مَ ہے تو مَ جب عہ = جب فہ اور وقوع
کے مستوی کے علی القوائم ارتعاشوں کے لیے

$$\text{ب} = \text{ا}\,\frac{\text{جب}(\text{فہ} - \text{عہ})}{\text{جب}(\text{عہ} + \text{فہ})} = \text{ا}\,\frac{\text{مَ جم عہ جب عہ} - \text{جب عہ}\sqrt{1 - \text{مَ}^2\,\text{جب}^2\,\text{عہ}}}{\text{مَ جم عہ جب عہ} + \text{جب عہ}\sqrt{1 - \text{مَ}^2\,\text{جب}^2\,\text{عہ}}} \qquad (8)$$

ب کی قیمت حقیقی ہونے کے لیے ضرور ہے کہ جذر المربع کی علامتوں کے اندر کے
جملے صفر یا کوئی مثبت عدد ہوں۔ بڑے سے بڑا زاویۂ وقوع جس کے لیے
قبل ازیں اخذ کیے ہوئے کلیے بلا ترمیم قائم رہ سکتے ہیں وہ زاویہ عہ جس کے لیے

$$1 - \text{مَ}^2\,\text{جب}^2\,\text{عہ} = 0 \quad \text{یعنے} \quad \text{جب عہ} = \frac{1}{\text{مَ}}$$

مساوات (۸) میں عہ کی یہ قیمت درج کرنے سے مساوات ب = ا حاصل ہوتی ہے۔
پس جس وقت جب عہ = $\frac{1}{\text{مَ}}$ نور کی پنسل کلیۃً منعکس ہوجاتی ہے بادی النظر
میں ایسا معلوم ہوتا ہے مصرحۂ بالا حالت میں منعطف پنسل کا حیطۂ ارتعاش
ج صفر ہوجانا چاہیے۔ لیکن

$$\text{ج} = 2\,\text{ا}\,\frac{\text{جم عہ جب فہ}}{\text{جب}(\text{عہ} + \text{فہ})} = 2\,\text{ا}\,\frac{\text{مَ جم عہ جب عہ}}{\text{مَ جم عہ جب عہ} + \text{جب عہ}\sqrt{1 - \text{مَ}^2\,\text{جب}^2\,\text{عہ}}}$$

پس جس وقت مَ جب عہ = ۱ تو ج = ۲ ا

اس نتیجہ کی اس طرح توجیہ کی جاتی ہے کہ تجربہ بتاتا ہے کہ حالت
مصرحۂ بالا میں لطیف تر واسطہ کے اندر فی الحقیقت موجی حرکت سرایت
کرتی ہے لیکن فاصل سطح سے تقریباً ایک ہی طول موج باہر نکلنے پر وہ تلف

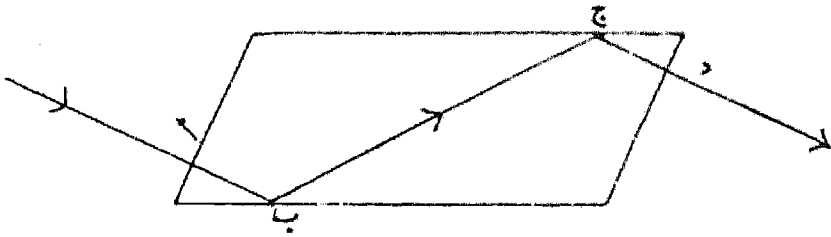
ہو جاتی ہے ۔ اس لیے ج کی مندرجۂ بالا قیمت اسی سطحی حرکت کا حیطۂ ارتعاش متصور ہونی چاہیے ۔ جس وقت ع = ۹۰° یعنی جم ع = ۰ اور ج کی قیمت صفر ہو جاتی ہے ۔ پس جب کثیف تر واسطہ میں زاویۂ وقوع ع کی قیمت اس کی فاصل قیمت سے بتدریج بڑھ کر ۹۰° ہو جاتی ہے تو ج کی قیمت گھٹتے گھٹتے صفر ہو جاتی ہے ۔ جس وقت مر جب ع > ا تو ب اور ج کی قیمتیں ملتف (complex) یعنے بشکل ا + ۱ $\sqrt{-1}$ ب ہو جاتی ہیں ۔

اس کا مفہوم سمجھنے کے لیے ہمیں یہ یاد رکھنا چاہیے کہ ہم نے اب تک یہ فرض کیا تھا کہ منعکس یا منعطف پنسلوں میں صرف π کا تفاوت ہیئت پیدا ہوتا ہے ۔ ہم نے دیکھا کہ اس مفروضہ سے ہمیشہ باہم دیگر موافق نتائج حاصل ہوئے الا اس صورت کے کہ نور کثیف تر سے لطیف تر واسطہ کی سطح پر واقع ہوتا ہے اور زاویۂ وقوع زاویۂ فاصل سے بڑا ہوتا ہے ۔ اگر اس صورت میں ہم فرض کریں کہ منعکس اور منعطف نوروں کے اندر ہیئت کی تبدیلی بتدریج زاویۂ وقوع کی تبدیلی کے ساتھ عمل میں آتی ہے تو یہاں بھی باہم دیگر موافق نتائج مترتب ہوتے ہیں ۔

اس مفروضہ کو پیش نظر رکھ کر فرینیل نے نظری طریقہ پر اخذ کیا کہ درحالیکہ نور وقوع کے مستوی کے علی القوائم مقطب ہوتا ہے (ایسا ہی جب کہ اسی مستوی میں مقطب) داخلی انعکاس کے باعث ہیئت میں جو تبدیلی پیدا ہوتی ہے صفر سے بڑھتے ہوئے π تک پہنچ جاتی ہے ، جبکہ زاویۂ وقوع اپنی فاصل قیمت سے بڑھ کر $\frac{\pi}{2}$ ہو جاتا ہے ۔ لیکن زاویۂ وقوع جب ان حدود کے اندر ہوتا ہے تو داخلی انعکاس کے باعث وقوع کے مستوی میں مقطب نور کی ہیئت کی تبدیلی مستوی مذکور کے علی القوائم مقطب نور کی ہیئت کی تبدیلی سے مختلف ہوگی ۔ فرینیل نے محسوب کیا کہ اگر کثیف واسطہ شیشہ ہو تو ۵۵° زاویۂ وقوع کے داخلی انعکاس سے متذکرۂ بالا ہیئتی تبدیلیوں میں $\frac{\pi}{4}$ کا تفاوت پیدا ہوتا ہے ۔

فرینیل کا مجسم معین (Rhomb)

— اس نتیجہ کے

امتحان کے لیے فرینیل نے شیشہ کا ایک مجسم معین تیار کیا جس کے ایک سرے میں سے نور کی شعاع ا ب عمود وار داخل ہوکر دو بار ۵۵° زاویہ پر واقع ہو اور کلی داخلی انعکاس کے بعد مقابل کے سرے میں سے عمود وار نکل جائے دیکھو شکل نمبر ۱۴۰۔ اگر واقع پنسل مستوی مقطب ہو اور اس کے ارتعاش وقوع کے مستوی کے ساتھ ۴۵° مائل ہوں تو ان ارتعاشوں کے

شکل نمبر ۱۴۰

اجزاء تحلیلی جو مستوی مذکور کے علی القوائم اور متوازی ہونگے باہم دیگر مساوی ہونگے۔ از روئے حساب ہر کلی داخلی انعکاس پر مصرحہ بالا اجزاءِ تحلیلی میں $\frac{\pi}{4}$ کا تفاوت ہیئت ہونا چاہیے۔ یعنے معین میں سے خارج ہونے پر ان اجزاء کی ہیئتوں میں مجموعی طور پر $\frac{\pi}{2}$ تفاوت کی توقع ہوگی اور وہ باہم دیگر علی القوائم ہونگے۔ بالفاظِ دیگر خارج پنسل دائری مقطب ہونا چاہیے۔ تجربہ کیا گیا تو ایسا ہی پایا گیا۔

اگر معین کے ایک سرے میں سے دائری مقطب نور داخل ہوتا ہے تو اس کے ارتعاشوں کے، باہم دیگر علی القوائم اجزاءِ تحلیلی میں مزید $\frac{\pi}{2}$ کا تفاوت ہیئت پیدا ہوتا ہے یعنے جملہ π کا تفاوت صورت پذیر ہوتا ہے اس لیے خارج پنسل مستوی مقطب ہوگا اور اس کے ارتعاشِ وقوع کے مستوی کے ساتھ ۴۵° زاویہ پر مائل ہونگے۔

اگر فرینیل کے معین میں سے ناقصی مقطب نور داخل کیا جائے اس طرح پر

کہ ناقص ارتعاشوں کے محور علی الترتیب وقوع کے مستوی کے اندر اور اس کے علی القوائم ہوں تو ارتعاشوں کے اجزاءِ تحلیلی میں علاوہ سابقہ $\frac{\pi}{2}$ تفاوتِ ہیئت کے $\frac{\pi}{2}$ کا ایک مزید تفاوت عائد کیا جائیگا۔ اس لیے نور جب خارج ہوگا تو مستوی مقطب ہوگا۔ فرینیل کا معین رُبع موجی تختی سے بہتر کام دے سکتا ہے اس لیے کہ اگرچہ وہ صرف ایک رنگ کے نور کے لیے $\frac{\lambda}{2}$ کا تفاوتِ ہیئت قطعی صحت کے ساتھ پیدا کر سکتا ہے لیکن اس سے سفید نور کے تمام اجزاءِ ترکیبی کے لیے بھی تقریباً اسی قدر تفاوتِ ہیئت حاصل ہو سکتا ہے۔

آٹھواں باب

انتشارِ نور کے نظریے - شفاف اشیاء میں سے

جب سفید نور کی پنسل گزرتی ہے تو وہ متعدد مختلف الوان کی پنسلوں میں منقسم ہو جاتی ہے - جیسا کہ منشور کے تجربوں سے ظاہر ہے - سفید نور کے اس طرح رنگوں میں منتشر ہونے کو انتشار کہتے ہیں - موجی نظریہ کی رُو سے نور کی شعاعیں جو کسی واسطہ میں داخل ہو کر مختلف زاویوں میں منعطف ہوتی ہیں واسطہ مذکور میں مختلف رفتاروں سے حرکت کرتی ہیں - اگر نور کی رفتار بین الکواکبی فضا، (یعنے ایتھر) میں ر ہے اور کسی مادّی واسطہ میں

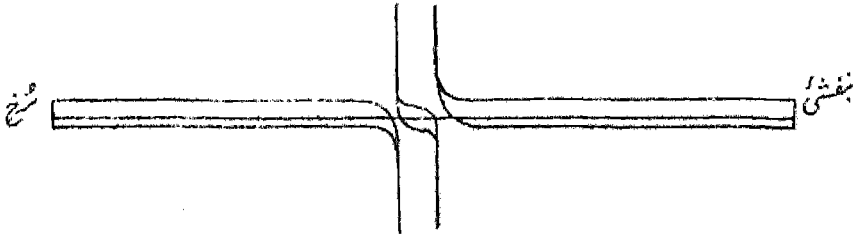
ر' تو $\frac{ر}{ر'}$ اس نور کا واسطہ مذکور میں انعطاف نما ہے - ہمارے

حدّ علم تک تمام رنگوں کے نور کی رفتار ایتھر میں ایک ہی ہے یعنے ر کی قیمت تمام رنگوں کے لیے مستقل ہے - الغول جیسے تیز متغیر تنویر کے ستاروں کے مشاہدہ سے ہمیں یہ ماننا پڑتا ہے کہ ایتھر میں تمام رنگوں کی رفتار ایک ہی ہوتی ہے - اگر ایسا نہ ہوتا تو الغول جیسے ستارہ کا رنگ اس کی تنویر کی حدّت کے ساتھ بدلتا - لیکن کبھی ایسا مشاہدہ نہیں ہوا -

مناظری طیف کے مرئی حصّہ میں عموماً دیکھا جاتا ہے کہ نور کے طول موج کی کمی کے ساتھ اس کی انعطاف پذیری بڑھتی جاتی ہے یعنے عام طور پر شفاف مادّی واسطوں میں طول موج کی کمی کے ساتھ واسطہ کا انعطاف نما بھی بڑھتا ہے - لیکن جہاں انجذاب واقع ہوتا ہے وہاں یہ قاعدہ ٹوٹ جاتا ہے - ایسے

انتشار کو بے قاعدہ انتشار کہتے ہیں۔ جیسے پفلوجر (pfluger) کے بنائے ہوئے ٹھوس فکھسین (fuchsine) کے زاویۂ حادّہ والے منشور کے ساتھ تجربہ کرنے سے دریافت ہوتا ہے۔ واضح ہو کہ فکھسین سبز رنگ بڑی شدّت کے ساتھ جذب کر لیتا ہے پس ل = ۶۰۰۰ انگسٹروم اور ل = ۴۵۰۰ انگسٹروم کے مابین طولِ موج کے رنگ اس میں جذب ہو جاتے ہیں اس لیے اس کا طیف ان سے معترا رہتا ہے۔ کرسٹیانسن (Christiansen) نے سنہ ۱۸۷۰ء میں دریافت کیا کہ فکھسین کے الکحلی محلول میں انعطاف نما فراؤن ہوفر کے طیفی خط ب (B) سے لے کر د (D) تک بڑھتا جاتا ہے خط ز (G) تک سرعت کے ساتھ گھٹتا ہے۔ اور پھر اس کے بعد کو آنے والے خطوط کے لیے بڑھ جاتا ہے۔ کنڈٹ (Kundt) نے اس بے قاعدہ انتشار سے متعلق مزید تحقیق کی اور ثابت کیا کہ تمام "سطحی رنگ" والے اشیاء میں سے جب سفید نور گزرتا ہے تو طیف کے رنگوں کا سرخ سے لے کر بنفشی تک مطالعہ کرنے پر معلوم ہوتا ہے کہ انجذابی بند کے عین پہلے انعراف بے قاعدہ طور پر بڑھ جاتا ہے اور اس کے عین بعد بے قاعدہ طور پر گھٹ جاتا ہے۔

بیکرل (Becqurel) نے ایک متوازی الافق مسلسل طیف کی شعاعوں کے راستہ میں ایک فانہ نما شعلہ حائل کیا جو سوڈیم کے بخار سے مشوخ رنگین تھا۔ شعلہ گویا ایک منشور تھا جس کا انعطاف پیدا کرنے والا کنارہ متوازی الافق تھا۔ چونکہ شعلہ کی گیسیں گرم تھیں ان کی کثافت کی کمی سے طیف بحیثیتِ مجموعی کسی قدر اوپر کی طرف ہٹ گیا۔ (دیکھو شکل ۱۲۱) جس کی لمبی افقی لکیر مسلسل طیف کو شعلہ کے حائل ہونے سے پہلے طولاً دو ٹھیک مساوی حصوں میں تقسیم کرتی تھی لیکن اب خفیف سی نیچے کی طرف اترتی ہوئی نظر آتی ہے۔ طیف کا سرخ سرا شکل کے بائیں جانب ہے طیفی خط (D_1) (د۱) کے مقام کے عین بائیں جانب طیف تیزی کے ساتھ نیچے کی طرف یعنی فانہ نما شعلہ کے قاعدہ کی طرف اتر آیا ہے جس سے ظاہر ہے کہ (D_1) خط کے طولِ موج سے

ذرا سا بڑے طولِ موج کے لیے سوڈیم کے بخار کا انعطاف نما غیر معمولی طور پر

شکل ۱۴۱

بڑھ جاتا ہے (D₁) کے عین سیدھے جانب طیف سُرعت کے ساتھ اوپر کی طرف یعنے نانہ کے انعطافی کنارہ کی طرف چڑھ گیا ہے۔ جس سے ثابت ہوتا ہے کہ (D_1) کے طولِ موج سے خفیف سا کمتر طولِ موج کے لیے بخار کا انعطاف نما غیر معمولی طور پر گھٹ جاتا ہے۔ شکل سے (جو فوٹو گراف کی نقل ہے) ظاہر ہے کہ مصرحۂ بالا طولِ موج کی شعاعوں کے لیے سوڈیم کے بخار کا انعطاف نما اکائی سے بھی معتد بہ کم ہے۔ آگے کو جوں جوں طولِ موج میں مزید کمی واقع ہوتی ہے۔ طیف کا اوپر کی طرف کا انحراف گھٹ جاتا ہے۔ اور پھر بالآخر (D_2) کے قریب پہنچ کر طیف جلد نیچے کی طرف جھک جاتا ہے (D_2) سے گزر جانے کے بعد طیف کر ایک دم اوپر کی جانب منحرف ہوتا ہے۔ لیکن طولِ موج کی کمی کے ساتھ جلد نیچے اُتر آتا ہے۔ آر ڈبلیو ووڈ (R. W. Wood) نے سوڈیم کے بخار سے متعلق بہت دلچسپ اور نتیجہ خیز تجربے کیے ہیں جن کا اُس کی کتاب میں مطالعہ ہو سکتا ہے۔

انتشارِ نور کا جو بھی نظریہ پیش ہو اس میں ضرور اس "بے قاعدگی" کی توجیہ شامل ہونی چاہیے۔ سب سے زیادہ موزون نظریہ برقی مقناطیسی ہے۔ ایتھر کا پُرانا لچکدار ٹھوس والا نظریہ بھی بڑی حد تک اس کی توجیہ کر سکتا ہے۔ متعدد محققین نے اس پر طبع آزمائی کی ہے اور ان کی تحقیقات مبتدیوں کے لیے

بہت سبق آموز ثابت ہوئی ہیں - اس لیے ہم مختصر طور پر ان ہی کا ذکر کرینگے -

بے قاعدہ یا خلافِ قاعدہ انتشار (Anomalous dispersion)

اس کی توجیہ کے لیے میکانی اصول پر مادہ اور ایتھر کے باہمی تعامل کے ذریعہ بوسینسک (Boussinesq) سلمائر (Sellmeier) ہلم ہولٹس (Helmholtz) کٹلر (Ketteler) لومل (Lommel) وغیرہ نے نظریے قائم کیے ہیں -

ان کا ذکر کرنے سے پہلے ضروری معلوم ہوتا ہے کہ کوشی (Cauchy) کے ضابطہ کا بھی ذکر کر دیا جائے جو رفتارِ نور کو طولِ موج کا تفاعل ثابت کرکے انعطاف نما اور طولِ موج کے مابین ایک رابطہ قائم کرتا ہے جس کی حسابی عمل میں اکثر ضرورت پڑتی ہے - کوشی کے ضابطے حسبِ ذیل ہیں :-

$$(1)\quad ر^2 = ا + \frac{ب}{ل^2} + \frac{ج}{ل^4} + \frac{د}{ل^6} + \cdots\cdots$$

$$(2)\quad م = ا + \frac{ب}{ل^2} + \frac{ج}{ل^4} + \cdots\cdots$$

جن میں ر اور م رفتارِ نور اور انعطاف نما ہیں' ل طولِ موج ہے اور ا' ب' ج ..... ' ا' ب' ج' ...... مستقل مقادیر ہیں -

کوشی نے فرض کیا کہ انتشار انگیز واسطہ میں مادہ اور ایتھر دونوں مل کر حرکت کرتے ہیں - بوسینسک نے خیال کیا کہ ایتھر کی کثافت مستقل رہتی ہے لیکن مادہ جزوی طور پر ہٹ جاتا ہے اور اس ہٹاؤ سے مادہ اور ایتھر میں جو ردِ عمل پیدا ہوتا ہے اس قدر خفیف ہوتا ہے کہ اس سے مادہ کے اندر پیدا ہونے والی لچکی قوتیں ناقابلِ لحاظ تصور کی جا سکتی ہیں - سلمائر کا یہ مفروضہ ہے کہ مادہ اور ایتھر کے مابین اس طرح کا جو ردِ عمل پیدا ہوتا ہے ان کے اضافی ہٹاؤ (ط - ظ) کے متناسب ہے - اس بناء پر اس نے ایتھر اور مادہ کے لیے علی الترتیب مندرجہ ذیل حرکت کی مساواتیں اخذ کیں :-

$$\left.\begin{aligned} ث \frac{فر^2 ظ}{فر و^2} &= ا \frac{فر^2 ظ}{فر ی^2} - ک (ظ - ظ_1) \\ ث_1 \frac{فر^2 ظ_1}{فر و^2} &= ک (ظ - ظ_1) \end{aligned}\right\} \quad (ا)$$

مادّہ کے سالمات یا ذرّات کے متعلق فرض کیا گیا کہ وہ طبعی اور قسری دونوں قسم کے ارتعاش کر سکتے ہیں۔ طبعی ارتعاشوں کا وقتِ دَوران $و_1$ ہے اور قسری کا $و$۔ یہ قسری ارتعاش ان میں نور کی موجوں کی وجہ سے پیدا ہوتے ہیں۔

سادہ موسیقی حرکت کے ضابطہ سے ظاہر ہے کہ وقتِ دوران $= ۲\pi \sqrt{\frac{ہٹاؤ}{اسراع}}$، پس

$$و_1 = ۲\pi \sqrt{\frac{ث_1}{ک}} \qquad \therefore ک = ث_1 \frac{۴\pi^2}{و_1^2}$$

ان تفرقی مساواتوں کا ایک خاص حل مندرجۂ ذیل شکل کا ہے:—

$$\left.\begin{aligned} ظ &= ب \,جم\, ۲\pi \left(\frac{و}{و} - \frac{مر ی}{لہ}\right) \\ ظ_1 &= ب_1 \,جم\, ۲\pi \left(\frac{و}{و} - \frac{مر ی}{لہ}\right) \end{aligned}\right\} \quad (ب)$$

جن میں $\frac{مر}{لہ}$ مادّی واسطہ میں نور کا طولِ موج ہے۔
حل (ب) کو (ا) کی دوسری مساوات میں تعویض کرنے سے

$$\frac{ب_1}{ب} = \frac{لہ^2}{لہ^2 - لہ_1^2} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots (ج)$$

جس میں $لہ_1$ = ایتھر میں طولِ موج نور کا جس کا تعدّد وہی ہے جو مادّی سالمات یا اجزا کا طبعی تعدّد ہے۔

یعنی $\frac{لہ_1^2}{لہ^2} = \frac{و_1^2}{و^2}$

(ا) کی پہلی مساوات میں حل (ب) کو تعویض کرنے سے لہ طولِ موج کے

نور کا انعطاف نما حسبِ ذیل حاصل ہوتا ہے :-

$$\text{م}^2 = 1 + \frac{\text{ا}_1\,\text{ل}^2}{\text{ل}^2 - \text{ل}_1^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (\text{د})$$

اگر مادّی واسطہ میں ایک سے زیادہ انواع کے سالمات ہوں اور ان میں سے ایک ایک نوع کے سالمات کے طبیعی ارتعاشوں کے وقتِ دوران مختلف ہوں تو (ا) کی مساواتوں میں ہر نوع کے سالمات کے لیے ایک مزید مساوات کے اضافہ کی ضرورت ہوتی ہے اور اس کی پہلی مساوات میں ایک متناظر رقم زیادہ کرنی ہوتی ہے۔ چنانچہ انعطاف نما کا ضابطہ ہوگا

$$\text{م}^2 = 1 + \sum \frac{\text{ا}_\text{ن}\,\text{ل}^2}{\text{ل}^2 - \text{ل}_\text{ن}^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (\text{ھ})$$

جس میں $\sum$ رقوم کے جمع کی علامت ہے اور $\text{ا}_\text{ن}$ اور $\text{ل}_\text{ن}$ واسطہ کے ہر نوع کے سالمات کے متعلقہ مستقل اور طبیعی ارتعاشوں کے طول موج ہیں۔

اگر ل کے مقابلہ میں ل_1 چھوٹا ہے یعنے مرئی طیف کے نور میں مادّی واسطہ شفاف ہے لیکن طیف کے بالائے بنفشی حصہ میں انجذابی بند رکھتا ہے تو واضح ہے کہ ل کے بڑھنے سے م کی قیمت گھٹتی ہے۔

ضابطہ (د) بشکل

$$\text{م}^2 = 1 + \text{ا}_1\left(1 - \frac{\text{ل}_1^2}{\text{ل}^2}\right)^{-1} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (\text{و})$$

لکھا جا سکتا ہے جو کوشی والے ضابطہ کی شکل میں تحویل ہو سکتا ہے۔

اگر طیف کے بالائے بنفشی حصّہ کے علاوہ پائین سرخ حصہ میں بھی ایک انجذابی بند موجود ہے جس کے لیے ل کے مقابلہ میں ل_2 بڑا ہے تو مساوات (و) کو بشکل

$$\text{م}^2 = 1 - \frac{\text{ا}_2}{\text{ل}_2^2}\,\text{ل}^2\left(1 - \frac{\text{ل}^2}{\text{ل}_2^2}\right)^{-1} + \text{ا}_1\left(1 - \frac{\text{ل}_1^2}{\text{ل}^2}\right)^{-1} \quad \ldots\ldots (\text{ز})$$

$$= 1 - \frac{\text{ا}_2\,\text{ل}^2}{\text{ل}_2^2} + \text{ا}_1\left(1 + \frac{\text{ل}_1^2}{\text{ل}^2} + \frac{\text{ل}_1^4}{\text{ل}^4}\right)$$

زیادہ قوتوں کی رقموں کو نظر انداز کر کے لکھ سکتے ہیں ۔

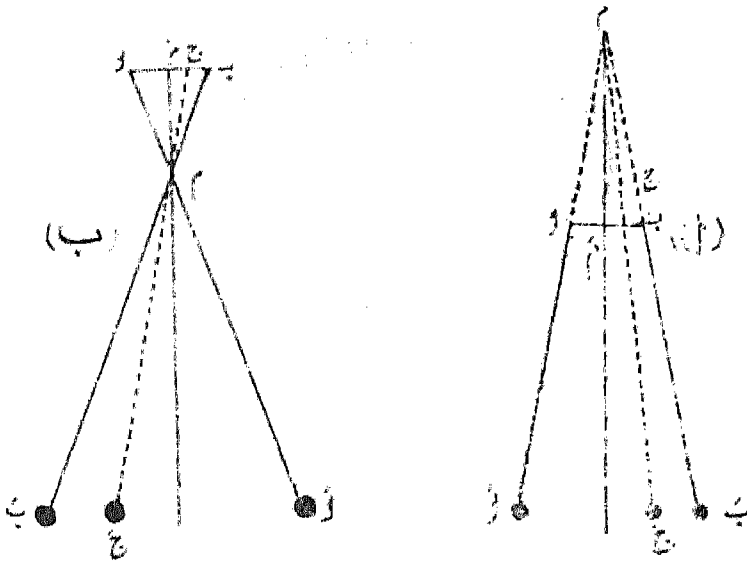
سلمائر کے اس ضابطہ سے شفاف اشیاء کے انتشارِ نور کی بخوبی تعبیر ہوتی ہے اور "خلافِ قاعدہ" انتشار کی بھی توجیہ ہوتی ہے۔ چنانچہ لہ ایک انجذابی بند کے متناظر ہے تو مساوات (و) سے ظاہر ہے کہ لہ سے ذرا سے بڑے طولِ موج کے لیے مر کی قیمت غیر معمولی بڑی ہو جاتی ہے ۔ مساوات (ز) سے واضح ہوتا ہے کہ لہ سے ذرا سے چھوٹے طولِ موج کے لیے مر کی قیمت ابتداءً "خیالی" ہوتی ہے لیکن جیسے جیسے ل گھٹتا جاتا ہے مر کی قیمت دوبارہ حقیقی بن جاتی ہے اگرچہ اس کی مقدار غیر معمولی چھوٹی ہوتی ہے ۔

انعطاف نما مر کو معین اور طولِ موج لہ کو فصیلہ مان کر اگر ترسیم کھینچی جائے تو طولِ موج جیسے جیسے انجذابی بند کے ایک سرے کے قریب گھٹتا جائیگا ایک منحنی حاصل ہوگا جو طولِ موج کے محور کی طرف محدب ہوگا۔ لیکن طولِ موج جیسے جیسے انجذابی بند کے دوسرے سرے کے قریب بڑھتا جائیگا یہ منحنی محورِ مذکور کی طرف مجوّف ہوگا۔ دیکھو شکل ۱۳۱ ۔

آواز کی کتابوں میں طالب علم نے دیکھا ہوگا کہ طبعی یا آزاد اور قسری ارتعاشِ کا امتیاز سمجھنے میں تنے ہوئے افقی ڈورے سے مناسب طول کے لٹکائے ہوئے رقاص خوب مدد دیتے ہیں ۔ ہوسٹون (Houstoun) کی تقلید میں ہم سلمائر کے استدلال کی ان رقاصوں کے ذریعہ حسبِ ذیل توضیح پیش کرتے ہیں:۔

چونکہ یہ فرض کیا جاتا ہے کہ مادی واسطہ کے ذرات ایتھر کے ذرات کے ساتھ غیر منسلب طریقہ پر بٹے ہوئے ہیں اور نور کی موج جب ان پر سے گذرتی ہے تو وہ آخر الذکر یعنے ایتھر کے ذرات کے گرد ارتعاش کرتے ہیں اس لیے بطور تشبیہ یہ تصور کرینگے کہ ایک لچکدار ڈورا اُفقی وضع میں تانا گیا ہے ۔ تناؤ کی قوت ت ہے اور ڈورے کے ایک سرے سے لے کر دوسرے سرے تک مساوی فاصلوں سے م کمیت کے چھوٹے چھوٹے رقاص (جن کا طول لب) ہے لٹکائے گئے ہیں۔ فرض کرو کہ ڈورے کے اکائی طول سے ن

رقاص لٹک رہے ہیں جو خود ڈورے کی کمیت فی اکائی طول ک ہے۔ ا ب ڈورے پر سے افقی مستوی میں ایک جیبی منحنی نما (سادہ موسیقی حرکت کی) موج گزاری جاتی ہے جس کی وجہ سے ڈورے کا ہر ذرہ افقی سمت میں ڈورے کی قبل حرکت وضع کے علی القوائم سادہ موسیقی حرکت کرنے لگتا ہے۔ بدین وجہ ڈورے سے آویزاں رقاص بھی انتصابی مستویوں میں ایسی ہی حرکت شروع کر دیتے ہیں۔ پہلے پہل رقاصوں کی حرکت ان کے طبعی یا آزاد ارتعاشوں اور قسری ارتعاشوں پر مشتمل ہوتی ہے۔ اول الذکر کا وقتِ دوران $و = ۲\pi\sqrt{\frac{ل}{ج}}$ ہے اور ثانی الذکر کا وقتِ دوران و[illegible] ج [illegible] ص کے نقطۂ تعلیق کا ہے۔ تھوڑی ہی دیر بعد آزاد ارتعاش صلب ہو جاتے [illegible] صرف قسری ارتعاش جاری رہتے ہیں۔

اگر قسری ارتعاشوں کا وقتِ دوران و رقاصوں کے آزاد ارتعاشوں کے وقتِ دوران و سے بڑا ہے تو رقاصوں کی حرکت شکل ۱۴۲ (ا) کے مماثل ہوگی یعنے ان کی ہیئتوں میں کوئی فرق نہیں آئیگا وقت بہ عکس ل طول کے متناظر ہوگا۔ دوسری صورت میں جبکہ و > و ان کی حرکت شکل ۱۴۲ (ب) کے مماثل ہوگی یعنی ہیئت میں مخالف ہو جائیگی۔

شکل ۱۴۲

وقتِ دوران گھٹ کر ل کے متناظر ہو جائیگا۔

اب فرض کرو رقّاص کسی درمیانی وضع م ر ج ج میں ہے اور انتصابی سمت کے ساتھ ایک چھوٹا زاویہ طہ بناتا ہے۔ ڈورے کو کھینچنے والی قوت ک ج جم طہ ہے (جس میں ج جاذبۂ ارض کا اسراع ہے)۔ اس کا انتصابی جزوِ ترکیبی ک ج جم² طہ ہے اور چونکہ طہ ایک چھوٹا زاویہ ہے اس لیے یہ جزو تقریباً ک ج ہی ہے۔ قوت کا اُفقی جزوِ ترکیبی ک ج جب طہ ہے۔ چونکہ جب طہ = $\frac{\text{مَ ج}}{\text{م ج}}$

اس لیے افقی جزو = ک ج $\frac{\text{مَ ج}}{\text{م ج}}$ = ک ج $\frac{\text{مَ ج}}{\text{ل - ل.}}$ = $\frac{\text{ک ج}}{\text{ل - ل.}}$ (نقطۂ تعلیق کا ہٹاؤ)۔

شکل ۱۴۲ ڈورے کے ایک حصّہ کو تعبیر کرتی ہے جبکہ اس پر سے ایک منحنی نما موج افقی مستوی میں بائیں جانب سے سیدھے جانب سہار رفتار کے ساتھ گزرتی ہے۔ ڈورے کے ایک ٹکڑے ف س ق کی حرکت پر غور کرو۔ س اس کا وسطی مقام ہے۔ اور وضع سکون سے اس کا ہٹاؤ ن س ہے۔ اس ٹکڑے پر دو قوتیں عمل کرتی ہیں۔ ایک قوت اس سے باندھے ہوئے رقاصوں ان (ف س ق) کا ردِّ عمل ہے اور دوسری قوت اس کے دونوں سروں پر کے تناؤ ت' ت کا حاصل ہے۔ پس اول الذکر قوت = $\frac{\text{ن (ف س ق) ک ج}}{\text{ل - ل.}}$ (ن س) جس میں ف س ق قوس کا طول ہے۔

ثانی الذکر قوت = ۲ ت جم ∠ ف س ن = ۲ ت جب ∠ ف ن س

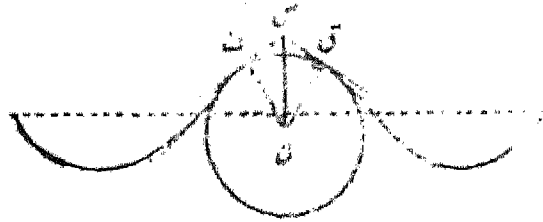
= ۲ ت ∠ ف ن س تقریباً = $\frac{\text{ت (ف س ق)}}{\text{ص}}$ جس میں ص نقطہ س کے پاس دائرۂ انحنا کا نصف قطر ہے۔

ڈورے کے ٹکڑے ف س ق کا اسراع معلوم کرنے کے لیے فرض کرو کہ ڈورے پر اس کی موجی حرکت کی حالت میں سیدھے جانب سے بائیں جانب کو رفتار سہار عائد کی جاتی ہے۔ اس سے (ف س ق) کے اسراع میں

تبدیلی نہیں واقع ہوتی۔ یہ اسراع دائرہ میں یکساں رفتار کے ساتھ متحرک ذرہ کی رفتار ہو جاتی ہے۔ یعنے = $\frac{ت^2}{ص}$ پس اس کی وجہ سے قوس کے ٹکڑے پر مرکزِ دائرہ کی طرف عمل کرنے والی قوت

= $\frac{ث (ف س ق) ت^2}{ص}$ اس لیے عامل قوتوں کے توازن سے

شکل ۱۴۳

$$\frac{ث (ف س ق)}{ص} ت^2 = \frac{(ف س ق) ت}{ص} - ن (ف س ق) \frac{ک ج}{ل - ل_.} (ن س)$$

$\frac{1}{ص} = \pm \frac{فر^2 ا}{فر لا^2}$ جبکہ $\frac{فر ا}{فر لا}$ کی قیمت چھوٹی ہوتی ہے اور شکل ۱۴۳ کے منحنی کو مساوات

ا = و جب $\frac{۲ \pi لا}{ل}$ کے ذریعہ تعبیر کر سکتے ہیں۔

$$\therefore \frac{1}{ص} = \pm \frac{فر^2 ا}{فر لا^2} = \mp و \left(\frac{۲\pi}{ل}\right)^2 جب \frac{۲\pi لا}{ل} = \mp \left(\frac{۲\pi}{ل}\right)^2 ا$$

قوتوں کے توازن کی مندرجہ بالا مساوات میں

(ن س) = ا = $\mp \frac{1}{ص} \left(\frac{ل}{۲\pi}\right)^2$ تعویض کرنے اور اس کو سادہ تشکیل دینے سے

$$ت^2 = \frac{ت}{ث} - \frac{ن ک ج}{ث (ل - ل_.)} \left(\frac{ل}{۲\pi}\right)^2$$

$\frac{\text{ت}}{\text{ثّ}}$ ڈورے پر سے گزرنے والی موج کی رفتار کا مربع ہے جبکہ ڈورا رقاصوں سے معرّا ہوتا ہے۔ ہم اس کو سہ_0^2 سے تعبیر کرینگے۔
اور چونکہ لہ = سہ و جبکہ و ڈورے پر سے رفتار سہ کے ساتھ گزرنے والی موج کا وقتِ دَوران اور لہ اس کا طولِ موج ہے اس لیے

$$\text{سہ}^2 = \text{سہ}_0^2 \mp \frac{\text{ن ک ج سہ}^2\ \text{و}^2\ \text{ت}}{4\pi^2(\text{ل} - \text{ل}_0)\ \text{ث ت}}$$

$$= \text{سہ}_0^2 \mp \left(\frac{\text{ن ک ج سہ}_0^2}{\text{ت}}\right) \text{و}^2\ \frac{1}{4\pi^2 \frac{(\text{ل} - \text{ل}_0)}{\text{ج}}}$$

$$= \text{سہ}_0^2 \mp (\text{م سہ}_0^2)\ \frac{\text{و}^2}{\text{و}^2 - \text{و}_0^2}$$

اگر $\frac{\text{ن ک سہ}_0^2}{\text{ت}}$ کے بجائے م لکھا جائے۔

واضح ہو کہ $\text{و} = 2\pi\sqrt{\frac{\text{ل}}{\text{ج}}}$ اور $\text{و}_0 = 2\pi\sqrt{\frac{\text{ل}_0}{\text{ج}}}$
اس لیے کہ ل موج کے وقتِ دوران و والے رقاص کا طول ہے اور ل_0 ڈورے سے بندھے ہوئے رقاصوں کا طول ہے جن کا وقتِ دَوران و_0 ہے۔
ل جب ل_0 سے بڑا ہوتا ہے تو اوپر والی مساوات میں بائیں جانب کے جملہ کی دوسری رقم کے لیے وہ علامت لینی چاہیے جس سے رفتار گھٹ جائے۔

$$\text{پس}\quad \text{سہ}^2 = \text{سہ}_0^2 - \frac{\text{م سہ}_0^2\ \text{و}^2}{\text{و}^2 - \text{و}_0^2}$$

مساوات کو سہ_0^2 پر تقسیم کرنے سے $\frac{\text{سہ}^2}{\text{سہ}_0^2}$ یعنی انعطاف نما $\text{ھ}^2 = 1 - \frac{\text{م و}^2}{\text{و}^2 - \text{و}_0^2}$
جو انتشارِ نور کی سادہ ترین مساوات کے مشابہ ہے۔
فلزی انعکاس۔ مجلّے فلزّی سطح پر سے نور جو شدّت کے ساتھ

منعکس ہوتا ہے اس کی وجہ غالباً انتخابی انعکاس ہے۔ چاندی کی ایک پتلی تہ شیشہ پر تیار کر کے اگر معائنہ کی جائے تو بڑے طول موج کے نور میں تقریباً کامل غیر شفاف پائی جائیگی۔ لیکن بنفشئی اور بالائے بنفشئی نور میں کافی شفاف دکھائی دیگی۔ چنانچہ برقی قوس کا مدھم بنفشئی نور اس کے اندر سے صاف نظر آئیگا مگر کاربن سلاخ کا تیز دہکتا ہوا گڑھا بالکل مدھم پایا جائیگا۔ اس سے ظاہر ہے کہ چاندی کی سطح پر سے نور کا انعکاس انتخابی ہوتا ہے۔ اسی طرح سونے کے پتلے ورق پر سے زرد نور شدت کے ساتھ منعکس ہوتا ہے اور سبزی مائل نیلا نور اس کے اندر سے سرایت کر جاتا ہے۔

فلزی انعطاف۔ کنڈٹ (Kundt) نے پلاٹینی شیشہ پر برق پاشیدگی کے ذریعہ مطروح کر کے ایک دقیقہ سے بھی کم زاویۂ انعطاف کے فلزی منشور تیار کیے۔ اوران پر نور کی تقریباً عمود وار پنسل کا وقوع ملاحظہ کیا تو معلوم ہوا کہ بعض فلزات کے لیے انعطاف نما کی قیمت اکائی سے کم برآمد ہوئی اور پنسل منشور کے انعطافی کنارے کی طرف منحرف ہوگی۔

فیراڈے اثر۔ اگرچہ فیراڈے کے زمانہ میں زمانۂ حال کے سے زبردست برقی مقناطیس مہیا نہو سکتے تھے تاہم اس نے ۱۸۴۵ء میں دریافت کیا کہ اگر طاقتور برقی مقناطیس کے قطبوں میں مقناطیسی میدان (یعنے خطوط قوت) کے متوازی سوراخ بنائے جائیں اور کثیف (سیسہ سے مرکب) شیشہ کی تختی رکھ کر اس کے اندر سے نیکول کے ذریعہ مستوی مقطب نور کی پنسل گزاری جائے تو نور کی تقطیب کا مستوی ایک معین زاویہ میں گھوم جاتا ہے یعنے میدان عائد کرنے سے پہلے اگر خارج پنسل کو مشرح نیکول مناسب وضع میں رکھ کر بجھا دیا جائے تو میدان عائد کرنے پر روشنی پھر سے نظر آتی ہے۔ اس کو بجھانے کے لیے مشرح نیکول کو ایک معین زاویہ میں گھمانا پڑتا ہے جو شیشہ کی نوعیت اور موٹائی اور نیز میدان کی حدت وغیرہ کے متناسب ہے۔ میدان کی سمت الٹا دی جاتی

ہے تو تحویل کی سمت بھی اُلٹ جاتی ہے لیکن اس کو پنسل کے گزرنے کی
سمت سے بالکلیہ تعلق نہیں ہے ۔ یعنے اگر خارج پنسل کو آئینہ کے ذریعہ
اس کے آئے ہوئے راستہ پر سے واپس لوٹا دیا جائے تو تقطیب کے
مستوی کی تحویل بجائے تلف ہونے کے (جیسا کہ لوری وغیرہ کے تجربہ
میں مشاہدہ ہوتا ہے) دوچند ہو جاتی ہے ۔

ورڈے (Verdet) نے مختلف اشیاء اور مختلف
طولِ موج کی پنسلوں کے ساتھ تجربہ کرکے مندرجۂ ذیل ضابطہ دریافت کیا:-

$$\text{زاویۂ تحویل}\ ط = م\ ل\ ف\ \frac{مر^2}{لہ}\left(مر - لہ\ \frac{فرمر}{فرلہ}\right)$$

جس میں م ایک مستقل ہے جو دی ہوئی شئے کی نوعیت پر موقوف
ہے، ل اس کی موٹائی اور مر انعطاف نما ہے ۔ ف مقناطیسی میدان
کی حدت ہے اور لہ نور کا طولِ موج ہے ۔

$\frac{ط}{ل\ ف}$ یعنے تحویل فی اکائی طولِ واسطہ فی اکائی میدانِ قوت **ورڈے**
کا مستقل کہلاتی ہے ۔ فیراڈے اثر کی برقی مقناطیسی نظریہ سے
بآسانی توجیہ ہوتی ہے ۔ اس کے لیے برق کی کتابوں کا مطالعہ
مناسب ہوگا ۔

کر اثر (Kerr Effect) — ڈاکٹر کر (Kerr) نے
۱۸۷۵ء میں دریافت کیا شفاف برق گزار مثلاً شیشہ، زیتون کا تیل،
کاربن بائی سلفائیڈ، ٹرپنٹائن وغیرہ جب طاقتور برقی میدان میں رکھے
جاتے ہیں تو ان میں دہرے انعطاف کی خاصیت پیدا ہوتی ہے۔ کر نے
شیشہ کی ایک تختی کے دو مقابل پہلوؤں میں سوراخ کرکے ان سوراخوں
میں ایک طاقتور امالی لچھے کے ثانوی پیچوان کے سرے جما دیے۔ سروں
کو ایک خردہ پیما والی شراری درز (Spark gap) کے ساتھ ملا دیا۔ چونکہ

اما لی لچھے کے اولیٰ ہیجان کی رَو کا انقطاع اس کے اجزار کی بہ نسبت زیادہ تیزی سے عمل میں آتا ہے اس لیے لچھے کے سروں کے بیچ میں یک سمتی مگر غیر مسلسل طاقتور برقی میدان پیدا ہوتا ہے۔ شراری درز کو گھٹا بڑھا کر سروں کے درمیان حسبِ ضرورت تفاوتِ قوہ قائم کیا گیا۔ لیکن لچھے کے سروں کے درمیان براہِ راست شرارہ پیدا نہ ہونے دیا۔ شیشہ کی تختی سروں کے مابین پاؤ انچ موٹی تھی۔ اور اس کے اندر سے برقی میدان کے خطوطِ قوت کے علی القوائم مستوی مقطب نور کی ایک پنسل گزاری گئی۔ شیشہ میں سے گزرنے کے بعد یہ مقطب نور مشرح نیکول کے ذریعہ بجھا دیا گیا۔ اس حالت میں جب برقی میدان عاید کیا گیا تو روشنی پھر سے پیدا ہوئی لیکن بتدریج تیس تیس ثانیے بعد۔ اس کو بجھانے کے لیے مشرح نیکول کو مزید ایک معین زاویہ میں گھمانا پڑا۔ واقع نور کی تقطیب کا مستوی جب برقی میدان کی سمت کے ساتھ ۴۵° پر مائل تھا تو مندرجۂ بالا اثر واضح ترین ثابت ہوا۔ تقطیب کا مستوی جب میدان کے متوازی یا علی القوائم تھا تو اثر تقریباً صفر تھا۔ پس اس سے ظاہر ہے کہ برقی میدان کے زیرِ اثر شیشہ کے اندر نور برقی میدان کے متوازی اور علی القوائم سمتوں میں مقطب ہوتا ہے۔ یہ اثر برقی میدان کی مثبت یا منفی سمت کے غیر تابع ہے لیکن میدان کی شدت کے مربع کے متناسب ہے۔

عام طور پر مستوی منقطب نور کی پنسل جب کسی فلزی آئینہ پر پڑتی ہے تو بعد انعکاس ناقصی منقطب ہو جاتی ہے۔ لیکن واقع پنسل جب وقوع کے مستوی کے متوازی یا علی القوائم منقطب ہوتی ہے تو منعکس پنسل اسی مستوی میں مقطب ہوتی ہے۔

نور کا میکانی دباؤ - نیوٹن کے نظریۂ نور سے شعاع

چونکہ تیز رفتار ذرات پر مشتمل ہے جب وہ کسی سطح سے ٹکراتی ہے تو ان ذرات کا معیارِ حرکت منعکس ہو جاتا ہے اس لیے توقع کی جاتی ہے کہ

سطح پر ایک معین میکانی دباؤ عائد ہوتا ہے۔ ۱۷۵۴ء میں ڈوفے (Du Fay) اور دیگر اشخاص نے اس دباؤ کا سراغ لگانے کی کوشش کی لیکن ناکامیاب رہے۔ فرینیل نے بھی اپنے نظریہ کی بنا پر اس دباؤ کے تجربی ثبوت کی کوشش کی اس کو بھی کامیابی نصیب نہ ہوئی۔ اس کے بعد کروکس (Crookes) نے تجربے کیے جو بالآخر ریڈیا میٹر (radiometer) کی ایجاد پر ختم ہوئے۔ اس آلہ میں پلاٹینم کے چار چھوٹے پنکھے جن کی ایک سطح کجلائی ہوئی ہوتی ہے اور دوسری مجلّے علی الترتیب ایک خلائی حباب کے اندر شیشے کی پتلی ڈنڈی پر نصب کیے ہوتے ہیں۔ ڈنڈی انتصاباً دو سہاروں کے بیچ میں نہایت آسانی کے ساتھ پنکھوں کو لیے ہوئے گھوم سکتی ہے۔ جب یہ آلہ دھوپ میں رکھا جاتا ہے تو پنکھے پھرتی کے ساتھ گھومتے ہیں لیکن ان کے گھومنے کی سمت نیوٹن کے نظریے (یا میکسول کے برقی مقناطیسی نظریہ) کی سمت کے مخالف ہے۔ ریڈیا میٹر (اشعاع پیما) کے پنکھوں سے جب نور کی شعاعیں ٹکراتی ہیں تو کجلائی ہوئی سطح شعاعوں کو جذب کر لیتی ہے جس کی وجہ سے اس کی تپش بڑھ جاتی ہے لیکن حرارت مقابل کی مجلّی سطح میں سرایت کرنے نہیں پاتی۔ حباب کے اندر کی باقی ماندہ ہوا گرم ہوتی ہے یعنے اس کے سالمات جب کجلائی ہوئی سطح سے (از روئے نظریۂ تحرک) ٹکرا کر واپس لوٹتے ہیں تو ان کی رفتار زیادہ تیز ہو جاتی ہے اور چونکہ عمل اور ردّ عمل مساوی اور مخالف ہوتے ہیں کجلائی ہوئی سطح پر ایک دباؤ عائد ہوتا ہے۔ پنکھوں کی دوسری جانب کی مجلّی سطح پر سے نور منعکس ہو جاتا ہے اس لیے یہ سطح نسبتہً ٹھنڈی ہوتی ہے اور ہوا کے سالمات اس سے ٹکرا کر واپس ہوتے ہیں تو ان کی رفتار میں کمتر اضافہ واقع ہوتا ہے لہٰذا ان پر کا دباؤ بھی کمتر ہوتا ہے۔ بدیں وجہ پنکھے اس طرح گھومتے ہیں گویا نور ان کی کجلائی ہوئی سطح کو بہ نسبت مجلّی سطح کے زیادہ ڈھکیلتا ہے۔

میکسول کے برقی مقناطیسی نظریہ سے نور کے دباؤ کی قیمت بھی محسوب ہوتی ہے۔ پچھلے محققین کی ناکامیابی کی وجہ زیادہ تر اس دباؤ کی

قلّت مقدار ہے۔ بالآخر لیبی ڈیو (Lebedew) نے اور اس کے چند ہی ماہ بعد لیکن آزادانہ طور پر نیکولز اور ھل (Nichols and Hull) نے نہایت حسّاس آلات استعمال کرکے نہ صرف اس دباؤ کی تصدیق کی بلکہ بتایا کہ اس کی وہی قیمت ہے جو میکسول کے نظریہ سے برآمد ہوتی ہے۔ حباب کے اندر کی باقی ماندہ گیس کا اثر ساقط کرنے کے لیے نیکولز اور ھل نے باریک تار سے پتلے شیشہ کے دو مستدیر قرص لٹکائے جنکی صرف ایک سطح مفضّض تھی۔ انعکاس پیدا کرنے والی سطح کے استعمال سے نور کا دباؤ دوچند ہوگیا اور حرارتی اثر میں انتہائی کمی واقع ہوئی۔ قوسی لمپ سے نور کی پنسل حاصل کی گئی اور متعدد شیشہ کے عدسوں اور تختیوں میں سے اس کو گزار کر ایسی حالت میں جب کہ اس میں نور کا کوئی ایسا جزو باقی نہیں رہا جو شیشہ کی سطح کو گرم کرسکے باریک تار سے نصب کیے ہوئے قرصوں کی شیشہ اور چاندی کی سطحوں کو منور کیا۔ اس تنویر سے قرصوں کی وضعوں میں جو انحراف واقع ہوئے ان کی نہایت احتیاط کے ساتھ پیمایش کرلی گئی۔ شیشہ کی سطح پر جب اشعاع واقع ہوتا تھا تو گیس کا دباؤ اور نور کا دباؤ ایک دوسرے کی مخالف سمتوں میں عمل کرتے تھے لیکن جب چاندی کی سطح پر اشعاع واقع ہوتا تھا تو یہ دباؤ ایک ہی سمت میں عمل کرتے تھے۔ پس دوسری صورت میں زیادہ انحراف مشاہدہ ہوتے تھے۔ اس طرح گیس کا اثر ساقط کرکے نور کے دباؤ کی تعیین کی گئی۔

میکسول کی مساواتوں سے یہ نتیجہ اخذ ہوتا ہے کہ برقی مقناطیسی میدان میں معیار حرکت بھی ہے اور توانائی بھی۔ معیاری حرکت کی سمت وہی ہے جو توانائی کی اشاعت کی سمت ہے۔ اور اس کی قیمت فی اکائی حجم عددًا توانائی فی اکائی حجم اور رفتار نور کے حاصل تقسیم کے مساوی ہے۔ پس نور کی پنسل معیار حرکت کی رو ہے۔ اگر نور کی موج کسی مستوی جاذب سطح پر عمود کے ساتھ زاویہ ذ بنائے اور شعاعوں کے عمودوار اکائی رقبہ سطح فی ثانیہ توانائی ی منتقل ہو تو فی ثانیہ فی اکائی رقبہ معیار حرکت بقدر $\left(\frac{ی \text{ جم } ذ}{س}\right)$ حاصل ہوتا ہے

جس میں سہ نور کی رفتار ہے - اس سے

ی جمٗ فہ / سہ عمادی دباؤ اور ی جم فہ جب فہ / سہ مماسی زور (stress)

پیدا ہوتے ہیں۔

اگر موج بالکلیہ جذب ہو جاتی ہے تو مندرجۂ بالا دونوں قوتیں موجود ہوتی ہیں -

اگر موج بالکلیہ منعکس ہوتی ہے تو منعکس بتیل ایک مساوی عمادی دباؤ عائد کرتی ہے اور مساوی و مخالف مماسی زور - اس لیے ایسی صورت میں صرف عمادی دباؤ

بقدر ۲ ی جمٗ فہ / سہ پیدا ہوتا ہے -

اگر واقع موج کی صرف ایک کسر (س) منعکس ہوتی ہے تو واقع اور منعکس موجوں سے

عمادی دباؤ (۱+س) ی جمٗ فہ / سہ اور مماسی زور (۱-س) جم فہ جیب فہ / سہ پیدا

ہوتے ہیں -

پس اس سے واضح ہے کہ نور کی بتیل جس سطح پر واقع ہوتی ہے اس پر ایک دباؤ پیدا ہونا چاہیے - یہ دباؤ بہت ہی قلیل ہے - چنانچہ سطح زمین پر آفتاب کے اشعاع کے لیے ی کی قیمت ۱٫۷۵ × ۱۰^۶ ارگ فی ثانیہ فی اکائی رقبہ ہے - اگر ہوا کے انجذاب کا لحاظ رکھ کر حساب کیا جائے - پس اگر سطح کامل سیاہ ہو اور اشعاع عمادی واقع ہو تو عمادی جزو کی مقدار صرف

$$\frac{۱٫۷۵ \times ۱۰^{۶}}{۳ \times ۱۰^{۱۰}} = ۵٫۸ \times ۱۰^{-۵}$$ ڈائین فی مربع سم ہے -

پائینٹنگ (Poynting) نے آفتاب سے زمین کے فاصلہ پر ایک چھوٹے کرہ پر کے اشعاعی دباؤ اور مادی کشش (قوت جاذبۂ آفتاب) کا ذیل کے مفروضوں کے ساتھ مقابلہ کیا :

ص = کرہ کا نصف قطر، ث = اس کی کثافت ۔ اس کی سطح اشعاع کی کامل جاذب اور اس کے ہر ذرّہ کی ایک ہی تپش ۔ اس پر آفتاب کا اشعاع = ی ارگ فی ثانیہ فی مربع سمر ۔ آفتاب سے اس کو معیارِ حرکت فی ثانیہ $\frac{\pi\, ص^{2}\, ی}{س}$ حاصل ہوتا ہے ۔ چونکہ خود اس کا اشعاع تمام سمتوں میں مساوی ہوتا ہے اس لیے اس کا حاصل صفر ہے ۔

زمین کے فاصلہ پر آفتاب کے جاذبہ کا اسراع تقریباً ۵۹ء۰ سمر فی ثانیہ فی ثانیہ ہے ۔ پس

$$\frac{\text{اشعاعی دباؤ}}{\text{قوتِ جاذبہ}} = \frac{\pi\, ص^{2}\, ی}{س \times \frac{4}{3}\pi\, ص^{3}\, ث \times 0.59}$$

یہ دونوں اس وقت مساوی ہوں گے جبکہ $ص = \frac{3}{4}\,\frac{ی}{س\, ط \times 0.59}$

اگر ث کو اکائی مانیں اور ی کی قیمت ۱٫۷۵ × ۱۰^۶ اور س کی قیمت ۳ × ۱۰^۱۰ درج کریں تو ص = ۷۴ × ۱۰^-۶ سمر برآمد ہوتی ہے جو سرخ نور کے طولِ موج کے تقریباً مساوی ہے ۔ نور کے دباؤ کو دُمدار تاروں کی دُم کی تشکیل اور ستاروں کی اندرونی ساخت کی تحقیق میں بڑی اہمیت حاصل ہے ۔

نواں باب

ایتھر اور مادّے کی اضافی حرکت - نور ایتھر کی

موجی حرکت کا نتیجہ ہے۔ فرینیل اور اس کے ہم خیال محققین نے ایتھر کو ایک لچکدار ٹھوس مان کر اس موجی حرکت کے متعلق جو مفروضے قائم کیے تھے اُن کا سابقہ ابواب میں کسی قدر تفصیل کے ساتھ ذکر آ چکا ہے۔ کلارک میکسول نے ان مفروضوں سے اختلاف کرکے نور کو برقی مقناطیسی موجی حرکت کا نتیجہ قرار دیا۔ اگرچہ اس حرکت کے لیے بھی ایتھر کی ضرورت باقی رہتی ہے۔ لیکن ایتھر کو لچکدار ٹھوس کے خواص کی محتاجی نہیں رہی۔ نور کے اس برقی مقناطیسی نظریہ کے مبادیات مؤلف کے زائد مضمون برق میں طبع ہو چکے ہیں۔ بہ خوفِ طوالت اس مضمون کو یہاں از سرِ نو تفصیل کے ساتھ بیان کرنا مناسب نہ سمجھا گیا۔

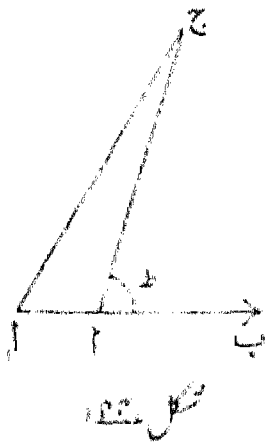
جب نور کے متعلق یہ فرض کر لیا جاتا ہے کہ وہ ایتھر کی برقی مقناطیسی موجی حرکت کا نتیجہ ہے تو یہ امر کہ مادّی اجسام کی حرکت سے برقی مقناطیسی موجوں کی اشاعت پر کیا اثر پڑ سکتا ہے اور اس سے کس قسم کے مظاہر صورت پذیر ہو سکتے ہیں بڑی اہمیت کے مسائل بن جاتے ہیں۔ اس نوع کے جب تجربے کیے گئے تو ایسے نتائج مشاہدہ ہوئے جو اُس وقت کے عارضی مسلّمہ اصول کے لحاظ سے غیر متوقع تھے۔ چنانچہ یہ سمجھا گیا تھا کہ تمام فضا ایتھر سے بھری ہوئی ہے اور مادہ جب حرکت کرتا ہے تو ایتھر ساکن رہتی ہے اور اس لیے مادہ کی حرکت ایتھر کے لحاظ سے اضافی ہوتی ہے۔ عام طور پر جب کسی جسم کی رفتار ناپی جاتی ہے تو وہ اضافی رفتار ہی ہوتی ہے جو کسی دوسرے جسم کو بہ نظرِ سہولت ساکن مان کر ناپی جاتی ہے۔ اس مفروضہ کے بموجب کہ ایتھر تمام فضا میں پھیلی ہوئی ہے -

اور ممکن ہے اگر ایتھر کی اضافت سے کسی متحرک جسم کی رفتار کی پیمائش کی جائے تو وہ رفتار مطلق ہونی چاہیئے۔ لیکن جب اجسام کی حرکت کے برقی مقناطیسی مظاہر (جن میں نور بھی شامل ہے) پر پیدا ہونے والے اثرات کا مطالعہ کیا گیا تو ایسے پیچیدہ نتائج برآمد ہوئے جن کی توجیہ اس وقت کے مسلّمہ اصول سے نہ ہو سکی اور مطلق رفتار کا مسئلہ حل کرنے کی کوشش کارآمد ثابت نہ ہوئی۔

ضلالتِ نور (Aberration) ــــ جیمز بریڈلی

(James Bradley) کو ۱۷۲۵ء میں ستارہ ج تنین (γ Draconis) کی ظاہری وضع یعنی فلکی مقام میں خفیف سی دوری تبدیلیاں مشاہدہ ہوئیں۔ بعد کو زیادہ تفصیلی تحقیقات سے معلوم ہوا کہ تمام ثوابت یعنی ثابت ستاروں کی ظاہری وضعوں میں اس قسم کی دوری تبدیلیاں واقع ہوتی ہیں۔ جن کا باعث محض آفتاب کے اطراف زمین کی مداری گردش ہے۔ ہر ستارہ سال تمام میں ایک ناقص میں حرکت کرتا ہوا دکھائی دیتا ہے جس کا نصف محورِ اعظم طریق الشمس یعنی مدارِ زمین کے مستوی کے متوازی ہے اور زاویائی طول ع = ۲۰٫۴۷ ثانیے رکھتا ہے۔ جو ستارے طریق الشمس میں واقع ہیں ان کے لیے اس ناقص کا محورِ اقل صفر ہوتا ہے اس لیے وہ محض ایک خطِ مستقیم میں حرکت کرتے نظر آتے ہیں۔ جو ستارے طریق الشمس کے قطب پر واقع ہیں اُن کے لیے یہ ظاہری دوری حرکت کا ناقص دائرہ کی شکل اختیار کرتا ہے۔

فرض کرو کہ زمین جب اپنے مدار میں مقام ا (شکل ۱۲۲) پر واقع ہے ایک شخص ستارہ ج کی طرف دوربین لگائے دیکھ رہا ہے۔ اگر اس وقت زمین کی مداری حرکت (محوری گردش کے اثر کو نظر انداز کر کے) سمت ا ب

شکل ۱۲۲

میں ہو تو دُوربین کو ستارہ کی حقیقی سمت ا ج میں مائل رکھنے سے ستارہ دکھائی نہ دیگا بلکہ اس کو اس سے ذرا زیادہ سمت ا، ج میں جھکانے کی ضرورت ہوگی - اس لیے کہ اگر یہ فرض کیا جائے کہ ج ا دُوربین کے دہانہ سے چشمہ کے صلیبی تاروں تک کا فاصلہ ہے تو ستارہ سے آنے والا نور جتنی دیر میں یہ فاصلہ طے کرتا ہے اُتنی دیر میں زمین اپنے مدار میں ا، سے نکل کر ا تک پہنچ جاتی ہے اور اس طرح نور کی شعاعیں دُوربین کی نلی کی دیواروں سے ٹکرانے نہ پائینگی بلکہ اُن سے بچ کر سیدھی صلیبی تاروں تک پہنچ جائینگی۔

پس ظاہر ہے کہ ستارہ کی حقیقی اور ظاہری سمتوں کے درمیانی زاویہ ا ج ا، کی پیمائش

$$\frac{\text{جب ا ج ا،}}{\text{جب ج ا ا،}} = \frac{\text{ا ا،}}{\text{ا، ج}}$$ سے ہوتی ہے

چونکہ $$\frac{\text{ا ا،}}{\text{ا ج}} = \frac{\text{رفتارِ زمین}}{\text{رفتارِ نور}}$$ اور رفتارِ نور کے مقابلہ میں رفتارِ زمین (تقریباً ۱۸٫۵ میل فی ثانیہ) بہت قلیل مقدار ہے اس لیے زاویہ ا ج ا، کی پیمائش کی مساوات میں بجائے $\frac{\text{ا ا،}}{\text{ا، ج}}$ کے $\frac{\text{ا ا،}}{\text{ا ج}}$ لکھا جا سکتا ہے اور بجائے جب ا ج ا، کے اس کا دائری پیمانہ ا ج ا، - پس

$$\text{ا ج ا،} \angle = \frac{\text{ا ا،}}{\text{ا ج}} = \text{جب ج ا ا،} \ \frac{\text{ا ا،}}{\text{ا ج}}$$ جب ط

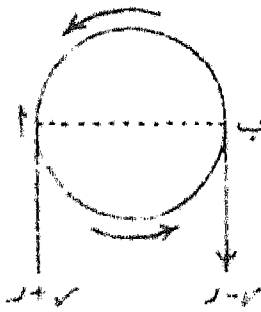
ط اگر ۹۰° ہو تو ∠ ا ج ا، کی قیمت اعظم ہوتی ہے اور = ۲۰٫۴۷ ثانیہ -

طالب علم کو بخوبی یاد رکھنا چاہیے کہ نور کی اس قسم کی "ضلالت" محض اس وجہ سے مشاہدہ ہوتی ہے کہ زمین کی رفتار اس کے مدار میں یکساں نہیں ہے - اگر زمین خطِ مستقیم میں ایک ہی رفتار کے ساتھ حرکت کرتی ہوتی تو تمام ستارے اپنے اپنے حقیقی مقاموں سے (جو زمین کے قطعاً ساکن ہونے کی صورت میں مشاہدہ ہوتے) مساوی مقداروں میں ہٹے ہوئے نظر آتے - ان کا یہ ہٹاؤ کبھی دریافت

نہ ہو سکتا۔ اس لیے کہ زمین کے ساکن ہونے کی صورت میں ستاروں کے جو مقام ہوتے غیر معلوم ہوتے۔ پس واضح ہے کہ "ضلالتِ نور" کا تعلق ان مظاہر سے ہے جو غیر یکسانی حرکت کی وجہ سے وقوع میں آتے ہیں۔

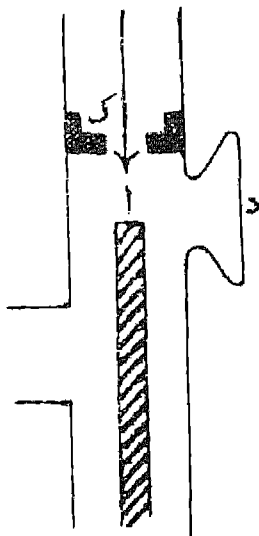
اس لیے ضلالتِ نور ستاروں کی حرکت کے غیر تابع ہے اور یہی وجہ زمین کے لحاظ سے ان کی جو اضافی حرکت ہوتی ہے اس کے بھی غیر تابع ہے۔

مبداءِ نور کی حرکت کا اثر رفتارِ نور پر۔

(۱) جبکہ مبدار اور نور دونوں ایک ہی خطِ مستقیم پر حرکت کرتے ہیں۔ مثلاً دُہرے ستاروں کی بعض وضعوں میں۔ ملاحظہ ہو شکل ۱۴۵۔

شکل ۱۴۵

فرض کرو کہ ا ب ایک مرئی یا طیف نمائی دُہرے ستارہ کا نظام ہے۔ ستارہ کے ارکان اگر ایک دوسرے سے بلحاظ زاویئی فاصلہ کافی دُور ہیں تو طاقتور دُوربین میں وہ ایک دوسرے سے علیحدہ لیکن مشترک مرکزِ ثقل کے گرد معینہ مداروں میں حرکت کرتے ہوئے نظر آئینگے۔ اگر کافی دُور نہ ہوں تو ستارہ کے دُہرے ہونے کا پتہ اس طرح چلیگا کہ ان کے طیفی خطوط عموماً ہر وضع میں دُہرے نظر آئینگے الا اس خاص وضع کے جبکہ ستارہ کے ارکان ا ب خطِ انقطاع قطرکے سروں پر واقع ہونگے۔ [سہولت کی خاطر یہ فرض کیا جاتا ہے کہ مشاہدہ کرنے والا ا اور ب پر کھینچے ہوئے تیروں کی سمت میں اور مدار کے مستوی میں واقع ہے] جب ستارہ کا ایک رکن ا پر ہوگا تو اس کی رفتار نور کی رفتار کی سمت میں ہوگی اور جب ب پر ہوگا تو نور کی رفتار کی مخالف سمت میں ہوگی۔ اگر نور کی رفتار ستارہ کی اضافت سے ر ہو تو یہ فرض کرکے کہ مشاہدہ کرنے والا ساکن ہے

نور کی رفتار ے ا کے پاس مشاہد کی اضافت سے س ا + ر ہو گی اور ب کے پاس س ا - ر، چونکہ ا پر نور کی اشاعت کی رفتار زائد ہے اس لیے رکن ستارہ کا ا پر پہنچنا بمقابلہ ب پر پہنچنے کے قبل از وقت مشاہدہ ہوگا بعض حالات میں ا اور ب پر پہنچنے کے اوقات ایک ہی مشاہدہ ہونگے - رکن ستارہ ا اور ب پر فی الحقیقت جن اوقات میں موجود ہوتا ہے وہ ڈوپلر (Doppler) کے اثر کے ذریعہ سے دریافت کر لیے جا سکتے ہیں - بہ ممسک الاعنہ (β Aurigæ) کے دُہرے ستارہ کے نظام کی حرکتوں کا مشاہدہ کیا گیا تو یہ امر پایۂ ثبوت کو پہنچا کہ نظام کے پورے مدار کے اندر رفتار نور کا تغیر قطعی طور پر ستارہ کی رفتار کے $۲٫۵ \times ۱۰^{-۶}$ حصہ سے بھی کمتر ہے -

(ب) جبکہ مبدا اور نور کی باہمدیگر علی القوائم سمتوں میں حرکت کرتے ہیں - جے - اسٹارک (J. Stark) نے اس کا مشاہدہ ہائیڈروجن کی مثبت شعاعوں کے ساتھ کیا - ملاحظہ ہو شکل (۱۴۶) کیتھوڈک کے سوراخ میں سے مثبت برقائے ہوئے ہائیڈروجن کے جواہر تیر کی سمت میں $۱۰^{۸}$ سمر فی ثانیہ تک کی رفتاروں کے ساتھ حرکت کرتے ہیں - اور فلزی سطح ا سے ٹکراتے ہیں - اس فضا کے اندر پارے کا کچھ بخار بھی سکون کی حالت میں واقع ہے - ہائیڈروجن کے متحرک جواہر اور پارے کے ساکن جواہر سے جو نور برآمد ہوتا ہے اس کا مشاہدہ سطح ا کے عین سامنے کیا جا سکتا ہے - دریچہ د کے باہر ایک طیف نما کو ترتیب دے کر اس کی جھری پر (جو ہائیڈروجن کے جواہر کی سمت حرکت کے متوازی ہے) ا کے پاس کے منوّر خطہ کا مناظری خیال ماسکہ پر لایا جاتا ہے - پس

ک
ا
د

شکل ۱۴۶

واضح ہے کہ اس تجربہ میں مشاہدہ کی سمت ہائیڈروجن کے جواہر کی سمت حرکت کے علی القوائم ہے۔ ان حالات میں جو طیفی خطوط تیار ہونگے ان کا طول فلز کی سطح ا سے محدود ہوگا۔ اگر ہائیڈروجن کے جواہر کی حرکت سے ان سے برآمد ہونے والے نور پر ایک جنبی یا بغلی رفتار کا جزو عائد کیا جاتا ہے تو ہائیڈروجن کے طیفی خطوط بمقابل پارے کے ساکن جواہر کے طیفی خطوط کے زیادہ لمبے نظر آنے چاہییں۔ سٹارک کے تجربہ میں مصرحۂ بالا مفروضہ کے بموجب خطوط کی اس لمبائی کا اضافہ ۲ر ا مم محسوب ہوا تھا۔ لیکن اس کا شائبہ بھی مشاہدہ نہ ہوا۔ پس ثابت ہوا کہ ہائیڈروجن کے متحرک جواہر سے برآمد ہونے والے نور کی رفتار بعینہ وہی ہونی چاہیے جو پارے کے ساکن جواہر سے برآمد ہونے والے نور کی ہے۔ اس لیے نور کی اشاعت اس کے مبدا کی حرکت سے بالکلیہ غیر تابع ہے۔

ڈوپلر اثر — صوتیات میں طالب علم نے پڑھا ہوگا کہ مبدا، آواز اور سامع یعنے سننے والے کی اضافی حرکت سے آواز کا امتداد اس کے حقیقی امتداد سے بظاہر بدلا ہوا محسوس ہوتا ہے۔ اگر مبدار اور سامع کی رفتاریں مخالف سمتوں میں ہوں (یعنی حاصل مجموعی رفتار بڑھ جائے) تو امتداد بلند تر محسوس ہوتا ہے اور اگر یہ رفتاریں موافق سمتوں میں ہوں (یعنے حاصل مجموعی رفتار گھٹ جائے) تو امتداد پست تر ہوتا ہے۔ ڈوپلر نے ۱۸۴۲ء میں جب مسائل نور پر اس اصول کے اطلاق کی کوشش کی تو اس سے ایک قبیح غلطی سرزد ہوئی۔ اُس نے خیال کیا کہ مسلسل طیف والے ستاروں کی رفتاروں کا ان کے رنگوں سے تعین ہو سکتا ہے۔ مثلاً جو ستارے نظام شمسی کی طرف آرہے ہیں نیلے یا بنفشئی نظر آنے چاہییں، جو اس سے دور ہٹے جارہے ہیں سرخ، اور جو بلحاظ نظام شمسی ساکن ہیں سفید نظر آنے چاہییں۔ یہ خیال اس لیے غلط ہے کہ مسلسل طیف میں اگر مرئی خطہ کے اشعاع بالائے بنفشئی خطہ کی طرف منتقل ہوتے ہیں تو اسی طرح پائین سرخ خطہ کے اشعاع مرئی خطہ میں

منتقل ہو جائینگے - اور ستارے کے حامل عمومی رنگ میں کوئی فرق نہیں محسوس ہوگا -

ڈوپلر کے صوتیاتی اصول کی مسائل نور سے متعلق صحیح ترجمانی فِٹسو (Fizeau) نے کی - اس لیے فرانس اور بعض دیگر انگلستان سے باہر ممالک میں اس اثر کو ڈوپلر فِٹسو اثر کہتے ہیں - اس اثر کی وجہ سے مبدارِ نور کے انجذابی طیفی (سیاہ) خطوط یا ایک دوسرے سے جُدا منور طیفی خطوط اپنے صحیح مقاموں سے (جیساکہ ساکن مبدار سے پیدا ہونے والے حوالے کے طیفی خطوط کے مطالعہ سے دریافت ہوتا ہے) ہٹے ہوئے نظر آتے ہیں - رفتارِ نور کے مقابلہ میں ارضی اشیا کی رفتاروں کو کوئی نسبت نہیں - اس لیے صرف اجرامِ فلکی کے طیوف ہی سے ڈوپلر فِٹسو اثر کا مطالعہ ممکن ہے - اگر ستارہ نظامِ شمسی کی طرف تیز رفتار سے چلا آرہا ہے تو اس کے طیفی خطوط طیف کے بنفشئی پہلو کی طرف ہٹے ہوئے نظر آتے ہیں اور اگر ستارہ نظامِ شمسی سے دُور ہو رہا ہے تو اس کے طیفی خطوط طیف کے سُرخ پہلو کی طرف ہٹے ہوئے نظر آتے ہیں - خطوط کے ہٹاؤ کی مقدار ستارہ کی اضافی رفتار کے متناسب ہے - جیسا کہ ضابطہ ذیل سے واضح ہے :-

$$\text{ل} \mp \text{فرل} = \frac{\text{سا} \pm \text{ر}}{\text{سا}} \text{ ل}$$

$$\therefore \text{فرل} = - \frac{\text{ر}}{\text{سا}} \text{ ل} \quad \text{اور} \quad \frac{\text{ل}}{\text{فرل}} = - \frac{\text{سا}}{\text{ر}}$$

جس میں ل متحرک مبدار کے کسی خاص طیفی خط کا طولِ موج ہے اور فرل اس کی کمی یا زیادتی سا اور ر علی الترتیب نور اور مبدار کی رفتاریں ہیں - واضح ہے کہ اس ہٹاؤ کے مطالعہ کے لیے بڑی تحلیلی طاقت کے طیف نما کی ضرورت ہے -

دا عہائے شمسی کی حرکت سے آفتاب کی محوری گردش کا پتہ چلا -

جو داغ آفتاب کے استوائی خط پر واقع ہوتے ہیں وہ ۲۵ و ۲۷ یوم (ارضی) میں ایک پورا چکر ختم کرتے ہیں ۔ استوا سے دور خطوں پر جو داغ پیدا ہوتے ہیں ان کے چکر کی مدّت اس سے زیادہ ہوتی ہے ۔ جس سے ظاہر ہے کہ آفتاب کا مادّہ ٹھوس جسم کے مائل نہیں حرکت کرتا ہے اور اس کی سطح پر مختلف اقسام کی رَویں بہتی ہیں ۔ چونکہ آفتاب کا نصف قطر ۴۳۳۰۰۰ میل ہے اس لیے اس کے استوائی حصہ کی خطی رفتار ۱٫۲۵ میل فی ثانیہ ہے ۔

پس ل/ذل = س/ر = ۱۸۶۰۰۰/۱٫۲۵ = تقریباً ۱۵۰۰۰۰ ۔ ایک بڑی انکساری جالی کی تحلیلی طاقت اس ہٹاو کے مطالعہ کے لیے کافی ہے ۔

طیفی دُہرے ستاروں سے متعلق یہ بات یاد رکھنے کے قابل ہے کہ عام طور پر ان ستاروں کے ارکان کی مناظری قدروں میں اتنا بڑا تفاوت ہوتا ہے کہ ان میں سے صرف روشن تر رکن کا طیف دکھائی دیتا ہے یا اس کا فوٹو گراف لیا جا سکتا ہے ۔ مدار کے اندر دُہرے نظام کے اس روشن تر رکن کی گردش سے اس کے طیفی خطوط کی جو باقاعدہ دَوری حرکت مشاہدہ ہوتی ہے اسی سے اس نظام کے دُہرے ہونے کا پتہ چلتا ہے اور مدّتِ دَوران کا تعیّن ہوتا ہے ۔ اگر کسی دُہرے ستارہ کے ارکان کی قدروں میں ایک قدر سے زیادہ کا تفاوت ہو تو کم روشن رُکن کا طیف عموماً پہچانا نہیں جا سکتا ۔

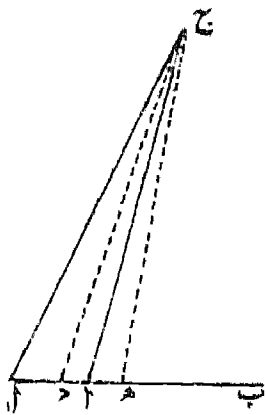
سب سے پہلا طیفی دُہرا ستارہ جو مشاہدہ ہوا دبِ اکبر (Ursa major) کی صورتِ سماوی میں مئزر (Mizar) نامی دُہرے ستارہ کا روشن تر رکن ہے ۔ پکّرنگ (Pickering) نے سنہ ۱۸۸۹ء میں دریافت کیا کہ اس کے طیف کے سیاہ (انجذابی) خطوط ½۲۰ دن کے وقفہ سے بالالتزام دُہرے نظر آتے ہیں ۔ اب تک ایک ہزار سے زیادہ طیفی دُہرے ستارے دریافت ہو چکے ہیں اور ان کی تعداد روز افزوں ہے ۔]

ایتھر کا "بہاؤ" اور اس کی تحلیل ــ "ضلالتِ نور" کی

تو جب میں یہ مانا گیا تھا کہ فضائی ایتھر بالکلیہ ساکن رہتی ہے اور دُوربین اور اس کے اندر کی ہوا ایتھر میں سے گذرتے ہیں لیکن ایری (Airy) نے جب دُوربین میں ہوا کے عوض پانی بھر کر مشاہدہ کیا تو ستاروں کا اتنا ہی ظاہری ہٹاؤ مشاہدہ ہوا جتنا کہ ہوا بھرنے سے ہوتا ہے۔ حالانکہ دُوربین کی نلی میں پانی ہونے کی وجہ سے نور کی رفتار اس کے اندر پہلے سے گھٹ جاتی ہے، معہذا نور کی شعاعیں دُوربین کے دہانے سے نکل کر پانی کے اندر جب جاتی ہیں تو مختلف زاویہ میں منعطف ہوتی ہیں۔ ان دونوں وجوہ سے ضلالت نور کی قیمت بڑھ جانی چاہیے تھی۔ پس ہمیں یہ ماننا پڑتا ہے کہ دُوربین کے اندر کی ایتھر اس کے ساتھ بہتی ہے جبکہ وہ پانی سے بھری ہوتی ہے۔ لیکن جب وہ ہوا سے بھری ہوتی ہے تو اس کے اندر کی ایتھر نہیں بہتی۔

ایتھر کے اس بہاؤ کی تعیین کے لیے شکل ۱۴۷ میں فرض کرو کہ ا ج ستارہ کی حقیقی سمت ہے اور ا, ج اس کی ظاہری سمت۔ جب ستارہ کی شعاعیں دُوربین کی نلی کے پانی میں مقام ج پر داخل ہوتی ہیں تو منعطف ہو جاتی ہیں۔ چونکہ ج ا شعاعوں کے وقوع کی سمت ہے اور ج ا, عمود کی سمت اس لیے انعطاف کی سمت ج د ہوگی جس میں

شکل ۱۴۷

جب ∠ ا, ج ا = م جب ا, ج د

جبکہ م شیشے سے پانی میں نور کا انعطاف نما ہے

زاویے چھوٹے ہونے کی وجہ سے

ا, ج^ا = م ا, ج^د

یا تقریباً ا, ا = م ا, د

دُوربین کی نلی کے اندر پانی ہونے کی وجہ سے نور کی شعاعوں کی رفتار م : ۱ کی نسبت میں گھٹ جاتی ہے۔ بالفاظِ دیگر ان کے نلی میں سے گزرنے کا وقت ۱ : م کی نسبت میں بڑھ جاتا ہے۔ اس عرصۂ مدت میں دوربین کے چشمہ کے صلیبی تار بجائے ا_1 پر پہنچنے کے ھ پر پہنچینگے۔

جس میں $\text{ا}_1\text{ھ} = \text{م}\ \text{ا}_1\text{ا}$

اس امر کی توجیہ کی جانی چاہیے کہ شعاعیں بجائے د پر پہنچنے کے ھ پر کیوں جا پہنچی ہیں۔ اس کے لیے ہمیں ماننا پڑتا ہے کہ جس عرصۂ مدت میں شعاعیں دُوربین کی نلی میں سے گزرتی ہیں ایتھر بقدر فاصلہ د ھ بہ جاتی ہے۔ یعنے جتنی دیر میں پانی بقدر ا_1 ھ فاصلہ طے کرتا ہے ایتھر فاصلہ د ھ طے کرتی ہے۔ یا بالفاظِ دیگر دوربین کے اندر کے پانی میں کی ایتھر اسی سمت میں حرکت کرتی ہے جس سمت میں پانی حرکت کرتا ہے۔ لیکن اس کی رفتار پانی کی رفتار کا $\frac{\text{دھ}}{\text{ا}_1\text{ھ}}$ حصہ ہے۔ پس ایتھر کے بہاؤ کی رفتار

$$= \frac{\text{دھ}}{\text{ا}_1\text{ھ}}\,\text{ر}$$ جس میں ر = پانی کی رفتار

$$= \frac{\text{ا}_1\text{ھ} - \text{ا}_1\text{د}}{\text{ا}_1\text{ھ}}\,\text{ر} = \left(1 - \frac{\text{ا}_1\text{د}}{\text{ا}_1\text{ھ}}\right)\text{ر}$$

$$= \left(1 - \frac{\frac{\text{ا}_1\text{ا}}{\text{م}}}{\text{م}\,(\text{ا}_1\text{ا})}\right)\text{ر} = \left(1 - \frac{1}{\text{م}^2}\right)\text{ر}$$ جس میں م = پانی کا انعطاف نما

اور $\left(1 - \frac{1}{\text{م}^2}\right)$ = ایتھر کے بہاؤ کی قدر

یہ جز سب سے پہلے فرینیل نے اخذ کیا۔ واضح ہے کہ اگر نلی میں ہوا بھری ہو تو چونکہ ہوا کے لیے م = ۱ ایتھر کے بہاؤ کی رفتار صفر ہو جاتی ہے۔

ایتھر کے بہاؤ کی رفتار کے لیے فرینیل کا طریقہ

فرض کرو کہ شیشہ کی ایک تختی ایتھر میں رفتار ر کے ساتھ حرکت کر رہی ہے۔

ثہ = ایتھر کی کثافت خلا میں

ثَہ = ایتھر کی کثافت شیشہ میں اور ثَہ کی قیمت ثہ سے زیادہ ہے

ان حالات کے تحت واضح ہے کہ شیشہ کے اندر کی ایتھر ایک حد تک اس کے ساتھ کھینچی ہوئی آئیگی کیونکہ اگر وہ ساکن رہے تو شیشہ اس مقام سے حرکت کر جائیگا جہاں ایتھر کی کثافت زیادہ ہوگی۔

اب فرض کرو کہ ایتھر کے بہاؤ کی رفتار رَ ہے۔ چونکہ شیشہ کی تختی کے کناروں پر سے کوئی بہاؤ واقع نہیں ہوتا اس لیے اس کے سامنے کی سطح کے اندر فی اکائی رقبہ ایتھر کی جو مقدار داخل ہوتی ہے = ثہ ر، اور جو مقدار فی اکائی رقبہ اس کے پیچھے کی سطح سے خارج ہوتی ہے = ثَہ (ر - رَ) چونکہ تختی کے اندر کی مقدار مستقل رہتی ہے، اس لیے

$$\text{ثہ ر} = \text{ثَہ}\,(\text{ر} - \text{رَ}) \quad \text{پس} \quad \text{رَ} = \text{ر}\left(1 - \frac{\text{ثہ}}{\text{ثَہ}}\right)$$

لیکن $\frac{\text{ثَہ}}{\text{ثہ}} = \text{م}^2$ جو شیشہ کے انعطاف نما کا مربع ہے۔

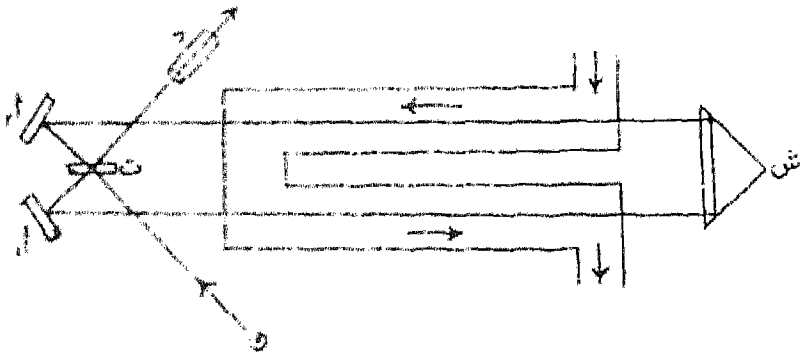
$$\therefore \quad \text{رَ} = \text{ر}\left(1 - \frac{1}{\text{م}^2}\right)$$

یہ وہی رابطہ ہے جو سابقہ بحث سے حاصل کیا گیا تھا۔

فِزو (Fizeau) کا تجربہ۔ ایتھر کے بہاؤ کی

قدر کی تجربی تعیین سب سے پہلے فِزو نے ۱۸۵۱ء میں کی۔ اس کے بعد مائکلسن اور مورلے نے ۱۸۸۶ء میں اور بڑی باریکی کے ساتھ زیمان نے ۱۹۱۴ء میں تجربے کیے۔ ان تجربوں کا اصول شکل ۱۴۸

کے معائنہ سے واضح ہوگا۔

مبدا ش سے نور کی متوازی پنسل نیم مفضض تختی ت پر واقع ہوتی ہے۔ یہاں وہ دو نصف حدت کی پنسلوں میں تقسیم ہوکر ایک حصہ آئینہ ا۱ پر منعکس ہوتا ہے اور پھر وہاں سے ۹۰° زاویہ کے منشور کش میں داخل ہوتا ہے۔ اور اس میں دو مرتبہ منعکس ہوکر آئینہ ا۲ پر پہنچتا ہے۔ وہاں سے پھر تختی ت پر لوٹ آتا ہے۔ دوسرا حصہ عین اس کے مخالف راستہ سے گزرتا ہے۔ اس طرح پنسل کے دونوں حصے تختی ت میں آکر دوبارہ مل جاتے ہیں۔ اور ان سے جو تداخلی مظاہر رونما ہوتے ہیں دوربین د میں مطالعہ کیے جاتے ہیں۔

شکل ۱۲۵

آئینہ ا۱ سے منشور اور منشور سے آئینہ ا۲ تک ان پنسلوں کا راستہ دو نلیوں میں سے ہوتا ہے جن میں سے خاص رفتار کے ساتھ پانی بہتا رہتا ہے۔ فزیان کے تجربہ میں ان نلیوں کا طول تقریباً تین میٹر تھا اور پانی کی رفتار پانچ میٹر فی ثانیہ تھی۔ جیسا کہ شکل ۱۲۵ میں بتایا گیا ہے نلیوں میں پانی اس طرح بہتا ہے کہ نور کی پنسل کا ایک حصہ پانی کے بہنے کی

سمت میں جاتا ہے۔ اور دُوسرا حصّہ اس کے مخالف سمت میں۔ پس اگر متحرک واسطہ (پانی) اپنے ساتھ ایتھر کو کھینچ کرلے جاتا ہے تو اس کا اثر یہ ہوگا کہ ایک نصف پنسل کی رفتار میں اسراع پیدا ہوگا اور دوسرے نصف پنسل کی رفتار میں ابطاء۔ جس کی وجہ سے پنسلوں کی مناظری راہوں میں تفاوت واقع ہوگا۔ اور اس لیے پانی کے سکون کی حالت میں جو تداخلی بند نظر آئے تھے وہ اب اپنی جگہ سے ہٹ جائینگے۔ تجربہ کرنے سے اس طرح کا جو ہٹاؤ مشاہدہ کیا گیا کہ ایک بند کی چوڑائی کے نصف یا مساوی رتبہ کا تھا۔ اور فرینیل کے ضابطہ سے منطبق ہوتا تھا۔ چونکہ پانی کا انعطاف نما $\frac{۴}{۳}$ ہے اس لیے ایتھر کے بہاؤ کی قدر $(۱ - \frac{۱}{\text{م}^{۲}}) = \frac{۷}{۱۶}$ تقریباً یعنے نور کی موجوں کی ہیئت کے اشاعت کی رفتار پانی کی رفتار کی تقریباً نصف ہو جاتی ہے۔ زیمان نے متحرک ٹھوس اشیاء (مثلاً شیشہ اور بلور کے استوانوں) کے ساتھ بھی تجربہ کیا اور نتیجہ فرینیل کے ضابطہ سے منطبق پایا۔

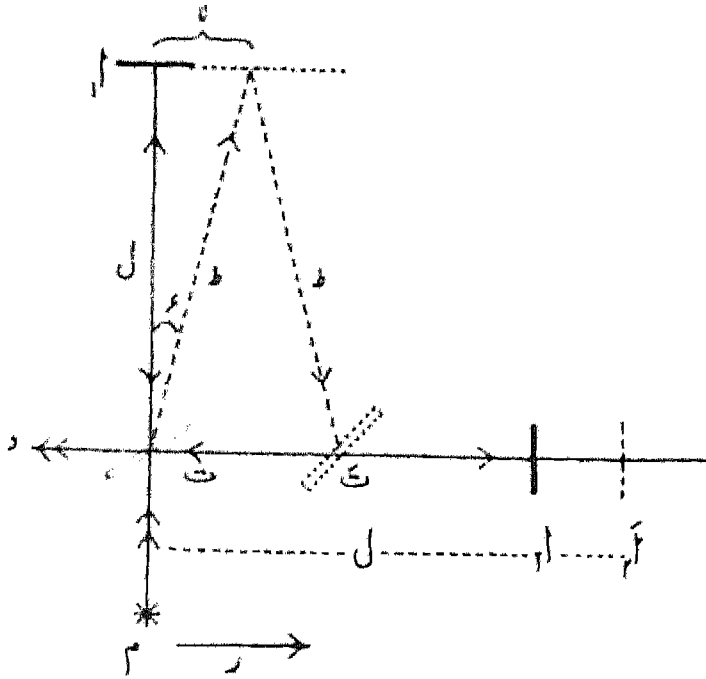
پانی کی اس حرکت سے نور کی نصف پنسلوں میں جو تفاوتِ ہیئت پیدا ہوتا ہے اس کی تعیین کے لیے فرض کرو کہ نور کی رفتار خلاء میں س ہے اور پانی کی رفتار ر۔ اگر پانی کا انعطاف نما م اور نلی کا طول جس میں سے پانی بہتا ہے ل ہو تو نصف پنسلوں کے نلی میں سے گزرنے کی مدّتوں میں تفاوت

$$\frac{۲\text{ل}}{\frac{\text{س}}{\text{م}} - (۱ - \frac{۱}{\text{م}^{۲}})\text{ر}} - \frac{۲\text{ل}}{\frac{\text{س}}{\text{م}} + (۱ - \frac{۱}{\text{م}^{۲}})\text{ر}} =$$

$$= \frac{۴\text{ل}(۱ - \frac{۱}{\text{م}^{۲}})\text{ر}}{\frac{\text{س}^{۲}}{\text{م}^{۲}} - (۱ - \frac{۱}{\text{م}^{۲}})^{۲}\text{ر}^{۲}}$$

اس تفاوت اور ہوا میں نور کی رفتار کی مدد سے پنسلوں کا تفاوتِ راہ اور تداخلی بندوں کا ہٹاؤ محسوب ہو سکتا ہے۔

مائکلسن اور مورلے (Michelson and Morley)

کا تجربہ ۔۔۔ جب مبدا نور، آلاتِ تجربہ اور مشاہد، سبھوں کی ایک مشترک یکساں خطِ مستقیم میں حرکت ہوتی ہے اور نور کی پنسل ایک بند راستے میں چکر لگائے (جس کی انتہائی صورت اس کا ایک مقام سے دوسرے مقام تک جانا اور واپس لوٹ آنا ہے) تو ایسے مظاہر مشاہدہ نہیں ہو سکتے جو مادّہ اور نور کی رفتاروں کی نسبت $(\frac{ر}{ع})$ کی پہلی قوت (عام محاورہ میں پہلے رتبہ کا اثر) کے تابع ہوں۔ اگر کوئی توقع ہو سکتی ہے تو $(\frac{ر}{ع})^2$ یعنے دوسرے رتبہ کے اثر کی ہو سکتی ہے۔

شکل ۱۲۹

شکل ۱۲۹ میں مائکلسن کے ایک تجربہ کی توضیح کی گئی ہے جو اس کے تداخل پیما آلہ کے اصول پر مبنی ہے۔ م مبدا نور ہے۔ ت ایک نیم مفضض شیشہ کی تختی ہے جو نور کی متوازی پنسل کے راستہ میں ۴۵° زاویہ پر مائل رکھی گئی ہے۔ اس سے

فاصلہ ل پر ایک مستوی آئینہ $ا_۱$ پنسل کے علی القوائم واقع ہے۔ پنسل کا جو نصف حصّہ ت میں سے منعطف ہوکر $ا_۱$ سے ٹکراتا ہے واپس لوٹ آتا ہے اور تختی سے منعکس ہوکر د کی طرف چلا جاتا ہے۔ تختی ت سے پنسل کا جو نصف حصّہ منعکس ہوکر مستوی آئینہ $ا_۲$ سے ٹکراتا ہے وہاں سے تختی پر واپس لوٹ آتا ہے اور پھر اس میں سے منعطف ہوکر د کی طرف چلا جاتا ہے۔ اسی طرح پنسل کے دونوں نصف حصّے مساوی مناظری طول کے راستے طے کرتے ہیں اور ان کے تداخل سے د پر تداخلی بند مشاہدہ ہوسکتے ہیں۔

فرض کرو کہ آلہ کا ایک بازو ت $ا_۲$ تجربہ کے وقت زمین کی مداری رفتار کی سمت کے متوازی ہے۔ نور کو ت سے نکل کر $ا_۲$ تک جانے اور پھر ت پر واپس لوٹ آنے کے لیے وقت

$$و_ت = \frac{ل}{س+ر} + \frac{ل}{س-ر} = \frac{۲ ل س}{س^۲ - ر^۲} = \frac{۲ ل}{س} \cdot \frac{۱}{۱ - \frac{ر^۲}{س^۲}}$$

درکار ہے۔ چونکہ $\frac{ر}{س}$ بمقابل اکائی کے بہت ہی قلیل مقدار ہے اس لیے

$$و_ت = \frac{۲ ل}{س} \left(۱ + \frac{ر^۲}{س^۲} \right)$$ نہایت قریب کے درجہ تک

اب آئینہ $ا_۱$ سے واپس لوٹ کر آنے والے نصف حصّہ پنسل پر غور کیا جائے تو معلوم ہوگا کہ نور تختی ت سے نکل کر آئینہ $ا_۱$ کے پاس جانے تک زمین کی مداری رفتار کی وجہ سے $ا_۱$ فضا میں سمت ت $ا_۲$ کے متوازی فاصلہ لا آگے کو بڑھ جاتا ہے اور نور جب اس سے منعکس ہوکر تختی ت پر واپس لوٹتا ہے تو تختی مقام تَ پر پہنچ جاتی ہے۔ گویا زمین کی اس مداری رفتار کی وجہ سے نور جو آئینہ $ا_۱$ سے منعکس ہوتا ہے فی الحقیقت راسی زاویہ ۲ عہ والے متساوی الساقین مثلث کے مساوی اضلاع پر سے گزرتا ہے جس میں عہ زاویۂ ضلالت نور ہے دیکھو شکل ۱۴۹۔

پس جب عہ = $\frac{ر}{س}$ اور مثلث کے جو دو مساوی ضلعے ہیں اُن میں سے

ہر ایک کا طول ط ذیل کی مساوات سے محسوب ہوتا ہے :-

$$ط^۲ = ل^۲ + لا^۲$$

چونکہ لا = ط جب ع = $\frac{ط ر}{س}$ اس لیے

$$ط^۲ = ل^۲ + \frac{ر^۲}{س^۲} ط^۲$$

$$پس \quad ط = \frac{ل}{\sqrt{۱ - \frac{ر^۲}{س^۲}}} = ل \left(۱ + \frac{۱}{۲} \frac{ر^۲}{س^۲}\right)$$

نہایت قریب کے درجہ تک

∴ نور کو تختی ت سے نکل کر آئینہ ا سے ٹکرانے اور واپس لوٹ آنے کے لیے وقت

$$وق = \frac{۲ ل}{س} \left(۱ + \frac{۱}{۲} \frac{ر^۲}{س^۲}\right) \text{ صرف ہوتا ہے۔}$$

اور (وت ـ وق) یعنے زمین کی مداری رفتار کے متوازی اور علی القوائم سمتوں میں جا کر متعلقہ آئینہ سے واپس لوٹ آنے کے اوقات میں تفاوت

$$مف و = \frac{۲ ل}{س} \left(۱ + \frac{ر^۲}{س^۲}\right) - \frac{۲ ل}{س} \left(۱ + \frac{۱}{۲} \frac{ر^۲}{س^۲}\right)$$

$$= \frac{ل}{س} \left(\frac{ر}{س}\right)^۲$$

وقت کے اس تفاوت کا یہ مفہوم ہے کہ نور کی پنسل کے دو نصف حصے تختی ت پر جب آئینوں سے واپس لوٹ کر ملتے ہیں تو ان کی ہیئتوں میں اختلاف واقع ہونا چاہیے بلحاظ اس صورت کے جبکہ زمین کی کوئی مداری رفتار نہ ہوتی۔ اور اس سبب سے اس ذہنی صورت کے اعتبار سے تداخلی بندوں میں ہٹاؤ پیدا ہونا چاہیے۔

مدت مف و میں نور فاصلہ (مف و) س طے کرتا ہے اس لیے

تداخلی بندوں کا ہٹاؤ (یعنے نور کے طولِ موج کی رقموں میں پنسلوں کا تفاوتِ راہ)

$$\text{مف لہ} = \frac{(\text{مف و})\,\text{س}}{\text{لہ}} = \frac{\text{ل}}{\text{لہ}}\;\frac{\text{ر}^{2}}{\text{س}^{2}}$$

زمین کی مداری رفتار تو کسی وقت کسی طرح بھی ساقط نہیں ہو سکتی۔ رفتارِ نور پر اس کا اثر مشاہدہ کرنے کے لیے تجربہ کے سارے آلات کو ایک خاص وضع میں رکھ کر تداخلی بند مطالعہ کیے گئے اور پھر احتیاط کے ساتھ ان کو جلد ۹۰° زاویہ میں گھما کر تداخلی بندوں کا مکرر مطالعہ کیا گیا۔ چونکہ زمین کی مداری رفتار آفتاب کے گرد ۳۰ کیلومیٹر فی ثانیہ (تقریباً ۱۸٫۶ میل فی ثانیہ) ہے اس لحاظ سے مصرحۂ بالا استدلال کی بنا پر تداخلی بندوں کے جس ہٹاؤ کی توقع کی جا سکتی تھی وہ متواتر بندوں کے درمیانی فصل کا ۰٫۴ حصہ تھا۔ لیکن جو ہٹاؤ فی الحقیقت مشاہدہ ہوا صرف ۰٫۰۰۴ سے لے کر ۰٫۰۱۵ حصہ تھا۔ مائکلسن کا یہ پہلا تجربہ ۱۸۸۱ء میں جامعہ برلن اور پھر پوٹسڈام میں کیا گیا۔ جو بھی ہٹاؤ مشاہدہ ہوا غالباً زیادہ تر آلات کے لچکی اور تپشی خللوں کے باعث پیدا ہوا۔ واضح ہو کہ مناظری آلات کو ۹۰ درجہ میں گھمانے سے تداخل پیما کے بازو اپنی سابقہ وضعوں کے علی الترتیب عمودی وضعوں میں منتقل ہو جاتے ہیں جس کی وجہ سے تداخلی بندوں میں جو ہٹاؤ پیدا ہونے کی توقع ہو سکتی ہے اُس متوقعہ ہٹاؤ کے دوچند ہے جو زمین کی مداری حرکت کے اسقاط و اطلاق سے پیدا ہو سکتا ہے۔

مائکلسن اور مورلے نے یہی تجربہ مزید احتیاط کے ساتھ مقام کلیولینڈ (Cleveland) میں ماہ جولائی ۱۸۸۷ء میں دہرایا۔ اہتزازوں سے بچنے کے لیے تجربے کے مناظری آلات پتھر کی ایک وسیع تختی پر جمائے گئے جو پارے کے بڑے حوض پر تیر رہی تھی اور انتصابی محور کے گرد سہولت کے ساتھ گھمائی جا سکتی تھی۔ ایکی دفعہ مناظری راستہ کا طول ۱۱ میٹر تھا جو پتھر کی تختی پر جمائے ہوئے آئینوں پر سے نور کی پنسلوں کو ایک سمت سے دوسری سمت میں متعدد مرتبہ منعکس کرانے سے حاصل ہوا تھا۔ تداخلی بندوں کا جو ہٹاؤ اس طرح مشاہدہ ہوا ایتھر نے صرف ۵ کیلومیٹر فی ثانیہ بہاؤ کے متناظر تھا۔ ان تحقیقات کا سلسلہ عرصہ دراز تک جاری رہا۔ چنانچہ

موہرلے اور ملّر نے ۱۹۰۲ء سے لے کر ۱۹۰۶ء تک اور اس کے بعد اکیلا ملّر ۱۹۲۱ء سے حال حال تک اس آلہ کے ساتھ تجربہ کرتا رہا۔ ان کے علاوہ اَور لوگوں نے بھی اس تجربہ کو بارہا دُہرایا ہے۔ ملّر جس کی تحقیقات کا سلسلہ سب سے زیادہ وسیع ہے اس نتیجہ پر پہنچا ہے کہ ۱۰ سے ۱۱ کیلومیٹر فی ثانیہ تک کا ایتھر کا بہاؤ مشاہدہ ہو سکتا ہے جو زمین کی "مطلق رفتار" (۲۰۸ کیلومیٹر فی ثانیہ) کا بیسواں حصہ ہے۔ واضح ہو کہ زمین کی یہ "مطلق رفتار" فضا میں ستاروں کے "بڑے مجلاّتی ابر" کے ایک نقطہ کی طرف محسوب کی گئی ہے جو مستوی مدار شمس کے قطب ۹ صعودِ مستقیم ۵ ساعت اور میل سماوی ۔۔ ۲ پر واقع ہے۔ مائکلسن نے اپنے آخری تجربے جو ۱۹۲۹ء میں کیا گیا تھا ایتھر کے بہاؤ کی رفتار کے لیے انتہائی قیمت ۲ کیلومیٹر فی ثانیہ اخذ کی۔ دوسرے محققین نے اس سے بھی کمتر قیمتیں اخذ کی ہیں۔ ٹوماشک (Tomaschek) نے بتایا ہے کہ یہ تجربہ جب سیّاروں اور ستاروں کا نور استعمال کر کے کیا جاتا ہے تو بھی یہی نتیجہ برآمد ہوتا ہے۔ پس ہم یہ کہہ سکتے ہیں کہ

مائکلسن کے تداخل پیما کے ذریعہ جو تجربے کیے گئے ہیں اُن سے فی الواقعی زمین کی مکمّل "مطلق حرکت" ظاہر نہیں ہوتی۔ غالباً اس طریقہ سے کوئی بھی "مطلق حرکت" ثابت نہیں کی جا سکتی ہے۔

ٹراؤٹن اور نوبل (Trouton-Noble) کا تجربہ ۸۔

مناظری تجربوں کی طرح برقی اور مقناطیسی میدانوں کے ساتھ بھی تجربہ کر کے مادّہ اور نور کی رفتاروں کی نسبت کے مربع یعنی $\left(\frac{ر}{س}\right)^{۲}$ کا اثر محسوس کرنے کی توقع کی جا سکتی ہے۔ چنانچہ ٹراؤٹن اور نوبل نے تختیوں والے ایک مکثفہ برق کو تختیوں کے متوازی ریشہ کے ذریعہ لٹکا کر زمین کی حرکت کا اثر معائنہ کرنا چاہا۔ دیکھو شکل نمبر ۔

اگر ہر تختی کا رقبہ س ہے اور ان دونوں کے درمیان عمودی فاصلہ ط،

برقی بار کی سطحی کثافت ثہ تختیوں کے درمیانی واسطہ کا مستقل برق گزار ضر

تو کثیفہ کی تختیوں کے مابین برقی میدان کے جو خطوط قوت ہیں کثیفہ ان کے علی القوائم حرکت کرنے سے ف قوت کا ایک مقناطیسی میدان پیدا کرتا ہے جس کی توانائی کی کثافت

ت م = ½ ن ن ف² ہے

(جس میں ن ن برق گزار کی مطلق نفوذ پذیری ہے)۔ لیکن

ف = ثہ ر

اگر ر = رفتارِ حرکت (تختیوں کے متوازی)

پس ت م = ½ ن ن ثہ² ر²

لہذا تختیوں کی درمیانی (حجم س ط والی) فضا میں کے مقناطیسی میدان کی مجموعی توانائی

شکل ۱۵۰

ا م = ½ ن ن ثہ² ر² س ط

کثیفہ کی برقی گنجائش گ = ضر س / ط جس میں ضر اساسی برقی سکونی مستقل ہے پس اگر کثیفہ پر مقدار برق ب اور تختیوں کے مابین تفاوت قوہ ق ہو تو

ب / ق = گ = ضر س / ط　　∴ ثہ = ب / س = ضر ق / ط

مقناطیسی میدان کی مجموعی توانائی

ام = ن ن. ر^{2} س م^{2} م^{2} ق^{2} / ۲ ط

کشفہ کی برقی سکونی توانائی

اب = $\frac{1}{2}$ م م. (ق / ط)^{2} س ط

= م م. ق^{2} س / ۲ ط

پس کشفہ کی مجموعی مقناطیسی اور برقی سکونی توانائیوں میں نسبت

ام / اب = ن ن. م م. ر^{2} یعنے ام = اب ن ن. م م. ر^{2}

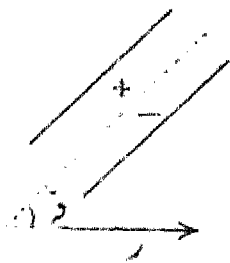
لیکن نور کے برقی مقناطیسی نظریہ کی رُو سے

ن. م. = ۱ / سر^{2} جس میں سر رفتارِ نور ہے

∴ ام = ن م اب (ر^{2} / سر^{2})

اگر رفتارِ حرکت تختیوں کے متوازی

نہ ہو بلکہ شکل (۱۵۱) کی طرح
ان کے ساتھ زاویۂ فہ پر مائل ہو تو
بجائے ر کے ر جم فہ لکھنا ہوگا
اور اس طرح

ام = ن م اب (ر^{2} / سر^{2}) جم^{2} فہ

شکل ۱۵۱

پس مجموعی مقناطیسی اور برقی سکونی توانائیوں کا حاصل مجموعہ

ا = اب (۱ + ن م ر^{2} / سر^{2} جم^{2} فہ)

چونکہ ازروئے قواعد حرکیات پر نظام کی توانائی بالقوہ کا رجحان ہمیشہ اقل قیمت اختیار کرنے کی طرف ہوتا ہے اور مکثفہ کی اس حاصل مجموعی توانائی کی قیمت اقل ہوتی ہے جبکہ جم فہ = صفر یعنے فہ = ۹۰° اس لیے مکثفہ ایسی وضع کا متقاضی ہوگا کہ اس کی تختیاں سمتِ حرکت کے علی القوائم ہوں۔

مکثفہ جب زاویہ فرفہ میں گھومتا ہے تو توانائی کا تغیر

$$\text{فر ا} = -\,\text{شش فر فہ}$$

جس میں شش گردش کا معیارِ اثر ہے۔ اور نفی کی علامت سے ظاہر ہے کہ فہ کے بڑھنے سے ا کی قیمت میں کمی واقع ہوتی ہے۔ پس چونکہ اب یعنے برقی سکونی توانائی زاویہ فہ کے غیر تابع ہے لہٰذا مکثفہ کا گردشی معیارِ اثر

$$\text{شش} = -\frac{\text{فر ا}}{\text{فر فہ}} = \text{ن مر اب}\ \frac{\text{ر}^2}{\text{س}^2}\ ۲\ \text{جم فہ جب فہ}$$

$$= \text{ن مر اب}\ \left(\frac{\text{ر}^2}{\text{س}^2}\right)\ \text{جب ۲ فہ}$$

پس یہ گردشی معیارِ اثر اعظم ہوتا ہے جبکہ جب ۲ فہ کی قیمت اعظم ہوتی ہے یعنے ۲ فہ = ۹۰° یا فہ = ۴۵°، واضح ہے کہ یہ اثر $\left(\frac{\text{ر}}{\text{س}}\right)^2$ کے متناسب ہے اس لیے دوسرے رتبہ کا اثر ہے۔

ٹراوٹن اور نوبل کا تجربہ مائکلسن اور مورلے کے تجربے سے زیادہ حساس بنایا جاسکتا ہے۔ اس لیے بارہا اور سطحِ بحر سے مختلف بلندیوں پر دہرایا گیا ہے۔ چنانچہ ٹوماشک (Tomaschek) نے سمندر کی سطح سے ۳۵۰۰ میتر کی بلندی پر بھی

آزمایا تو معلوم ہوا کہ ایسا کوئی اثر محسوس نہیں ہوتا ہے جو ایتھر کے بہاؤ کی ½ کیلومیٹر فی ثانیہ رفتار سے زائد رفتار کے متناظر ہو۔

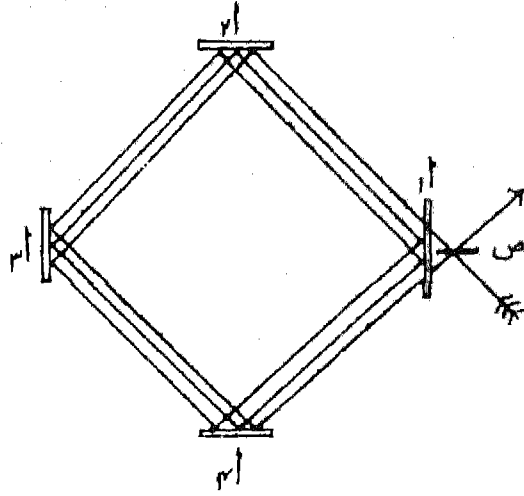
پس برقی طریقے بھی زمین کی "مطلق حرکت" کے اظہار میں قاصر ہیں۔

مائکلسن اور مورلے اور نیز ٹراوٹن اور نوبل کے قطعی تجربوں سے یہ نتیجہ برآمد ہوتا ہے کہ بلحاظ ایتھر آلات تجربہ اور مشاہد کی کوئی اضافی حرکت ثابت نہیں کی جا سکتی۔ پس زمین کی سطح ایتھر کے لحاظ سے وضع سکون میں ہے۔ یعنے زمین کے ساتھ اس کے اطراف کی ایتھر بھی حرکت کرتی ہے۔

قوت جاذبۂ زمین پر بھی زمین کی حرکت کا اثر محسوس کرنے کے لیے تجربے کیے گئے تو دریافت ہوا کہ زمین کی فضائی حرکت کا جاذبۂ زمین پر کوئی قابلِ لحاظ اثر نہیں ہے۔

سر آلیور لاج (Sir Oliver Lodge) کا تجربہ۔

اس تجربہ میں فولاد کے دو بڑے قرص تین تین فٹ قطر کے جو ایک دُھری کے علی القوائم ایک دوسرے کے اوپر ایک انچ فصل کے ساتھ مضبوط جوڑے گئے تھے بڑی تیز رفتار سے گھمائے گئے۔ قرصوں کے بیچ کی فضا میں سے دو متداخل (یعنے باہمدیگر تداخل پیدا کرنے والی) نور کی پنسلیں ایک مربعے کے چار گوشوں پر مناسب وضعوں میں جمائے ہوئے آئینوں سے ایک دوسرے کے مخالف سمتوں میں منعکس کرائی گئیں۔ دیکھو شکل ۱۵۲ جس میں ص ایک نصف مفضض آئینہ ہے اور ا، ا، ا، ا پنسلوں کے منعکس کرانے کے آئینے ہیں۔ پنسلیں پہلے ص پر سے مساوی حدت میں منعکس اور منعطف ہو کر ایک دوسرے سے علیحدہ ہوتی ہیں اور پھر چاروں آئینوں ا، وغیرہ پر سے علی الترتیب منعکس ہوتی ہیں اور اس طرح گھماؤ کے محور کے گرد تین مرتبہ گھوم کر بالآخر ص ہی پر مل جاتی ہے۔

قرصوں کی تیز حرکت سے اگران کے درمیان کی ایتھران کے ساتھ کھینچی ہوئی آتی تو توقع کی گئی تھی کہ گردش سے قبل جو تداخلی بند مشاہدہ ہوئے تھے

شکل ۱۵۲

وہ گردش کی حالت میں اپنی جگہ سے منتقل ہو جائینگے۔ لیکن تجربہ کرنے سے معلوم ہوا کہ ایتھر کا اگر کوئی کھنچاؤ عمل میں آیا بھی ہے تو وہ اس قدر خفیف ہے کہ اس کی وجہ سے نور کی رفتار میں قرصوں کی گردشی رفتار کے ایک ہزارویں حصّہ کی بھی تبدیلی نہیں واقع ہوئی۔

مداری حرکت میں زمین کا اپنے ساتھ ایتھر کو بھی لیے چلنا۔

مائکلسن، مورلے کے تجربہ سے ہم جس نتیجہ پر پہنچے ہیں کہ زمین اپنے ساتھ ایتھر کو بھی گھسیٹ کر لے جاتی ہے یا دوسرے الفاظ میں زمین کی سطح کے قریب برقی مقناطیسی مظاہر زمین کی اضافیت سے وقوع پذیر ہوتے رہیں گے بادی النظر میں سر آلیور لاج کے مصرحۂ بالا تجربہ کے متناقض معلوم ہوتا ہے۔ لیکن لینارڈ (Lenard) نے بتایا کہ مادّہ کی ساخت کے متعلق ہمارے جدید

معلومات کے لحاظ سے ان تمام نتائج کی ایک ساقط توجیہ ہو سکتی ہے۔ ہم اب ماننے لگے ہیں کہ مادّہ غالبًا بالکلیہ برقی مقناطیسی خاصیت رکھتا ہے۔ اس کے متعلقہ قوت کے میدان دُور تک فضا میں پھیلے ہوتے ہیں۔ یہ میدان اور اس لیے مادّہ خود ایتھر کے خاص خاص عمل ہیں جن کے ساتھ توانائی کی بڑی بڑی مقداریں وابستہ رہتی ہیں۔ پس ہم مان سکتے ہیں کہ ہر ایک مادّی جسم اپنے ساتھ اپنے قرب وجوار کی خود اپنی ایتھر کو لیے چلتا ہے ایسا ہی جیسا کہ اپنے تجاذبی قوت کے میدان کو۔ پس عام طور پر فضا کے کسی مقام پر بھی ایتھر کی حالت اس کے گرد و نواح کے مادّے پر موقوف ہے۔ زمین کی سطح کے قریب زمین کی پوری کمیت کا اثر غالب آجاتا ہے۔ اس لیے کائنات کے بڑے بڑے اجسام اپنی سطحوں سے دُور دُور تک آگے کو نکلی ہوئی ایتھر کو بھی گھسیٹ کر لے جاتے ہیں۔ بدیں وجہ زمین جیسے بڑے مادّی جسم کے قریب میں جو برقی مقناطیسی عمل صورت پذیر ہوتے ہیں اس کی اضافت سے وقوع میں آتے ہیں۔ پس نور کی رفتار بھی جسم کی اضافت سے رہتی ہے۔ فضا کے اندر کائنات کے ان بڑے منفردہ اجسام سے (جن کو اجرامِ فلکی کہتے ہیں) کافی دُور فاصلوں پر ان کی متعلقہ مخصوص ایتھریں ایک دوسرے میں مخلوط ہو جاتی ہیں اور ممکن ہے کہ فضا کے ان بعید خطوں میں بقول لینارڈ ایک "انتہائی ایتھر" موجود ہے جو مادّے سے آزاد تمام فضا کو بھر دیتی ہے۔

فٹز جیرلڈ لورینٹس سکڑاؤ (Fitzgerald-Lorentz Contraction)

مائکلسن اور مورلے والے تجربہ کے نتیجہ کی فٹز جیرلڈ نے ۱۸۹۱ء میں اس طرح توجیہ کی:-

کوئی جسم جب ایتھر میں کافی تیز رفتار سے حرکت کرتا ہے تو قوت کے میدانوں کی تبدیلی کے ساتھ جسم کے اجزا کو باندھ رکھنے والی قوتوں میں بھی تبدیلی واقع ہو سکتی ہے۔ اور اس کی وجہ سے مائکلسن کے تداخل پیما کا وہ بازو جو زمین کی رفتارِ حرکت کے متوازی ہے ٹھیک اس قدر سکڑ جاتا

ہے کہ اس سمت میں نور کے جا کر واپس آنے کے لیے جو زائد وقت صرف
ہوتا ہے (ایتھر کے بہاؤ کے مفروضہ پر) اس کی عین تلافی ہو جاتی۔ ۱۸۹۵ء
میں لورینٹس نے اس مفروضہ کو باقاعدہ طریقہ پر پیش کر کے ثابت کیا کہ اگر کسی جسم
کا حقیقی طول حالتِ سکون میں ل ہے تو حرکت کی وجہ سے حرکت کی سمت میں
سے سکڑ کر ل $\sqrt{1-\left(\frac{\text{ر}^2}{\text{س}^2}\right)}$ ہو جاتا ہے جس میں ر اور س علی الترتیب
جسم اور نور کی رفتاریں ہیں۔ پس شکل ۱۲۹ میں تداخل پیما کا بازو ت ا_2
ل نہیں بلکہ ل $\sqrt{1-\left(\frac{\text{ر}^2}{\text{س}^2}\right)}$ تصور کیا جانا چاہیے۔ اور جو بازو اس کے تقریباً
علی القوائم ہے (دراصل متساوی الساقین مثلث کے مساوی ضلعوں کا طول)
زمین کی رفتار کا اس پر اثر بہت ہی خفیف ہے اس لیے اس کا سکڑاؤ بالکل
ناقابلِ لحاظ ہے۔ پس نور کو ت سے ا_2 تک جا کر واپس لوٹ آنے کے لیے
وقت

$$\frac{2\text{ل}\sqrt{1-\left(\frac{\text{ر}^2}{\text{س}^2}\right)}}{\text{س}\left(1-\frac{\text{ر}^2}{\text{س}^2}\right)} = \frac{2\text{ل}}{\text{س}\sqrt{1-\left(\frac{\text{ر}^2}{\text{س}^2}\right)}} = \frac{2\text{ل}}{\text{س}}\left(1+\frac{1}{2}\frac{\text{ر}^2}{\text{س}^2}\right) \text{تقریباً}$$

صرف ہوتا ہے۔ واضح ہو کہ اتنا ہی وقت نور کو ت سے ا_1 تک جا کر واپس
لوٹ آنے کے لیے محسوب ہوا ہے۔ یعنے دونوں اوقات بالکل مساوی ہیں۔
اس امر کا کہ آیا زمین اپنی مداری حرکت میں ایتھر کو اپنے ساتھ کھینچ کر لے جاتی
ہے یا ایتھر ہر جگہ مطلق سکون کی حالت میں ہے، اصولاً قطعی تصفیہ ممکن ہے۔
بشرطیکہ مائکلسن مورلے والے تجربہ $\left(\frac{\text{ر}}{\text{س}}\right)^2$ کی تعیین کا کوئی ایسا تجربہ
کیا جائے جس میں تجربی نظام کافی تیز رفتار کے ساتھ سطح زمین
کی اضافت سے حرکت کرے۔ اگر پہلا قیاس صحیح ہے تو تجربہ کا نتیجہ

(تداخلی بندوں کے ہٹاؤ کے لحاظ سے) اثبات میں برآمد ہوگا اور اگر دوسرا قیاس صحیح ہے تو نفی میں۔ لیکن سر دست اس قسم کے تجربے کی عملی دقتوں پر حاوی ہونا انتہا درجہ مشکل ہے۔ ہم پہلے قیاس کے بموجب مان سکتے ہیں کہ ایتھر زمین کے ساتھ کھنچی آتی ہے کیونکہ اس میں زیادہ سہولتیں ہیں اور دوسرے قیاس میں بعض اہم دقتیں جیسا کہ آگے چل کر بیان کیا جائیگا۔

آئینسٹائین کا اصولِ اضافیت (Einstein's

Principle of Relativity)۔ اس نظریہ میں آئینسٹائین نے متحرک واسطوں کی برقی حرکیات کو ایک منظم طریقہ پر قائم کرنے کی غرض سے دو اساسی اصول موضوعہ (postulates) پیش کئے۔ ایک یہ کہ خلا میں نور کی رفتار مستقل برآمد ہوتی ہے مشاہدہ کرنے والا خواہ کسی بھی حالتِ حرکت میں ہو۔ دوسرا یہ کہ اضافیت کا اصول فطرت کا ایک کا لا عالمگیر کلیہ ہے۔ طالب علم نیوٹن کی میکانیات کے اصولِ اضافیت سے قبل ازیں بخوبی واقف ہو چکا ہے۔ جس سے یہ ثابت ہوتا ہے کہ میکانیات کے جملہ کلیے حوالہ کے محددی نظام کی یکساں خطی رفتار سے قطعاً متاثر نہیں ہوتے۔

لورینٹس وغیرہ نے ثابت کیا تھا کہ اصولِ اضافیت برقی مقناطیسی عملوں پر بھی صادق آتا ہے بشرطیکہ رفتارِ مادہ اور رفتارِ نور کی خطی نسبت یعنی ($\frac{v}{c}$) ہی کی حد تک بحث محدود رہے۔ مائکلسن مورلے اور ٹراؤٹن نوبل کے تجربوں کے منفی نتائج سے ثابت ہوا کہ زمین کی مداری حرکت ($\frac{v^2}{c^2}$) کے دوسرے درجہ کی حد تک بھی کوئی اثر نہیں پیدا کرتی ہے۔ اسی کو پیشِ نظر رکھ کر آئینسٹائین نے بطور اصولِ موضوعہ پیش کیا کہ اصولِ اضافیت تمام طبیعی عملوں پر صادق آتا ہے۔

ذیل میں ہم آئینسٹائین کے "اختصاصی" (special) نظریۂ اضافیت کا مختصر حال بیان کرینگے جو مادہ کی یکساں خطی رفتاروں سے متعلق اور ۱۹۰۵ء میں شائع کیا گیا (اس کے عام (general) نظریۂ اضافیت پر جو

مادہ کی اسراعی اور گردشی حرکتوں سے متعلق ہے اور ۱۹۱۵ء میں شایع ہوا یہاں بہت کم لکھنے کا موقع ملیگا]۔

اگر کوئی حوالہ کا فریم (چوکھٹا یا قالب) جس میں کسی واقعہ (event) کے محدد لاَ، ماَ، یَ اور وَ ہیں یکساں رفتار رکے ساتھ لا کے محور کی سمت میں ایک دوسرے فریم کی اضافت سے جس میں اسی واقعہ کے محدد لا، ما، ی اور و ہیں حرکت کررہا ہو تو نیوٹن کی میکانیات کی رُو سے مندرجۂ بالا محددوں کے سٹوں (Sets) کے مابین حسب ذیل مساواتیں رابطہ ظاہر کرتی ہیں :—

لاَ = لا ـ رو، ماَ = ما، یَ = ی اور وَ = و

اب فرض کرو کہ عین اُس آن میں جبکہ محددوں کے دونوں مبدا منطبق ہوتے ہیں یعنے تمام محدد صفر ہیں، نور کی ایک موج مشترک مبدا سے پیدا ہوتی ہے تو وقت و پر نور کے ناصیۂ موج کے کسی نقطہ کے محددوں کی مساوات

لا^۲ + ما^۲ + ی^۲ = سر^۲ و^۲ ہوگی۔

اس لیے کہ یہ ایک ایسے کرہ کی مساوات ہے جس کا مرکز مبدے پر ہو اور نصف قطر سر و، لاَ، ماَ، یَ اور وَ محددوں کی رقموں میں یہ مساوات

(لاَ + رو)^۲ + ماَ^۲ + یَ^۲ = سر^۲ وَ^۲ ہوجاتی ہے۔

اور واضح ہے کہ یہ اُس کرہ کی مساوات نہیں ہے جس کا مرکز نقطہ لاَ = ۰، ماَ = ۰، یَ = ۰ پر ہو۔

لیکن آئینسٹائین کا منصوبہ ہے کہ ایسا ہونا چاہیے یعنے مساوات

لاَ^۲ + ماَ^۲ − یَ^۲ = سر^۲ وَ^۲ صحیح ہونی چاہیے کہ مائکلسن

اور مورلے کے تجربہ سے ثابت ہوچکا ہے کہ نور کی رفتار تمام سمتوں میں

ایک ہی ہے مشاہدہ کرنے والا خواہ پہلے حوالہ کے فریم سے تعلق رکھتا ہو یا دوسرے سے۔

لارمر اور لورینٹس کی برقی مقناطیسی تحقیقات سے متعلق چند اہم مساواتوں کی مدد سے (جو لارمر، لورینٹس کے استحالہ کے نام سے مشہور ہیں) آئینسٹائین کے اس منصوبہ کی تصدیق ہو سکتی ہے۔ وہ مساواتیں حسبِ ذیل ہیں:—

$$\text{لاَ} = \frac{\text{لا} - \text{ر و}}{\left(1 - \frac{\text{ر}^2}{\text{سر}^2}\right)^{\frac{1}{2}}}\ ،\quad \text{ماَ} = \text{ما}\ ،\quad \text{یَ} = \text{ی}$$

$$\text{وَ} = \frac{\text{و} - \frac{\text{ر لا}}{\text{سر}^2}}{\left(1 - \frac{\text{ر}^2}{\text{سر}^2}\right)^{\frac{1}{2}}}$$

مساوات $\text{لاَ}^2 + \text{ماَ}^2 + \text{یَ}^2 = \text{سر}^2\,\text{وَ}^2$ میں لا، ما، ی اور وَ کی مندرجۂ بالا قیمتیں تعویض کرنے سے فوراً ثابت ہوتا ہے کہ

$$\text{لاَ}^2 + \text{ماَ}^2 + \text{یَ}^2 - \text{سر}^2\,\text{وَ}^2 = \text{لا}^2 + \text{ما}^2 + \text{ی}^2 - \text{سر}^2\,\text{و}^2$$

یہ بات یاد رکھنی چاہیئے کہ استحالہ کی مندرجۂ بالا مساواتوں میں نشان زدہ (یعنی لاَ، ماَ، یَ، وَ) حروف اور غیر نشان زدہ (سادے) حروف باہمدیگر بدل دیے جانے پر بھی ان کی صحت برقرار رہتی ہے بشرطیکہ ساتھ ہی ر کے بجائے (− ر) لکھ دیا جائے۔

مِنہا اگر لا، ما، ئے، و اور لاَ، ماَ، یَ، وَ علی الترتیب کسی دوسرے واقعہ کے، پہلے اور دوسرے حوالہ کے فریم کے محدد ہیں۔ اور لا ۔ لا کے لیے مف لا، و ۔ و کے لیے مف و اور دوسرے ایسے مقادیر کے لیے بھی اس طرح لکھا جائے تو چونکہ

$$\text{لاَ} = \frac{\text{لا} - \text{ر و}}{\left(1 - \frac{\text{ر}^2}{\text{س}^2}\right)^{\frac{1}{2}}} ،\ \text{ماَ} = \text{ما} ،\ \text{یَ} = \text{ی}$$

$$\text{اور}\quad \text{وَ} = \frac{\text{و} - \frac{\text{ر لا}}{\text{س}^2}}{\left(1 - \frac{\text{ر}^2}{\text{س}^2}\right)^{\frac{1}{2}}}$$

$$\text{لاَ} - \text{لاَ} = \text{مف لاَ} = \frac{\text{لا} - \text{رو} - \text{لا} + \text{رو}}{\left(1 - \frac{\text{ر}^2}{\text{س}^2}\right)^{\frac{1}{2}}} = \frac{(\text{لا} - \text{لا}) - \text{ر}\,(\text{و} - \text{و})}{\left(1 - \frac{\text{ر}^2}{\text{س}^2}\right)^{\frac{1}{2}}}$$

$$= \frac{\text{مف لا} - \text{ر مف و}}{\left(1 - \frac{\text{ر}^2}{\text{س}^2}\right)^{\frac{1}{2}}}$$

اسی طرح

$$\text{وَ} - \text{وَ} = \text{مف وَ}$$

$$= \frac{\text{و} - \frac{\text{ر لا}}{\text{س}^2}}{\left(1 - \frac{\text{ر}^2}{\text{س}^2}\right)^{\frac{1}{2}}} - \frac{\text{و} - \frac{\text{ر لا}}{\text{س}^2}}{\left(1 - \frac{\text{ر}^2}{\text{س}^2}\right)^{\frac{1}{2}}}$$

$$= \frac{(\text{و} - \text{و}) - \frac{\text{ر}}{\text{س}^2}(\text{لا} - \text{لا})}{\left(1 - \frac{\text{ر}^2}{\text{س}^2}\right)^{\frac{1}{2}}} = \frac{\text{مف و} - \frac{\text{ر}}{\text{س}^2}\,\text{مف لا}}{\left(1 - \frac{\text{ر}^2}{\text{س}^2}\right)^{\frac{1}{2}}}$$

پس خود محدودوں سے متعلق جیسا کہ دیکھا گیا۔

$$\text{مف لاَ}^2 + \text{مف ماَ}^2 + \text{مف یَ}^2 - \text{س}^2\,\text{مف وَ}^2 = \text{مف لا}^2 + \text{مف ما}^2 + \text{مف ی}^2 - \text{س}^2\,\text{مف و}^2$$

معمولی نیوٹن والی میکانیات میں جس میں $\text{مف وَ} = \text{مف و}$ یہ مساوات

$$\text{مف لاَ}^{2} + \text{مف اَ}^{2} + \text{مف یَ}^{2} = \text{مف لا}^{2} + \text{مف ا}^{2} + \text{مف ی}^{2}$$ ہو جاتی ہے۔

اور اس کا صرف یہی مفہوم ہے کہ دو واقعوں کے مابین فاصلہ پہلے اور دوسرے نظام میں ایک ہی قیمت رکھتا ہے۔ مندرجۂ بالا دو آخری مساواتوں کی مشابہت کو دیکھ کر منکوسکی (Minkouski) نے

$$\sqrt{\text{مف لا}^{2} + \text{مف ا}^{2} + \text{مف ی}^{2} - \text{س}^{2}\,\text{مف و}^{2}}$$

کو فضا اور وقت کے مرکب چار ابعادی مسلسل (Continuum) میں دو واقعوں کا درمیانی ایک قسم کا فاصلہ قرار دیا جو عموماً وقفہ کے نام سے مشہور ہے۔ پس معمولی ہندسہ میں جس طرح دو نقطوں کا درمیانی فاصلہ ایک مطلق مفہوم رکھتا ہے اسی طرح فضا اور وقت کے مسلسل میں دو واقعوں کا درمیانی وقفہ بھی ایک مطلق مفہوم رکھتا ہے۔ اس لیے کہ اس کے لیے جو جملہ اخذ ہوا ہے تمام محدّدی فریموں میں جو ایک دوسرے کی اضافت سے یکساں حرکت میں ہوں ایک ہی شکل رکھتا ہے۔

لا، م، لورینٹس کے استحالوں کی آئینسٹائین نے اس طرح جو ترجمانی کی ہے اس میں بڑی خصوصیت یہ ہے کہ اس کے بموجب مطلق وقت (ایسا جو تمام مشاہدہ کرنے والوں کے لیے ایک ہی ہو) کوئی حقیقت نہیں رکھتا ہے۔ یعنے دو مشاہدہ کرنے والے جو ایک دوسرے کی اضافت سے حرکت میں ہوں کسی واقعہ کے وقوع کے متعلق نہ صرف اس کے مکان (یعنے مقام) کی تعیین میں اختلاف رکھتے ہیں بلکہ اس کے زمان (یعنے وقت) کی تعیین میں بھی۔

آئینسٹائین کے نظریۂ اضافیت کے ذریعہ لورینٹس۔ فٹزجیرلڈ والے سکڑاؤ کی حسبِ ذیل توجیہ ہے:۔ فرض کرو کہ مشاہد ا جس کے محدّد لا، ما، ی اور و ہیں اپنی گھڑی سے ایک ہی آن میں دو نقطوں کا مشاہدہ کرتا ہے یعنے مف و = ۰ اور اس کے مشاہدہ سے ان دو نقطوں کے

درمیانی فاصلہ کی تعیین مف لا ہے۔

پس استحالہ کی مساوات $\text{مف لاَ} = \dfrac{\text{مف لا} - \text{ر مف و}}{\left(1 - \frac{\text{ر}^2}{\text{س}^2}\right)^{\frac{1}{2}}}$ بوجہ اس کے کہ مف و = ۰

$$\text{مف لاَ} = \frac{\text{مف لا}}{\left(1 - \frac{\text{ر}^2}{\text{س}^2}\right)^{\frac{1}{2}}}$$ ہو جاتی ہے۔

یعنے $\text{مف لا} = \left(1 - \frac{\text{ر}^2}{\text{س}^2}\right)^{\frac{1}{2}} \text{مف لاَ}$

لیکن مف لاَ ایک دوسرے مشاہد ب کے مشاہدہ سے اس فاصلہ یا طول کی تعیین ہے۔ پس ظاہر ہے کہ ا نے اس فاصلہ یا طول کی جو تعیین کی تھی ب کی تعیین سے بقدر نسبت $\left(1 - \frac{\text{ر}^2}{\text{س}^2}\right)^{\frac{1}{2}} : 1$ کمتر ہے۔ اور یہی لورینٹس والا سکڑاؤ ہے۔ اس طرح فرض کرو کہ مشاہد ا کے مشاہدہ سے دو واقعوں کے درمیانی مدت کی تعیین مف و ہے اور وہ اس کو ایک ہی مقام پر نظر آتے ہیں (یعنے مف لا = ۰)

پس استحالہ کی مساوات $\text{مف وَ} = \dfrac{\text{مف و} - \frac{\text{ر}}{\text{س}^2}\text{مف لا}}{\left(1 - \frac{\text{ر}^2}{\text{س}^2}\right)^{\frac{1}{2}}}$

بوجہ اس کے کہ مف لا = ۰، $\text{مف وَ} = \dfrac{\text{مف و}}{\left(1 - \frac{\text{ر}^2}{\text{س}^2}\right)^{\frac{1}{2}}}$

لیکن مف وَ ایک دوسرے مشاہد ب کے مشاہدہ سے اسی مدت کی تعیین ہے۔ پس جس مدت کی ا نے تعیین کی ہے ب اُس کی تعیین بقدر نسبت $1 : \left(1 - \frac{\text{ر}^2}{\text{س}^2}\right)^{\frac{1}{2}}$ زائد کرتا ہے۔

آئینسٹائین کے نظریہ سے اضافی رفتار کا ضابطہ بھی معمولی حرکیات والے ضابطہ سے مختلف برآمد ہوتا ہے۔ چنانچہ اگر محور لا کی سمت میں کسی متحرک نقطہ کی رفتار ر_1 مشخص کرتا ہے تو ب اس کو $\text{ر}_1 - \text{ر}$ مشخص کریگا یعنے

$$\frac{\text{مف لاَ}}{\text{مف وَ}} = \frac{\text{مف لا}}{\text{مف و}} - \text{ر}$$

لیکن آئینسٹائین کے نظریہ کی رُو سے چونکہ

$$\text{مف لاَ} = \frac{\text{مف لا} - \text{ر مف و}}{\left(1 - \frac{\text{ر}^2}{\text{س}^2}\right)^{\frac{1}{2}}}$$

اور

$$\text{مف وَ} = \frac{\text{مف و} - \frac{\text{ر مف لا}}{\text{س}^2}}{\left(1 - \frac{\text{ر}^2}{\text{س}^2}\right)^{\frac{1}{2}}}$$

اس لیے

$$\frac{\text{مف لاَ}}{\text{مف وَ}} = \frac{\text{مف لا} - \text{ر مف و}}{\text{مف و} - \text{ر}\frac{\text{مف لا}}{\text{س}^2}}$$

$$= \frac{\frac{\text{مف لا}}{\text{مف و}} - \text{ر}}{1 - \frac{\text{ر}}{\text{س}^2}\,\frac{\text{مف لا}}{\text{مف و}}}$$

جو معمولی حرکیات والے ضابطہ سے مختلف ہے الّا آنکہ س نامتناہی بڑا ہو۔

آئینسٹائین کی رائے کے بموجب اس مساوات سے فرینل کے "ایتھر کے بہاؤ کی قدر" کی حقیقی توجیہ ہوتی ہے۔ چنانچہ اگر نور کی رفتار کسی ایسے جسم کے اندر جس سے مشاہد ملحق ہو $\text{ر}_1 = \frac{\text{س}}{\text{م}}$ ہے۔

م اُس جسم کا انعطاف نما ہے اور محدد نور کے ناصیۂ موج سے متعلق ہوں۔

تب $\frac{\text{مف لا}}{\text{مف و}} = \frac{\text{س}}{\text{م}}$ ۔ پس اس آخری ضابطہ سے

$$\frac{\text{مف لاَ}}{\text{مف وَ}} = \frac{\frac{\text{س}}{\text{م}} - \text{ر}}{1 - \frac{\text{ر}}{\text{م س}}} = \left(\frac{\text{س}}{\text{م}} - \text{ر}\right)\left(1 + \frac{\text{ر}}{\text{م س}}\right)$$ تقریباً

اگر $\frac{\text{ر}}{\text{م}}$ چھوٹی مقدار ہے۔ یعنے

$\frac{\text{مف لاَ}}{\text{مف وَ}} = \frac{\text{س}}{\text{م}} - \text{ر} + \frac{\text{ر}}{\text{م}^2}$ اگر ر^2 والی رقمیں متروک کردی جائیں

پس $\frac{\text{مف لاَ}}{\text{مف وَ}} = \frac{\text{س}}{\text{م}} - \text{ر}\left(1 - \frac{1}{\text{م}^2}\right)$

چونکہ یہ جسم مشاہد ب کی اضافت سے رفتار (ـــ ر) کے ساتھ حرکت کررہا ہے یہ بعینہٖ فزینیل کا جملہ ہے جو اس جسم میں نور کی رفتار کے لیے ب مشخص کرتا ہے۔

آئینسٹائین کا اختصاصی نظریۂ اضافیت جس کا مختصر سا ذکر اوپر کیا گیا مادّہ سے خالی فضاء سے تعلق رکھتا ہے جس میں مادّی قوتِ تجاذب یا دیگر مخل اثرات غیر موجود ہیں۔ جیسا کہ اوپر بیان کیا گیا ہے آئینسٹائین نے بعد کو ایک "عام" نظریۂ اضافیت پیش کیا جس میں ان مخل اثرات کو بھی شامل کرلیا جاتا ہے۔ ان حالات کے تحت بھی (جیسا کہ ہم نے انتہائی آسان مثال پیش کرکے بتایا تھا) دو واقعوں کے درمیان ایک مطلق "وقفہ" مانا جاتا ہے۔ لیکن اس وقفہ کے لیے جو جملہ اخذ ہوتا ہے سابقہ مختصر جملہ یعنے

$\text{مف لا}^2 + \text{مف ما}^2 + \text{مف ی}^2 - \text{س}^2\,\text{مف و}^2$ سے زیادہ عام اور پیچیدہ ہے لیکن بریں ہمہ محددوں کے تفرقوں کا دو درجی تفاعل ہے۔ اس تفاعل کی نوعیت اور فضاء و وقت (زمان و مکان) میں مادّی اجسام اور نور کے راستوں

کی تعیین آئینسٹائین کے مصرحہ شرائط سے کی جاتی ہے۔ ان شرائط کی وضع نامتغیر (Invariant) ہے، یعنے تمام مشاہدہ کرنے والے فضا و وقت کے وہ خواہ کوئی سے بھی محدد منتخب کریں، ان شرائط سے مماثل طبیعی نتیجوں پر پہنچتے ہیں۔

آئینسٹائین کے عام نظریۂ اضافیت اور نیوٹن کی میکانیات کے اساسی اصولوں میں اگرچہ انتہائی فرق ہے لیکن اس کے باوجود اکثر و بیشتر صورتوں میں (اور علی الخصوص بڑے اجسام سے متعلق) ان دونوں طریقوں سے جو نتائج اخذ کئے جاتے ہیں ایک دوسرے سے تقریباً منطبق ہوتے ہیں۔ صرف چندہی مثالیں پیش کی جاسکتی ہیں جن میں ان طریقوں سے صریحاً مختلف نتائج برآمد ہوتے ہیں۔ اور ان نتائج کی عملی طور پر جانچ بھی ہوسکتی ہے۔ چنانچہ ان امتحانوں میں کامیاب ثابت ہونے کے بعد ہی نقادان طبیعیات نے نظریۂ اضافیت کو صحیح مانا اور نظری طبیعیات میں اس کا استعمال روزافزوں ترقی کرنے لگا۔ وہ نتائج حسب ذیل ہیں :-

(۱) مدار عطارد کے نقطۂ حضیض (Perihelion) کی آگے کو حرکت۔

(۲) تجاذب مادی میدان سے نور کی شعاعوں کا انصراف۔

(۳) طیف کے سرخ کنارہ کی طرف آفتاب اور ستاروں کے طیفی خطوط کا ہٹاؤ۔

(۱) عرصۂ دراز سے ہیئت دانوں کو معلوم تھا کہ نیوٹن - کیپلر کے تجاذب مادی نظریہ سے عطارد کی مداری حرکت کی کامل توجیہ نہیں ہوتی ہے۔ اس ستارہ کو اپنی مداری گردش کے دوران میں آفتاب سے ایک قریب ترین مقام سے نکل کر اس کے بعد ہی کے دوسرے قریب ترین مقام پر پہنچنے کے لیے ۳۶۰° (ایک کامل زاویئی گردش) سے خفیف سے زائد زاویہ میں گھومنا پڑتا ہے۔ آئینسٹائین کے نظریہ سے اس کی کافی ٹھیک توجیہ ہوجاتی ہے۔ اگر اس کامل زاویئی گردش کی مدت و ہو عطارد کے مدار کا نصف محور اعظم ا اور مدار کا خروج المرکز خ ہو تو اس زائد زاویہ کی قیمت عام نظریۂ اضافیت

سے

$$+\ \frac{۲۴\ \pi^{۳}\ ا^{۲}}{و^{۲}\ ر^{۲}\ (۱ - خہ^{۲})}$$

برآمد ہوتی ہے۔ جو ایک صدی میں + ۴۳ ثانیے ہے۔

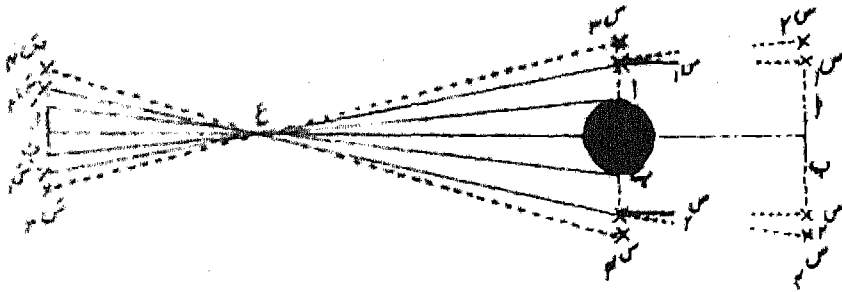
لو ورئیے (Leverrier) نے ۱۸۵۹ء اور نیوکمب (Newcomb) نے ۱۸۹۵ء میں نظامِ شمسی کے بقیہ تمام سیاروں کے مخلّ اثرات کو محسوب کرنے کے بعد بھی عطارد کی مداری حرکت میں نیوٹن۔ کیپلر کے کلیہ سے خفیف سا اختلاف دریافت کیا۔ آئینسٹائین کے نظریہ سے زاویئی اختلاف کی قیمت (+ ۴۳ ثانیہ فی صدی) برآمد ہوتی ہے جو مشاہدہ کی قیمت سے قریب قریب منطبق ہے۔

واضح ہو کہ دوسرے سیاروں میں آفتاب سے دوری کی وجہ سے (اور علی الخصوص عطارد کے بعد ہی کے سیارہ زہرا کا مدار تقریباً دائرہ ہونے اور اس لیے آفتاب سے قریب ترین وضع میں پہنچنے کے وقت کا پتہ چلانا مشکل ہونے کی وجہ سے) یہ زاویئی اختلاف مشاہدہ نہیں ہو سکتا۔

(۲) عام نظریۂ اضافیت کی رُو سے نور کی شعاع جب کسی مادّی تجاذب کے میدان میں سے گزرتی ہے (یعنے بڑے مادّی جسم جیسے آفتاب کے قریب پہنچتی ہے) تو اپنے راستہ سے ہٹ کر میدان کی طرف خفیف سا مُڑ جاتی ہے۔ مثلاً اگر کسی ستارہ کی شعاع جو زمین کی طرف آرہی ہو آفتاب کے مرکز سے بقدر زاویئی فاصلہ ف (آفتاب کے نصف قطر کی رقموں میں) گزرے تو اس ہٹاؤ یا انصراف کا زاویہ ع = $\frac{\text{۱٫۷ ثانیہ}}{\text{ف}}$

[یہاں یہ بتا دینا مناسب معلوم ہوتا ہے کہ نظریہ کی رُو سے اس انصراف کا ایک نصف حصّہ نیوٹن کے کلیہ والے میدانِ تجاذب کے زیرِ اثر وقوع پذیر ہوتا ہے اور دوسرا نصف حصّہ آفتاب کی وجہ سے فضاء کی ہندسی تبدیلی کے باعث (جو عام طور پر فضائی اِنحنا کے نام سے مشہور ہے)]۔

اگر آسمان کے مناظر حصّہ کا (جو مدارِ شمس پر واقع اور جگمگاتے ستاروں سے

بھرا ہوا ہو) ایسے وقت فوٹوگراف لیا جائے جبکہ آفتاب اس سے ۱۸۰ درجہ نیچے واقع ہو اور پھر اسی حصہ کا فوٹوگراف جب کہ کامل کسوف کی حالت میں آفتاب اس خطہ میں موجود ہو تو دقیق پیمایش سے معلوم ہو سکتا ہے کہ ان دو حالتوں میں ستاروں کے ظاہری مقاموں میں قابلِ لحاظ تبدیلیاں واقع ہوتی ہیں۔ ملاحظہ ہو شکل ۱۵۲ جس میں ا ب قرصِ آفتاب ہے، ع دُوربین کے دہانہ کا عدسہ اور

شکل ۱۵۲

اَ بَ اس عدسہ کے ماسکی مستوی میں حالتِ کسوف میں آفتاب کا فوٹو۔ س س دو چمکدار ستارے ہیں۔ اور سَ سَ فوٹوگرافی تختی پر ان کے مناظری خیال ہیں جو قرصِ آفتاب ان سے ۱۸۰° نیچے واقع ہونے کے وقت صورت پذیر ہوتے ہیں۔ لیکن آفتاب جب حالتِ کسوف میں ا ب پر واقع ہوتا ہے اور اس کا خیال اَ بَ فوٹوگرافی تختی پر رُونما ہوتا ہے تو اس وقت ستاروں س س سے آنے والی نور کی شعاعیں آفتاب کے تجاذب سے متاثر ہو کر اس کی طرف اس طرح مُڑ جاتی ہیں گویا س اور س سے آرہی ہیں۔ یعنی ان کا درمیانی زاویہ بظاہر پہلے سے بڑا نظر آتا ہے اور اس لیے ان کا خیال فوٹوگرافی تختی پر سَ سَ پر پیدا ہوتا ہے۔ ستاروں کا یہ ظاہری ہٹاؤ بہت قلیل ہے لیکن پیمایش کے قابل ہے۔ چنانچہ رائل سوسائٹی آف لندن

اور رائل اسٹرونامیکل سوسائٹی نے ۲۹ مئی ۱۹۱۹ء کے کامل کسوف شمس کے موقعہ پر ستاروں کے اس انصراف کے مشاہدہ کے لیے ہیئت دانوں کی ایک جماعت ساز و سامان سے آراستہ کر کے سوبرال (Sobral) برازلؔ بھیجی اور ایک دوسری جماعت پرنسیپ (Principe) مغربی افریقہ روانہ کی۔ فوٹو گرافوں کی بڑی احتیاط اور باریکی کے ساتھ پیمایش کی گئی تو معلوم ہوا کہ آئینسٹائین کے نظریہ سے جو انصراف محسوب ہوتا ہے مشاہدہ سے اُس کی خاطر خواہ تصدیق ہوتی ہے۔

(۳) جوہر کے ہر طیفی خط کا ایک خاص طولِ موج ہوتا ہے اور اس لیے ایک خاص تعدّد اہتزاز۔ بدیں وجہ ہم جوہر کو ایک گھڑی تصور کر سکتے ہیں اور عام نظریۂ اضافیت کے ذریعہ ثابت کر سکتے ہیں کہ جوہر کے طیفی خط سے جو نور شایع یا جذب ہوتا ہے اس کا تعدّد اس تجاذبی میدان کے قوّہ کے تابع ہے جس کے اندر وہ واقع ہے۔ پس اگر کسی عنصر کا جوہر کسی جرمِ فلک کی سطح پر واقع ہے تو اس کا تعدّد اسی عنصر کے کسی ایسے جوہر کے تعدّد سے خفیف سا کمتر ہوگا جو مادّہ سے خالی فضا میں یا کسی چھوٹے جرمِ فلک پر واقع ہوگا۔ اس لیے بڑی جسامت کے ستاروں کے طیفی خطوط اسی عنصر کے سطحِ زمین والے طیفی خطوط کی بہ نسبت طیف کے سُرخ سرے کی جانب خفیف سا سٹے ہوئے نظر آنے چاہییں۔ چنانچہ ع اور ع زمین اور ستارہ پر کے متناظر طیفی خطوں کے تعدّد ہیں تو

$$\frac{ع - ع}{ع} = \frac{م}{ر^2} \cdot \frac{ک}{ص}$$

جس میں م نیوٹن کا عالمگیر مستقل تجاذب ہے، ر نور کی رفتار خلا میں، ک ستارہ کی کمیت؛ اور ص اس کا نصف قطر۔

اب تک آفتاب کے طیفی خطوط سے متعلق جو پیمایشیں عمل میں آئی ہیں، آئینسٹائین کے عام نظریۂ اضافیت کے اس تیسرے نتیجہ کی صحت یا عدم صحت کے فیصلہ کے لیے ناکافی ہیں۔ نظریہ کی رُو سے آفتاب کے طیفی خطوط کا یہ سُرخ کنارے

ــہ Brazil

کی جانب کا ہٹاؤ ان خطوط کے طولِ موج کا بیس لاکھواں حصہ محسوب ہوتا ہے۔ واضح ہے ڈاپلر اور دباؤ وغیرہ کے اثرات کی موجودگی میں اس خفیف ہٹاؤ کی پہچان نہایت مشکل امر ہے۔ اس کے ساتھ ہی ہمیں یہ بھی یاد رکھنا چاہیے کہ خود آئینسٹائین نے اپنے عام نظریہ کے اعلان کے وقت صاف وصریح الفاظ میں کہہ دیا ہے کہ اگر اس کے مصرحۂ بالا تین نتائج میں سے کوئی بھی غلط ثابت ہوا تو اس کا عام نظریۂ اضافیت قابلِ تسلیم نہیں رہ سکتا۔

دسواں باب

افتراقِ نور یعنے نور کا بکھرنا (Scattering)

اور رامن اثر (Raman Effect)

— نور کی پنسل جب کسی مادّے میں سے گزرتی ہے خواہ وہ ٹھوس ہو یا مایع یا گیس تو اس کی اشاعت میں دو طرح کا فرق پیدا ہوتا ہے۔ پنسل مادّے میں سے جوں جوں آگے کو بڑھتی ہے اس کی حدت میں کمی واقع ہوتی ہے۔ اس کی وجہ زیادہ تر مادّہ کا انجذاب نور ہے لیکن بعض صورتوں میں نور بکھر بھی جاتا ہے۔ نور کی اشاعت میں جو دوسرا فرق واقع ہوتا ہے مادّہ کے اندر اس کی رفتار کی تبدیلی ہے جس کی وجہ سے مرکب نور میں انتشار (dispersion) پیدا ہوتا ہے۔

یہاں ہم کسی قدر تفصیل کے ساتھ انجذاب و افتراقِ نور پر بحث کرینگے۔

بعض اشیاء مرئی نور کے تمام اجزاء کو تقریباً مساوی نسبت میں جذب کرتے ہیں۔ چونکہ اس سے تمام طولِ موج کے اشعاعوں میں تقریباً مساوی کمی واقع ہوتی ہے اس لیے اس عالمِ انجذاب سے نور کی صرف حدت گھٹ جاتی ہے رنگ میں تبدیلی نہیں ہوتی۔ اب تک کوئی ایسی شئے دریافت نہیں ہوئی ہے (خواہ وہ ٹھوس ہو یا مایع یا گیس) جو تمام طولِ موج کے اشعاعوں کو مطلقاً مساوی نسبت میں جذب کرتی ہے۔ ٹھوس اشیاء میں کاجل کے مہین معلق ذرّات یا پلاٹینم کی نیم شفاف جھلیاں نور کے ایک وسیع سلسلۂ طولِ موج

کو تقریباً مساوی حد تک جذب کر سکتی ہیں ۔ بہت سے اشیاء بعض طول موج کے اشعاعوں کو زیادہ اور بعض کو کم جذب کرتے ہیں ۔ اس لیے ان کا جسم رنگین نظر آتا ہے مثلاً ملونات یا درختوں کے پھول وغیرہ ۔ اس قسم کا انجذاب انتخابی کہلاتا ہے ۔ ان کے اندر نور کچھ فاصلہ تک داخل ہو کر افتراق (بکھراؤ) یا انعطاف کے ذریعے منصرف ہو کر ان کی سطح کے باہر آتا ہے لیکن اس میں سے چند طول موج کے اشعاع جذب ہو جاتے ہیں ۔ اشیاء کی ایک اور قسم بھی ہے جن کی سطح پر سے نور کے بعض طول موج کے اشعاع زیادہ منعکس ہوتے ہیں اور بعض کم ۔ یہ خاصیت فلزات میں بہت زیادہ مشاہدہ ہوتی ہے مثلاً سونے یا تانبے کی پرتوں میں ۔ اسی وجہ سے ان اشیاء میں سطحی رنگ پایا جاتا ہے ۔ جو نور ان پرتوں کے اندر سے گزر کر باہر آتا ہے سطحی رنگ کا متمم ہوتا ہے ۔

نور کے انجذاب و افتراق میں امتیاز

شیشہ کے ایک لمبے اسطوانہ میں اگر دھواں بھر دیا جائے اور اس کے ایک ستوی پہلو میں سے نور کی پنسل اسطوانہ کے محور کے متوازی گزاری جائے (دیکھو شکل ۱۵۳) تو مقابل کے ستوی پہلو میں سے خارج ہونے پر نور کی حدت ذیل کے ضابطہ کے لحاظ سے گھٹ جائیگی :—

$$ح = ح_{ و} \, و^{-ذل}$$

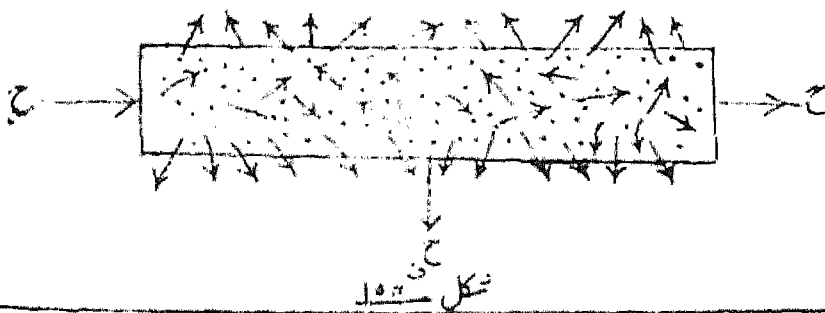
جس میں ح و واقع نور کی حدت ہے اور ح خارج نور کی حدت ۔ ل دھویں کے اسطوانہ کا طول ہے اور ذ انجذابی سر یا انجذاب کی شرح ۔

ح و ← → ح

ح ذ

شکل ۱۵۳

اس تجربہ میں اگر واقع نور کا کوئی جزو بکھر کر اُسطوانہ کے مدوّر حصّوں میں سے خارج نہ ہوتا تو جو توانائی خارج نہیں ہوتی ہے ساری کی ساری دھوئیں میں جذب ہوکر حرارت میں تبدیل ہو جاتی - لیکن کچھ جزو بکھر جانے کی وجہ سے حدتوں کے ضابطہ میں حسب ذیل ترمیم کی ضرورت ہے :

$$ح = ح_{\circ}\ و^{-(ل_{و} + ل_{ب})ل}$$

جس میں $ل_{و}$ حقیقی انجذاب کی شرح ہے اور $ل_{ب}$ بکھراؤ یا افتراق کی وجہ سے پیدا ہونے والا جزو ہے - اکثر صورتوں میں کوئی ایک شرح $ل_{و}$ یا $ل_{ب}$ بمقابل دوسری کے ناقابل لحاظ ہوتی ہے - گیسوں کے معمولی انجذابِ نور اور ان کے انجذابی طیوف پر ایک سابقہ باب میں ذکر آچکا ہے -

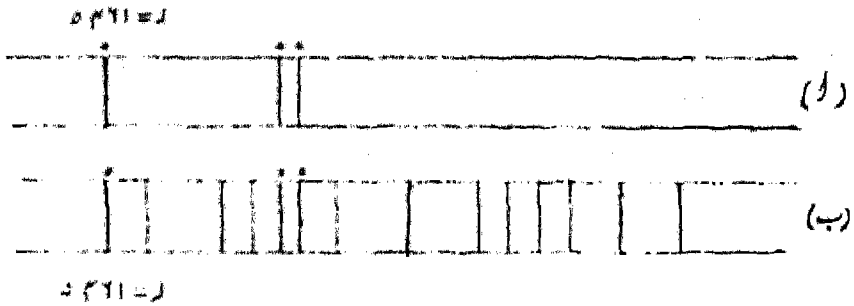
یہاں گیسوں میں نور کی گمک (Resonance) اور میل اسپاری تزھّر (فلوریسینس) کا مختصر ذکر کیا جائیگا- گیس کا دباؤ اگر پست نہیں ہے اور واقع نور اس میں جذب ہوجاتا ہے تو نور کی توانائی حرارت میں تبدیل ہوکر گیس کو کسی قدر گرم کر دیتی ہے- گیس کا سالمہ یا جوہر جب نور کی بنڈل سے توانائی حاصل کرتا ہے اور اس کے بعد کسی اور سالمہ سے ٹکراتا ہے تو اس قسم کے تصادموں سے گیس کے ذرّات کی اوسط توانائی میں اضافہ ہوتا ہے- نور سے توانائی حاصل کر لینے کے بعد سالمہ تقریباً $۱۰^{-۷}$ یا $۱۰^{-۸}$ ثانیہ تک اس توانائی کا حامل رہ سکتا ہے اگر اس دوران میں وہ کسی دوسرے سالمہ سے متصادم نہ ہوا تو اس کی یہ نو حاصل کردہ توانائی اشعاع کی صورت میں خارج ہوجاتی ہے پست دباؤ کی صورت میں دو تصادموں کے مابین وقت نسبتہً زیادہ ہوتا ہے - اس لیے گیس اشعاع کا ایک ثانوی مبدا بن جاتی ہے - ان صورتوں میں یہ اشعاع عموماً واقع نور ہی کے طول موج کا ہوتا ہے - اور گمکی اشعاع کہلاتا ہے - بعض اوقات ایسے اسباب بھی پیدا ہوتے ہیں جن سے اس ثانوی اشعاع

کا طولِ موج واقع نور کے طولِ موج سے بڑھ جاتا ہے۔ اس کیفیت کو سیل اسپاری تزہّر (فلوریسینس) کہتے ہیں۔ خواہ کُلی اشعاع ہو یا سیل اسپاری واقع نور کی پنسل سے چند اشعاع متروک ہوجاتے ہیں اور اس لیے انجذابی مادہ میں سے جو نور برآمد ہوتا ہے اس کے طیف میں ان اشعاعوں کی جگہ سیاہ خطوط نظر آتے ہیں۔ شکل ۱۵۵ میں ایوڈین کے سیل اسپاری تزہّر کا طیف بتایا گیا ہے۔

ل = ۲۱۴۳۶ ہ

(ا)

(ب)

ل = ۲۱۴۳۶ ہ

شکل ۱۵۵

(ا) پارے کی قوس کا طیف۔ یہاں فرض کیا گیا ہے کہ سیدھے جانب طولِ موج بڑھتا ہے۔
(ب) ایوڈین کے سیل اسپاری تزہّر کا طیف۔

جامد اور مایع اشیاء کا سیل اسپاری تزہّر—

اگر کوئی جامد یا مایع شے ایسے نور سے منور کی جاتی ہے جس کو وہ جذب کر سکتی ہے تو اس سے سیل اسپاری تزہّر پیدا ہوسکتا ہے۔ اسٹوکس (Stokes) کے کلیہ کے بموجب اس تزہّر کے نور کا طولِ موج جذب کردہ نور کے طولِ موج سے ہمیشہ بڑا ہوتا ہے۔ پانی میں فلوورسیئین کا محلول سفید نور کے نیلے جزو کو جذب کرلیتا ہے اور سبز رنگ کا سیل اسپاری تزہّر

پیدا کرتا ہے۔ بعض ٹھوس اشیا کا سیل اسپاری تزہّر واقع نور کے جذب ہونے کے بعد کئی ثانیوں بلکہ دقیقوں تک جاری رہتا ہے۔ اس کے لیے فوسفوریسینس کا بعض تزھّر نام رکھا گیا ہے۔

پارے کی قوس کے بالائے بنفشئی نور کو بعض اشیا میں سے گزار کر فلوریسینس کا نہایت دلچسپ نظارہ مشاہدہ کیا جا سکتا ہے۔ نکل آکسائیڈ کے ایک خاص قسم کے شیشہ میں سے پارے کی قوس کا نور جب گزرتا ہے تو چونکہ وہ تقریباً تمام مرئی نور کے اشعاعوں کو جذب کر لیتا ہے لیکن ل = ۰.۰۰۳۶ کے قریب کے طیفی خطوط کے تیز حدت والے مجموعہ کو کامل آزادی کے ساتھ اپنے میں سے گزرنے دیتا ہے اس لیے اس کے سامنے بعض شفاف نامیاتی و غیر نامیاتی اشیا (مثلاً معدنی قلمیں) ترتیب دینے سے ان کا سیل اسپاری تزہر غایت درجہ پُرلطف معلوم ہوتا ہے اور جواہرات کی نمایش میں بکثرت استعمال ہوتا ہے۔

انتخابی انعکاس — چند اشیا بعض طولِ موج کے اشعاعوں کو بہ نسبت دوسرے طولِ موج کے اشعاعوں کے بہت زیادہ منعکس کرتے ہیں۔ یہ اگر غیر موصلِ برق (برق گزار) ہیں تو اس قسم کا انعکاس عموماً ان طولِ موج کے اشعاعوں سے متعلق صورت پذیر ہوتا ہے جن کو وہ شدت کے ساتھ جذب کرتے ہیں۔ انتخابی انعکاس، انجذاب اور گمکی اشعاع میں بہت نزدیک کا رشتہ ہے جن کی توضیح آر۔ ڈبلیو۔ ووڈ کے ایک تجربہ سے بخوبی ہو سکتی ہے۔ ایک ملی میٹر کی چھوٹی کسر کے دباؤ کے تحت پارے کے بخار کو پارے کی قوس کے طیفی خط ل = ۲۵۳۶ کے نور سے منور کیا جائے تو بخار گمکی اشعاع دینے لگتا ہے۔ جیسے جیسے بخار کا دباؤ بڑھایا جاتا ہے گمکی اشعاع بخار کی سطح پر جہاں واقع اشعاع داخل ہوتا ہے زیادہ زیادہ مرتکز ہوتا ہے یعنے بخار جس برتن میں بھرا ہوتا ہے اس کی اندرونی سطح پر۔ بالآخر کافی بڑے دباؤ پر ثانوی اشعاع نظر سے غائب

ہو جاتا ہے الاّ اس صورت میں کہ زاویۂ انعکاس کی سمت میں دیکھا جائے۔ اس سمت میں واقع اشعاع کا کامل ۲۵ فی صدی جزو معمولی طریقہ پر منعکس ہوتا ہے۔ اور بقیہ جذب ہوکر جواہر و سالمات کے تصادم سے حرارت میں تبدیل ہو جاتا ہے۔ یہ شدید انعکاس صرف لہ = ۲۵۳۶ کے اشعاع کے لیے مخصوص ہے۔ دوسرے طولِ موج کے اشعاع بخار میں سے آزادی کے ساتھ منتقل ہو جاتے ہیں۔ یہ تجربہ گمکی اشعاع سے لے کر انتخابی انعکاس تک کے مسلسل استحالہ کی تعبیر کرتا ہے۔

چھوٹے ذرات سے نور کا افتراق یعنے بکھرنا

افتراقِ نور کے لیے جیسا کہ شکل ۱۵۲ والے تجربہ میں بیان ہوا ہے اجزا کے ابعاد چھوٹے ہونے چاہییں تاکہ واقع پنسل جس سمت میں سے گزاری جاتی ہے اس کے علی القوائم سمتوں میں سے نور بکھر کر نکل سکے۔ افتراقِ نور کو انعکاس و انکسار دونوں کے ساتھ قریبی تعلق ہے جیسا کہ ذیل کے استدلال سے واضح ہوگا۔ اگر نور کی مستوی موجیں کسی ایسے غیر شفاف جسم پر واقع ہوں جس کے ابعاد واقع نور کے طولِ موج سے بڑے ہوں تو اس جسم کی سطح پر کے برقی بارِ مرتعش ہوکر نور کے مختلف ناصیہ ہائے موج میں جو ان سے شایع ہونگے، ہویگنز کے اصول کے تحت ایک باقاعدہ تفاوتِ ہیئت پیدا کرینگے۔ البتہ جسم کے کناروں پر سے شایع ہونے والے ناصیہ ہائے موج میں تفاوتِ ہیئت باقاعدہ نہ ہوگا اور اس لیے ان میں انکساری کیفیت صورت پذیر ہوگی لیکن بہ حیثیت مجموعی جسم کی سطح پر سے نور کی جو موجیں شایع ہونگی ان میں تفاوتِ ہیئت کی باقاعدگی سے انعکاس کی کیفیت ظاہر ہوگی۔ جسم کے ابعاد اگر طولِ موج سے کمتر ہوں تو اس سے شایع ہونے والی موجیں مستوی نہ ہونگی بلکہ بڑی حد تک کروی ہونگی اور اس لیے ہر طرف پھیل جائینگی اور اس طرح واقع نور میں افتراق پیدا ہوگا یعنے وہ ہر طرف بکھر جائیگا۔

سب سے پہلے متوفّے لارڈ ریلے نے ۱۸۷۱ء میں چھوٹے ذرّات سے

افتراقِ نور کا کمّی حیثیت سے مطالعہ کیا اور ماحول کی فضا سے مختلف انعطاف نما والے ذرّات سے بکھرے ہوئے نور کی حدّت کا ضابطہ دریافت کیا۔ شرط یہی رکھی کہ ذرّات کے خطّی ابعاد واقع نور کے طولِ موج سے کمتر ہوں۔ اس وقت چونکہ عصر جدید کے کلیات منکشف نہیں ہوئے تھے افتراقِ نور کے ضابطہ کی تعیین طبیعیات کے قدیم اصول ہی پر ہوئی تھی۔ اس لیے اس قسم کا افتراقِ نور ریلے والا افتراق کہلاتا ہے اور اس کا ضابطہ کلاسیکل ضابطہ کے نام سے منسوب ہے۔ ابعاد کے طریقہ سے یہ ضابطہ فوراً حاصل ہو سکتا ہے۔ چنانچہ فرض کرو کہ واقع نور کا حیطۂ ارتعاش ا ہے اور ذرّہ سے فاصلہ ص پر نور کی بکھری ہوئی موج کا حیطہ ب ہے۔ واضح ہے کہ ب براہِ راست ا کے تناسب ہے اور ص کے بالعکس تناسب۔ اگر ذرّہ کا حجم ح فرض کیا جائے تو ب کو ح کے ساتھ راست تناسب تصور کیا جا سکتا ہے بشرطیکہ ح ایک حد سے متجاوز نہ ہو۔ پس

$$\text{ب} = \text{ھ} \, \frac{\text{ا ح}}{\text{ص}}$$

جس میں ھ ایک مستقل ہے۔ ب اور ا کے ابعاد ایک ہی ہیں $\frac{\text{ب}}{\text{ا}}$ کے ابعاد صفر ہیں اس لیے $\frac{\text{ھ ح}}{\text{ص}}$ کے ابعاد بھی صفر ہونے چاہییں۔ $\frac{\text{ح}}{\text{ص}}$ کے ابعاد طول کے مربع ہیں یعنے $(\text{ل})^{2}$ پس ھ کے ابعاد $(\text{ل})^{-2}$ ہونے چاہییں۔ افتراقِ نور کے اس ضابطہ میں اب تک جس چیز کا لحاظ نہیں کیا گیا وہ نور کا طولِ موج لہ ہے پس ضابطہ میں ھ کو جو مستقل مانا گیا در اصل $(\text{لہ})^{-2}$ کے تناسب ہے۔ یعنے مکمل ضابطہ

$$\frac{\text{ب}}{\text{ا}} \propto \frac{(\text{لہ})^{-2} \, \text{ح}}{\text{ص}} \text{ ہے۔}$$

بکھرے ہوئے نور اور واقع نور کی حدّتیں ب اور ا کے مربع کے

لحاظ سے بدلتی ہیں لہٰذا بکھرے ہوئے نور کی حدت (ل)^-۴ کے تناسب ہے۔
سُرخ نور کا طولِ موج تقریباً ۷۰۰۰ انگسٹروم ہے اور بنفشی کا طولِ موج تقریباً ۴۰۰۰ انگسٹروم پس

لِ سُرخ / لِ بنفشی = ۱٫۸ لہٰذا افتراق سے ان کی حدتوں میں نسبت
(۱٫۸)^-۴ = ۱/۱۰ تقریباً یعنے بنفشی نور کا افتراق سُرخ نور کے افتراق کی بہ نسبت تقریباً دس گنا زیادہ ہوتا ہے۔

سالمی افتراقِ نور — اگر کسی خالص بے رنگ مایع کو گرد و غبار سے بالکلیہ پاک وصاف کیا جائے اور اس کے اندر سے سفید نور کی پنسل گزاری جائے تو اندھیرے کمرہ میں پنسل کے علی القوائم سمت میں بغور دیکھنے سے معلوم ہوگا کہ مایع سے نیلے رنگ کا نور بکھر کر شایع ہوتا ہے۔ اس سے یہ نتیجہ برآمد ہوتا ہے کہ مایع کے سالمات خود نور کو بکھرا دیتے ہیں۔ چونکہ نیلے رنگ کے نور کا طولِ موج بہ نسبت دوسرے مرئی رنگوں کے چھوٹا ہوتا ہے اس لیے وہ ریلے کے کلیہ کی رو سے بہت زیادہ بکھرتا ہے اور بازووں سے خارج ہوتا ہے۔ گہرے سمندر اور ذرات سے پاک تالابوں کا پانی بھی زیادہ تر اس وجہ سے نیلا نظر آتا ہے۔ گرد و غبار سے پاک کی ہوئی گیس بھی اسی طرح بازووں سے نیلی نظر آتی ہے لیکن اس میں نور کا افتراق نسبتہً کم ہوتا ہے تا وقتیکہ گیس کا دباو کافی بڑا نہ ہو یعنے بکھرانے والے سالمات کی تعداد کافی بڑی نہ ہو۔ اسی بنا پر ریلے نے ثابت کیا کہ آسمان کا نیلا رنگ ہوا کے سالمات سے سفید نور کے بکھر جانے سے پیدا ہوتا ہے۔ اور طلوع و غروب کے وقت آفتاب اس لیے سُرخ دکھائی دیتا ہے کہ اس کی شعاعیں ہم کو اُس وقت ہوا میں سے راست گزر کر نظر آتی ہیں۔ ان میں سے نیلے رنگ کا نور بکھر کر دوسری سمتوں میں پھیل جاتا ہے اور باقی ماندہ سُرخ نور ہی ہم تک پہنچتا ہے۔

کیسوم (Keesom) اور آئینسٹائین (Einstein)

نے گیسوں کے اس سالمی افتراق کے لیے مزید تحقیق کے بعد ضابطے اخذ کیے ہیں۔ ہم ذیل میں کیسوم کا ضابطہ لکھ دیتے ہیں جو نظریۂ حرکت کے جدید انکشافات کو پیش نظر رکھ کر حاصل کیا گیا ہے اور جس میں افتراق کی وجہ گیس کی کثافت کا اتار چڑھاؤ مانا گیا ہے۔ اس لحاظ سے اگر بکھرے ہوئے نور کی مقدار مکعب سنتی میٹر ق فرض کی جائے تو

$$\text{ق} = \frac{\pi^{3}}{18}\,\frac{1}{\text{لہ}^{4}}\left(\text{م}^{2}-1\right)^{2}\left(\text{م}^{2}+2\right)^{2}\frac{\text{ر ت}}{\text{ن}}\;\frac{1}{-\text{ح}\,\frac{\partial\,\text{د}}{\partial\,\text{ح}}}$$

جس میں م گیس کا انعطاف نما ہے، ر گیس کا مستقل، ت اس کی مطلق تپش، ن سالمات کی تعداد فی اکائی حجم یعنے ایووگیڈرو کا عدد ہے اور د اور ح بالترتیب گیس کا دباؤ اور حجم ہیں۔ لہ بکھرے ہوئے نور کا طول موج ہے۔ اس ضابطہ کی مدد سے ایووگیڈرو (Avogadro) کا عدد دریافت ہو سکتا ہے۔ کیسوم کا ضابطہ جب ہوا کے افتراق نور پر عائد کیا جاتا ہے تو نائیٹروجن اور آکسیجن کے انعطاف نماؤں کی قیمت ایک ہی تصور کی جا سکتی ہے اور (م² + ۲) میں م کو تقریباً اکائی مانا جا سکتا ہے اس لحاظ سے (م² + ۲)² کی قیمت تقریباً ۹ برآمد ہوتی ہے اور چونکہ کلیۂ بائیل کی رو سے - ح $\frac{\partial\,\text{د}}{\partial\,\text{ح}}$ = د یعنے گیس کا دباؤ اس لیے

$$\text{ق} = \pi^{2}\,\frac{1}{2\,\text{لہ}^{4}}\left(\text{م}^{2}-1\right)^{2}\frac{2\,\text{ر ت}}{\text{ن د}}$$

غبارہ پیمائیوں پر سے آفتاب کی چمک اور آسمان کی سمت راس کی چمک کا مشاہدہ کر کے بیلے وغیرہ کے ضابطوں کی مدد سے ن کی قیمت 6.0×10^{23} کے قریب و جوار میں برآمد ہوتی ہے جو دوسری اور براہ راست حاصل شدہ قیمتوں سے منطبق ہوتی ہے۔

رامن اثر (Raman Effect)

میکانیات کے اصول سے ہمیں معلوم ہے کہ جب کسی بسیط سادہ موسیقی اہتزاز کرنے والے جسم پر ایک بیرونی دَوری قوت عمل کرتی ہے تو جسم بھی دَوری حرکت کرنے لگتا ہے جو صرف دو تعددوں پر مشتمل ہوتی ہے ایک وہ جو خود اس جسم کا طبعی تعدد ع ہے اور دوسرا جو بیرونی دَوری قوت کا تعدد ع ہے۔ یہ اسی وقت تک صحیح ہے جب تک کہ جسم کو اس کی اصلی وضع میں بازگشت کرانے والی قوت ہٹاؤ یا نقل مکان کے راست تابع ہوتی ہے۔ اگر یہ قوت ہٹاؤ کے مربع یا مکعب وغیرہ کے بھی متناسب ہو یعنے غیر موسیقی اہتزاز کرنے والے جسم پر دَوری قوت عمل کرتی ہے تو ع ± ع کے مزید ترکیبی اہتزاز بھی وقوع میں آتے ہیں۔ صوتیات میں طالب علم نے ترکیبی سُروں کی پیدایش وغیرہ کا مطالعہ کیا ہوگا۔ سر سی وی رامن (Sir C. V. Raman) نے بڑی مدت کے یک رنگی نور کو گرد و غبار سے پاک اشیاء میں سے بکھرا کر ثابت کیا کہ ترکیبی تعدد نور کے اشعاع میں بھی پیدا ہوتے ہیں۔ جس مادے میں سے نور بکھرتا ہے اس کے سالمات کے مرکزہ (Nucleus) کے اہتزازوں اور محوری گردشوں وغیرہ کے طبعی تعدد ع واقع نور کے تعدد ع کے ساتھ ترکیب کھانے سے بکھرے ہوئے نور میں نہ صرف ع تعدد کا اشعاع مشاہدہ ہوتا ہے بلکہ ع ± ع کے اشعاع بھی دکھائی دیتے ہیں۔ ان تجربوں کا آغاز اگرچہ رامن اور اس کے ساتھیوں نے کلکتہ میں ۱۹۲۱ء میں کیا تھا لیکن صحیح کیفیت کا انکشاف رامن کو ۱۹۲۲ء میں ہوا جبکہ وہ کومپٹن اثر (Compton Effect) کا مطالعہ کر رہا تھا۔ اس نے خیال کیا کہ جوہر میں سے جب برقیہ خارج ہوتا ہے تو جوہر کی برقی حالت میں ایک شدید تبدیلی پیدا ہوتی ہے پس اگر برقیہ پوری طرح خارج نہ ہو بلکہ جوہر کے اندر ہی ہو کر توانائی کے بلند تر زینہ تک پہنچا دیا جائے تو جوہر کی حالت میں خفیف تبدیلی ممکن ہے جو اشعاع کے طولِ موج کے اتار چڑھاؤ کی شکل میں رونما ہو سکتی ہے۔

۱۹۲۰ء میں رامن نے خالص پانی اور چند نامیاتی مایعات مثلاً

بنزین، ٹولوئین، وغیرہ میں سے پارے کے قوسی لمپ کے چند طیفی خطوط کے اشعاعوں کو علیحدہ علیحدہ بکھرا کر دیکھا تو بکھرے ہوئے نور میں سب سے زیادہ حدت کا نور واقع نور ہی کے تعدّد کا تھا (جیسا کہ قدیم طبیعیات کے نظریہ سے متوقع ہوتا ہے) لیکن اس کے علاوہ اس سے کمتر تعدّد کے کئی نئے طیفی خطوط اور چند زائد تعدّد کے مدھم خطوط بھی دکھائی دیے۔ فلوریسینس کے طیوف کی تقلید میں اول الذکر خطوط کے لیے اسٹوکسی خطوط اور ثانی الذکر کے لیے ضد اسٹوکسی خطوط نام رکھا گیا۔ یہ بھی معلوم ہوا کہ خطوط کے تعدّد میں اس طرح کی جو بیشی اور کمی پائی جاتی ہے۔ اس کی مقدار نور کو بکھرانے والے مادّہ کی نوعیت پر منحصر ہے۔ اور ہر واقع یک لونی نور جب بکھرتا ہے تو عموماً متعدد اسٹوکسی اور ضد اسٹوکسی خطوط پیدا کرتا ہے جن میں سے چند مستوی منقطب ہوتے ہیں۔

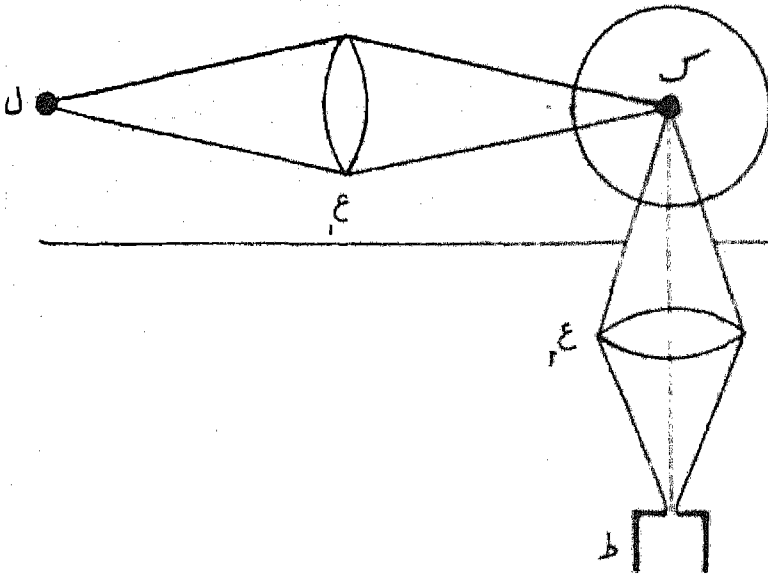
رامن اثر اور فلوریسنس میں بڑا فرق یہ ہے کہ فلوریسنس والے خطوط کے تعدّد ان کے محرک خطوط کے غیر تابع ہوتے ہیں، لیکن رامن اثر کے خطوط کو ان کے محرک خطوط کے ساتھ حسب ذیل ربط ہے:-

اگر ع واقع یعنے محرک نور کا تعدّد ہے تو رامن خطوط کے تعدد ع ± ع، ع ± ع ...... ہوتے ہیں جن میں ع، ع ..... یا تو نور کو بکھرانے والی شئے کے انجذابی طیف کے واقعی پائین سرخ تعدّد ہیں یا ایسے تعدّدوں کے تفاوت۔ مثلاً اگر محرک خطوط پارے کے بخاری لمپ سے ۲۴۳۵۲، ۲۷۲۹۰، ۲۳۷۰۳ اور ۲۲۹۳۹ سمر⁻¹ موج عدد (wave numbers) کے ہوں تو بنزین کے سالمات سے بکھرنے کے بعد ان سے علی الترتیب ۲۴۲۹۴، ۲۳۲۳۱، ۲۱۶۳۶ اور ۱۹۸۷۷ سمر⁻¹ موج عدد کے رامن خطوط پیدا ہوتے ہیں جس سے ظاہر ہے کہ ہر ایک خط طیف کے سرخ کنارے کی جانب تقریباً بقدر ۳۰۶۰ سمر⁻¹ ہٹ جاتا ہے اور پائین سرخ خط لہ = ۳٫۲۷ مم (مائیکرون) یعنے ۳۲۷۰۰ انگسٹروم اکائیوں کے متناظر ہے۔ واقعہ یہ ہے کہ بنزین کے پائین سرخ انجذابی طیف میں لہ = ۳٫۲۵ مہ کا ایک زبردست بند

شامل ہے۔ فلوریسنس اور رامن خطوط میں ایک دوسرا فرق یہ ہے کہ ان کی حدتیں ایک دوسرے سے مختلف رتبہ کی ہوتی ہیں اور اکثر رامن خطوط شدت کے ساتھ مقطب ہوتے ہیں۔

چند مستثنیات کو چھوڑ کر رامن خطوط بائیں سُرخ طیف کے مشاہدہ شدہ بندوں کے متناظر ہوتے ہیں' لیکن ان ہٹے ہوئے خطوط کی اضافی حدتوں اور ان کے متناظر بائیں سُرخ بندوں کی حدتوں میں کوئی تعلق نہیں ہوتا ہے۔ مثلاً بنزین کا ل = ۵۷۵ر۹ سہ والے خط پر ایک زبردست انجذابی بند ہے۔ ٹولوئین کا لہ = ۶۰ر۶۱ سہ پر اور کلورو بنزین کا لہ = ۰۰۷ر۶۹ سہ پر۔ لیکن پرنگزھائیم (Pringsheim) نے دریافت کیا کہ بکھرے ہوئے نور میں ان بندوں کے متناظر تعددوں کے ہٹاؤ والے خطوط کا پتہ نہیں چلتا۔ معہذا ان اشیاء کے سب سے بڑی حدتوں کے رامن خطوط کا جب مطالعہ کیا جاتا ہے تو ان کے ہٹاؤں کے تعدد علی الترتیب ۱۲،۱۰۱ سہ ۲ر۱۰۱ سہ اور ۰ر۱۰۰ سہ بائیں سُرخ والے بندوں کے متناظر ہوتے ہیں جو ان اشیاء کے سب سے زیادہ زبردست بائیں سرخ والے بند نہیں ہیں۔ ایک رامن خط بائیں سُرخ طیف کے ایک ایسے مرور (transition) کے متناظر ہے جو قواعد انتخاب (Selection Rules) کی رُو سے ممنوع ہے۔ جس سے ظاہر ہے کہ رامن اثر کے خطوط کے ذریعہ سالمات کی توانائی کی ایسی سطحوں کا بھی پتہ چلانا ممکن ہے جو کسی اور طریقہ سے دریافت نہیں ہو سکتیں۔

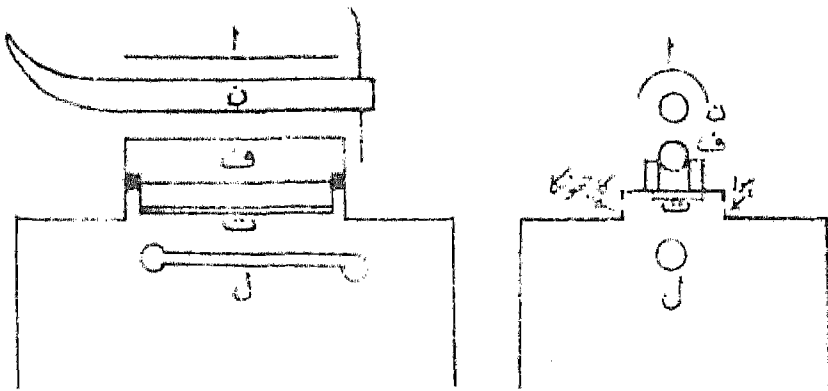
آلاتِ تجربہ ——— رامن اثر کے مطالعے کے لیے ابتداءً نہایت ہی سادہ آلات استعمال ہوئے چنانچہ اول اول جو تجربے کیے گئے اُن میں پارے کے قوسی لمپ ل کا نور ایک بڑے محدّب عدسہ ع کے ذریعہ شیشہ کے بڑے کرہ ک کے مرکز پر مرتکز کیا گیا۔ جس مائع کا افتراقِ نور مقصود تھا وہ کرہ میں بھر دیا گیا۔ اور بکھرا ہوا نور وقوع کے

علی القوائم سمت میں (دیکھو شکل ۱۵۶) ایک دوسرے عدسہ ع۲ کے ذریعہ طیف پیما ط کی جھری پر ترکز کیا گیا۔

شکل ۱۵۶

شکل سے واضح ہوگا کہ تجربہ کا اصول انتہا درجہ سادہ ہے۔ صرف اس بات کی کوشش درکار تھی کہ مبدائے نور بڑی سے بڑی حدت کا ہو اور اچھی استعداد کی لطیف نگار ہوتا کہ بکھرے ہوئے نور کے طیفی خطوط صاف دکھائی دیں اور کم وقت میں ان کے فوٹوگراف حاصل کیے جائیں۔ مندرجۂ بالا ترتیب سے ابتداءً چند گھنٹوں کے تعریہ بغیر فوٹوگراف دستیاب نہ ہو سکے۔ یہی وقتیں تھیں جو اس ہمہ گیر اثر کے اس سے پہلے منکشف ہونے میں حائل ہوئیں۔

رامن اثر کی بڑھتی اہمیت کے مدِنظر تجربہ کی ترتیب میں بہتیری اصلاحیں کی گئیں۔ چنانچہ آر۔ ڈبلیو۔ووڈ (R. W. Wood) نے

جو آلہ استعمال کیا ہے شکل ۱۵۷ میں بتایا گیا ہے۔

ن ایک لمبی نلی ہے جس کے اندر مایع یا بڑے دباؤ کے تحت گیس بھری جاتی ہے۔ نل کا وہ سرا جو طیف نما کے مقابل ہوتا ہے مستوی ہے اور دوسرا سرا قرن نما اور کجلایا ہوا تاکہ نور ادھر سے منعکس نہ ہونے پائے۔ اس کے نیچے پارے کی لمبی قوس کا ایک لمپ ل نلی کے تقریباً متوازی رکھا ہوتا ہے۔ ان دونوں کے بیچ میں ایک دوسری متوازی نلی ف سوڈیم نائیٹریٹ یا کسی دوسرے مناسب محلول سے بھری رکھی جاتی ہے تاکہ فلٹر کا کام دے یعنے قوس کے طیف سے حسبِ ضرورت خاص خاص اشعاع استعمال کیے جاسکیں۔ نلی ف علاوہ بطور استوانی عدسہ کے نلی ن کے اندر نور کو مرتکز بھی کرتی ہے۔ نور کا بکھراؤ بڑھانے کی غرض سے ن کے اوپر ایک نصف استوانی خول کی شکل کا آئینہ ا بھی رکھا جاتا ہے۔ بعض اوقات نلی ف کے نیچے ایک تختی ت بھی رکھ دی جاتی ہے تاکہ مزید فلٹر کا کام دے اور ف کے اندر کے محلول کو کیمیائی تجزیے سے بچائے۔ دوران تجربہ قوسی لمپ اور فلٹر نلی کے بیچ میں سے ہوا مسلسل جھونکی جاتی ہے تاکہ آلہ گرم نہ ہونے پائے۔

شکل ۱۵۷

شکل ۱۵۷ کے بائیں جانب آلہ کی ایک تراش بتائی گئی ہے جو مشاہدہ کی نلی ن اور فلٹر ف وغیرہ کے محوروں میں سے گذرتی ہے۔ طیف نگار کا توازی گر ن کے سامنے رکھا جاتا ہے۔ دونوں کے محور ایک سیدھ میں ترتیب دیے جاتے ہیں۔ اسی شکل کے سیدھے جانب آلہ کی علی القائم تراش بتائی گئی ہے۔ اس آلہ سے رامن اثر کے فوٹوگراف چند منٹوں میں حاصل ہو سکتے ہیں۔

رامن اثر کے مطالعہ کے لیے مبداءِ نور ——

ریلے کا افتراقِ نور کا کلیہ کہ بکھرے ہوئے نور کی حدت محرک نور کے طولِ موج کی چوتھی قوت کے بالعکس بدلتی ہے یا بالفاظِ دیگر اس کے تعدد کی چوتھی قوت کے راست متناسب ہے۔ عام طور پر رامن اثر والے افتراق کے لیے بھی صادق آتا ہے (اگرچہ ایسا معلوم ہوتا ہے کہ محرک نور کا تعدد جب بکھرانے والے سالمہ کے انجذابی تعدد کے قریب پہنچتا ہے تو اس کلیہ سے انحراف واقع ہوتا ہے)۔ اس لیے واضح ہے کہ رامن اثر کے مطالعہ کے لیے یک رنگی چھوٹے طولِ موج کے تیز حدت کے نور بہت موزوں ہیں۔ پارے کے قوسی لمپ کے ساتھ عموماً ۴۳۵۸ Å (انگسٹروم)، ۴۰۴۷ Å، ۳۶۵۰ Å اور ۲۵۳۷ Å طولِ موج کے اشعاع بطور محرک استعمال ہوتے ہیں۔ اگر بلور کا طیف نگار اور آلات جہیا نہ ہو سکیں تو صرف پہلے دو طولِ موج ہی کے اشعاع کام آسکتے ہیں۔ پارے کے قوسی لمپ کے طیف کا معائنہ کرنے سے معلوم ہوگا کہ λ = ۴۳۵۸ والے خط کے بڑھتے طولِ موج کی جانب خوش قسمتی سے ایک وسیع خطہ طیفی خطوط سے معرا ہے جس کی وجہ سے یہ خط رامن اثر کے اسٹوکسی خطوط کے مطالعہ کے لیے بہت موزوں و مفید ثابت ہوتا ہے۔

آر۔ ڈبلیو۔ ووڈ نے ہیلیم کے قوسی لمپ کا طیفی خط ۳۸۸۹ Å بھی [illegible] کے ساتھ رامن اثر کے تجربوں میں بطور محرک استعمال کیا ہے۔ اس خط کے نور میں اشیاء سے بکھرنے کی خاص صلاحیت ہے اور وہ معمولی شیشہ کے

اندر جذب نہیں ہوتا ہے۔ ہیلیم کے قوسی لیمپ کے ساتھ نکل آکسائیڈ کے شیشہ کا فلٹر استعمال کرنے سے یک رنگی اشعاع آسانی سے حاصل ہوتا ہے۔

ٹھوس اشیاء کا رامن اثر مطالعہ کرنے کے لیے پارے کی قوس کا نور عدسہ کے ذریعہ ٹھوس شئے کے کندے (قلم وغیرہ) پر مرتکز کیا جاتا ہے اور علی القوائم سمت میں جو نور بکھرتا ہے اس کو طیف نگار کی جھری پر ماسکہ پر لاتے ہیں۔ بار اور اے سی مینزیز (Bar and A. C. Menzies) نے ٹھوس اشیاء کو سفوف کی حالت میں استعمال کر کے ان کا رامن اثر مشاہدہ کیا۔

مینزیز نے اپنے ایک ابتدائی تجربہ میں پوٹیسیم نائیٹریٹ (KNO_3) کی قلموں کو موٹے سفوف کی شکل میں صراحی کے اندر بھر کر ۲۴۷۰۴ اور ۲۲۹۳۷ سمر$^{-1}$ موج عدد والے متحرک خطوط کے نور کو ان سے بکھیرا یا تو ۲۳۶۵۱ اور ۲۱۸۸۵ سمر$^{-1}$ موج عدد کے رامن خطوط مشاہدہ ہوئے۔ گویا ۱۰۵۳ اور ۱۰۵۲ سمر$^{-1}$ موج عدد کی تبدیلی واقع ہوئی جو طولِ موج ۹٫۵۲ م سے کے ساتھ شامل ہیں۔

رامن اثر کے طیفی خطوط کی حدت اور ان کی تقطیب

تقطیب — تجربہ اور نظریہ دونوں سے ثابت ہے کہ اسٹوکسی خطوط (ع - ع) کی حدت ضد اسٹوکسی خطوط (ع + ع) کی حدت سے زیادہ ہے۔ آخر الذکر خطوطِ تپش کی زیادتی کے ساتھ حدت میں ترقی کرتے ہیں۔ لیکن قلموں کے ساتھ تجربہ کرنے سے معلوم ہوتا ہے کہ تپش کی ترقی سے بکھرے ہوئے نور کی حدت میں کمی ہوتی ہے۔ یہ نتیجہ قدیم طبیعیات کے نظریہ کے خلاف توقع ہے۔

رامن اثر کے تمام اشعاع جو ایک ہی تغیر تعدد ± ع سے مختص ہیں ایک ہی حالتِ تقطیب میں ہیں متحرک اشعاع کا تعدد ع خواہ کچھ ہی ہو۔ معہذا یہ تقطیبی حالت ع کی تبدیلی کے لحاظ سے وسیع حدود کے اندر بدلتی ہے۔ یعنے مختلف خطوط کی تقطیب مختلف ہے۔ اس کو غالباً ان خطوط کی ضیائی حدت کے ساتھ

قریبی تعلق ہے اور وہ پائین سُرخ والے انجذابی خطوط کے ظہور و عدم ظہور کے بھی تابع ہے۔

لا تقطیبیت (Depolarization) سے مراد وہ نسبت ہے جو واقع نور کی پنسل کے متوازی ارتعاشوں کے لحاظ سے مفترق (یعنے بکھرے ہوئے) اشعاع کی حدّت کو پنسل کے علی القوائم ارتعاشوں کے لحاظ سے مفترق حدّت کو ہے۔

کم از کم مائعات میں ریلے (Rayleigh) والے مفترق نور کی لا تقطیبیت میں اضافہ ہوتا جاتا ہے نور جیسے جیسے طیف کے بالائے بنفشئی حصّہ کے قریب تر پہنچتا ہے یعنے اس کا طولِ موج گھٹتا ہے نام نہاد بے قاعدہ انتشارِ نور کا نظریہ بھی اسی نتیجہ پر پہنچاتا ہے۔ جے کیبینز (J. Cabannes) نے دریافت کیا کہ بلور اور آئسلینڈ آسپار کی قلموں میں رامن خطوط کی حدّت اور لا تقطیبیت قلموں کی محوری سمت کے تابع ہے۔

جن قلموں کی لا تقطیبیت اکائی سے بڑھ کر ہے ان میں رامن اثر کی حدت زیادہ ہے مگر مائعات میں لاتقطیبیت کی قیمت ہمیشہ اکائی سے کم پائی گئی۔

صانز یز نے کاربن ٹٹرا کلورائیڈ (CCl_4) کے ساتھ تجربہ کر کے یہ رائے قائم کی کہ اگر یہ فرض کر لیا جائے کہ رامن اثر کے مقطب خطوط میں سالمہ کے اندر ارتعاش کی ابتدائی اور آخری سمتیں ایک دوسرے کی متوازی ہیں، غیر مقطب خطوط میں باہمدیگر علی القوائم اور جزوی مقطب خطوط میں ترچھی تو اکثر مشاہدات کی توجیہ ہو سکتی ہے۔

چوڑائی کے لحاظ سے رامن خطوط کی تین بڑے گروہوں میں تقسیم ہوتی ہے:

(۱) ایک انگسٹروم سے کم چوڑائی (قلموں میں)

(۲) ایک سے لے کر تین انگسٹروم تک (اکثر و بیشتر مشاہدہ شدہ خطوط)

(۳) پانچ سے لے کر تیس انگسٹروم تک (معدنی مرکبات میں)

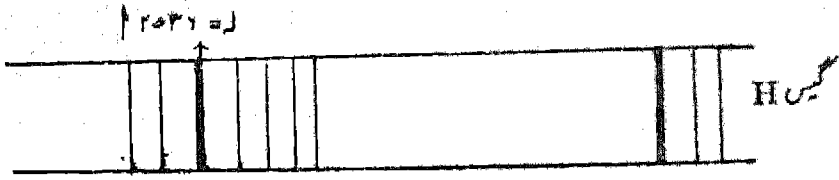
رامن اثر گیسوں اور بخاروں میں ـــ گیسوں اور بخاروں سے جو نور بکھرتا ہے اس کی حدت بہ نسبت مائعات اور ٹھوس اشیا سے بکھرے ہوئے نور کے بہت کم ہوتی ہے۔ اس لیے گیسوں میں اس اثر کا مطالعہ کرنے کے لیے بھاری دباؤں اور بڑی طاقت کے طیف نماؤں کی ضرورت ہے۔

ایچ۔ ایس۔ ایلن (H.S. Allen) نے اپنا یہ خیال ظاہر کیا تھا کہ ہائیڈروجن گیس میں برقی اخراج سے جو ثانوی طیف رونما ہوتا ہے اس کے اکثر مدھم خطوط رامن اثر سے پیدا ہوتے ہیں جن کی تحریک باہمی خطوط کے اشعاع سے ہوتی ہے۔ بعد کو ہندوستان میں دیو دھار نے اس کی تصدیق کی اور اسٹوکسی اور ضدِ اسٹوکسی ہر دو قسم کے رامن خطوط کا پتہ چلایا۔

آر۔ ڈبلیو۔ ووڈ (R. W. Wood) نے ہائیڈروکلورک گیس (HCl) میں پارے کے طیفی خط ل = ۴۰۴۶ Å کے نور کو بکھرا کر رامن خط ل = ۴۵۸۱٫۸ مشاہدہ کیا جس کا موقع ... پائین سُرخ خط ل = ۳٫۴۶۶ μ کے متناظر ہے اور جو HCl گیس کے انجذابی بند کے انتہائی حدود کے تقریباً عین وسط کا طولِ موج ہے۔

کُرۂ ہوائی کے دباؤ پر امونیا گیس (NH_3) سے ہر محرک خط کا نور ایک واحد رامن خط پیدا کرتا ہے۔ کاربن مان آکسائیڈ (CO) ایک رامن خط دیتا ہے جو گیس کے پائین سُرخ انجذابی بند کے تعدّد کا فرق رکھتا ہے ـ اور کاربن ڈائی آکسائیڈ (CO_2) سے جو رامن خط حاصل ہوتا ہے وہ پائین سُرخ انجذابی بندوں کے تفاوت کا فرق رکھتا ہے۔

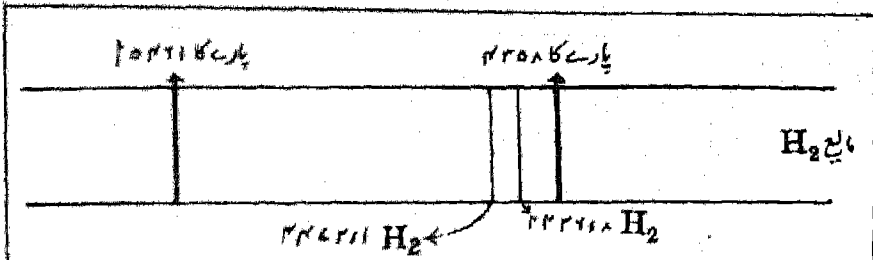
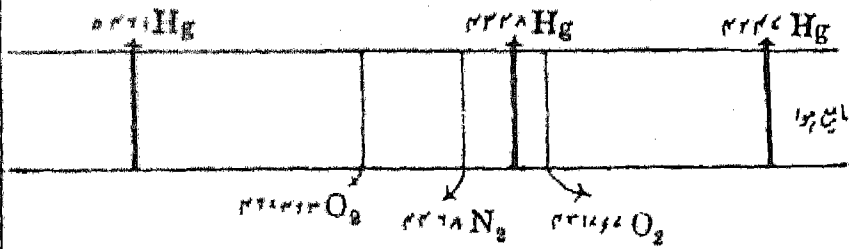
شکل ۱۵۵ میں ریسٹی (Rasetti) کے تجربہ سے ہائیڈروجن گیس کے رامن خطوط نقل کیے گئے ہیں۔ [پارے کا قوسی لمپ بطور محرک استعمال ہوا ہے]۔

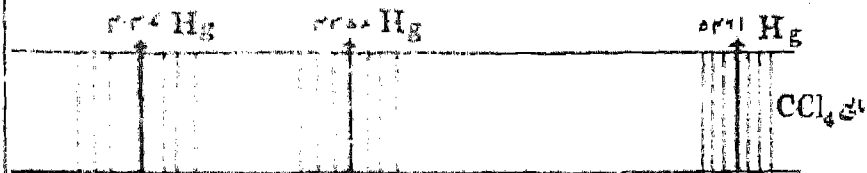
جے۔ سی۔ ایم۔ میک لینن (J. C. M. Mc Lennan) نے

شکل ۱۵۸

آکسیجن، ہائیڈروجن اور نائیٹروجن گیسوں میں رامن اثر کے خطوط باہدیگر مساوی فاصلوں پر واقع ہیں۔

مائع آکسیجن، نائیٹروجن، ہائیڈروجن اور نیٹرس آکسائیڈ (N_2O) کے ساتھ تجربے کیے۔ اور معلوم کیا کہ مائع نائیٹروجن میں ایک رامن خط ملتا ہے جس کا اوسط موج عدد تقریباً ۵ء۲۳۲۸ سمر$^{-1}$ ہے۔ اور مائع آکسیجن میں تقریباً ۵ء۱۵۵۱ سمر$^{-1}$ اوسط موج عدد۔ چونکہ ۴ء۱۵۵ سمر$^{-1}$ آکسیجن کے سالمہ کا طبیعی حالت میں اوّلی (primary) ارتعاشی موج عدد متصوّر ہوتا ہے اس لیے اس کے چار رامن خطوط کی پیدائش میں جو موجِ عدد شامل ہوتے ہیں یہی اوّلی ارتعاشی موج عدد ہیں۔

نظریہ بتاتا ہے کہ مائع ہائیڈروجن میں سالمات کا ایک ایسا گروہ موجود ہے جن میں گردشوں کا مرور م = ۲ سے م = ۰ تک ہو سکتا ہے اور ایک دوسرا گروہ جن کا گردشی مرور م = ۳ سے م = ۱ تک ہے۔ میک لینن کے تجربوں سے ظاہر ہوتا ہے کہ مائع ہائیڈروجن کے چند سالمات صفر ارتعاشی اور صفر گردشی حالتوں میں ہیں اور چند دوسرے سالمات صفر ارتعاشی اور پہلی قدری گردشی حالتوں میں۔ معہٰذا قسم اول کے سالمات تعداد میں قسم دوم کے سالمات کے دو چند و سہ چند کے بین بین واقع ہیں۔ بدیں وجہ پست تپشوں پر ہائیڈروجن دو بالکل مختلف نوعیتوں کے سالمات کا آمیزہ ہے۔ شکل نمبر ۱۵۹ میں مائع ہائیڈروجن کے رامن خطوط بتلائے گئے ہیں اور شکل نمبر ۱۶۰ میں مائع ہوا کے۔

شکل نمبر ۱۵۹

شکل نمبر ۱۶۰

رامن اثرمایعات میں ـــــ جیسا کہ شکل نمبر ۱۶۱ میں بتایا گیا ہے کاربن ٹیٹرا کلورائیڈ (CCl_4) کے رامن اثر کا طیف محرک اشعاعی خط کے ہر دو جانب تین تین متساوی الفصل خطوط پر مشتمل ہے۔

شکل نمبر ۱۶۱

ڈاڈیو (Dadieu) اور کوھلراؤ مش (Kohlrausch) نے بہت اچھی طرح پاک و صاف کیے ہوئے پانی میں تقریباً ل = ۳ مہ کے قریب دو چوڑے بند مشاہدہ کیے تھے۔ گنیشن (Ganesan) اور ونکٹیسوارن (Venkateswaran) نے بتایا کہ یہ بند تین علحدہ علحدہ اجزا پر مشتمل ہیں جن کے طولِ موج علی الترتیب ۲٫۷۷ مہ، ۲٫۹۰ مہ اور ۳٫۱۳ مہ ہیں۔

نمکوں کے آبی محلولوں کے رامن اثر میں نمک اور پانی دونوں کی خصوصیات پائی جاتی ہیں۔ گنیشن اور ونکٹیسوران نے سلفیورک، ہیڈرو کلورک اور نیٹرک ترشوں کے آبی محلولوں میں پانی کے معروف بند مشاہدہ کیے، جو ترشہ کے ارتکاز کی ترقی کے ساتھ زیادہ تیز ہوتے جاتے ہیں۔ مختلف فلزی اصلیوں کے کاربونیٹوں کے آبی محلولوں سے بھی اسی نوع کے رامن خطوط پیدا ہوتے ہیں۔ سلفیٹوں اور نیٹریٹوں کے آبی محلولوں سے بھی ایسے ہی خطوط مشاہدہ ہوتے ہیں۔ پس رامن خطوط کے تعددوں (ع ± ع) میں جو اختصاصی تعدد (± ع) شامل ہیں وہ ترشوں کے رواں شدہ (ایونا ئیزڈ) اصلیوں سے پیدا ہوتے ہیں۔

رامن اثر قلماؤ کے پانی والے ٹھوس اشیاء میں۔

کرشنن (Krishnan) نے جپسم $(CaSO_4+2H_2O)$ کے رامن خطوط کا مطالعہ کیا تو (SO_4) والے خطوط کے علاوہ مزید تین تیز خطوط (جو قلماؤ کے پانی سے متعلق ہیں) ل = ۲٫۸ مہ، ۲٫۹ مہ اور ۳٫۰ مہ کے تقریباً اس جگہ مشاہدہ ہوئے جہاں پانی اور برف کے انجذابی بند کے اجزا دکھائی دیتے ہیں۔ شیفر (Schaefer) کو اس تجربہ میں قلماؤ کے پانی کے صرف دو خط دریافت ہوئے۔ اس کی رائے ہے کہ کرشنن نے جو تین خط مشاہدہ کیے تھے ان میں سے دو ایک دوہرے خط (doublet) سے متعلق ہیں جو پانی کے سالمات

کے سنجوگی اثر سے رونما ہوتے ہیں۔

قلموں کے رامن خطوط تیز ہوتے ہیں اور تپش کی ترقی کے ساتھ ان کی تیزی گھٹتی اور انتشار بڑھتا ہے۔

لینڈزبرگ اور مینڈیلسٹام (Landsberg and Mandelstamm) نے دریافت کیا کہ آئس لینڈ اسپار کے رامن طیفی خطوط میں سے ایک خط (CO_3) رواں (ایون) کے مناظری غیر عامل اساسی تعدد کے متناظر ہے۔

شیفر، ماٹوسی (Matossi) اور آڈرھولڈ (Aderhold) نے لا ما۳ (کاربونیٹ، نیٹریٹ، کلوریٹ اور برومیٹ) گروہوں اور نیز لا ما۴ (سلفیٹ، سیلینیٹ، امونیم فوسفیٹ اور امونیم کلورائیڈ) گروہوں کے رامن طیوف کے فوٹوگراف لیے تو معلوم ہوا کہ لا ما۳ گروہوں میں غیر عامل تعدد کا خط ہمیشہ بہت ہی واضح ہوتا ہے اور محور کے متوازی ارتعاشوں کا خط ہمیشہ معدوم رہتا ہے۔ لا ما۴ گروہوں میں چار تعدد ہوتے ہیں جن میں سے دو غیر عامل ہیں۔

رامن اثر کا مختصر نظریہ — مادی واسطوں میں سے جب نور گزرتا ہے تو واضح ہے کہ عام طور پر مادہ کے سالمات اور واقع نور کے مابین توانائی اور معیارِ حرکت کا تبادلہ ہوتا ہے۔ گویا سالمہ اور نور کے قدریہ میں ایک طرح کا تصادم واقع ہوتا ہے جس میں سالمہ ایک قدری حالت سے نکل کر دوسری قدری حالت میں چلا جاتا ہے اور نتیجتاً توانائی جذب کرتا ہے یا خارج۔ پس عموماً بکھرتے ہوئے نور کے قدریہ کا تعدد اور اخراج کی سمت واقع نور کے قدریہ سے مختلف ہوتے ہیں۔ یہ تصور کیا جا سکتا ہے کہ واقع نور کا قدریہ جذب ہو جاتا ہے اور ایک دوسرا قدریہ سالمہ سے خارج ہوتا ہے جو "بکھرے ہوئے" نور کا قدریہ کہلاتا ہے۔ اس عمل میں دو مختلف صورتیں غور طلب ہیں۔

اگر نور کے بکھرنے میں سالمہ کی قدری حالت نہیں تبدیل ہوتی ہے تو بکھرے ہوئے اشعاع کا تعدد واقع نور کے تعدد سے تقریباً منطبق ہوتا ہے۔ یہ صورت افتراق بلا تبدیلی تعدد یا اتصالی افتراق (Coherent scattering) کی ہے۔ قدیم طبیعیات کے نظریہ (Classical theory) میں اس قسم کے بکھراؤ سے بحث کی جاتی ہے۔

۱۹۲۳ء میں اسمیکال (Smekal) نے ایک دوسرے قسم کے بکھراؤ کا امکان ظاہر کیا جس میں سالمہ توانائی کی ایک سطح ت‌و سے نکل کر ایک دوسری سطح ت‌ق پر پہنچتا ہے یعنے اس کی توانائی میں ت‌ق - ت‌و تبدیلی واقع ہوتی ہے۔ فرض کرو کہ واقع اور مفترق نور کے تعدد علی الترتیب ع‌و اور ع‌ق ہیں۔ پس اصولِ بقائے توانائی کی رو سے

ت‌و + ھ ع‌و = ت‌ق + ھ ع‌ق جس میں ھ = پلانک کا مستقل عمل

پس بکھرے ہوئے نور میں تعدد کا تفاوت

$$ع_ق - ع_و = \frac{1}{ھ}(ت_و - ت_ق) \quad \ldots\ldots (۱)$$

اس سے یہ نتیجہ برآمد ہوتا ہے کہ بکھراؤ کے دوران میں توانائی کی تبدیلی بالالتزام سالمہ کے اخراجی (Emission) طیف کے تعددوں میں سے ایک تعدد کے مساوی ہے۔ اگرچہ یہ ممکن ہے کہ قاعدۂ انتخاب (Selection Rule) اس کے متناظر مرور کو ممنوع قرار دے۔ یہ صورت غیر اتصالی افتراق کی ہے جو رامن اثر کے نام سے مشہور ہے۔

ان دو قسم کے افتراقوں میں بڑا اختلاف یہ ہے کہ جو نور بلا تبدیلی تعدد مفترق ہوتا ہے یعنے بکھرتا ہے اس کا واقع نور کے ساتھ تداخل ہوتا ہے۔ انتشارِ نور (dispersion) اسی تداخل سے پیدا ہوتا ہے۔ لیکن رامن اثر میں جو نور مفترق ہوتا ہے اس کا واقع نور کے ساتھ تداخل نہیں ہوتا۔

رامن اثر کی توجیہ میں فرض کیا جاتا ہے کہ یہ اثر نور کے ایک قدریہ اور مادّہ کے سالمہ کے تصادم سے پیدا ہوتا ہے جس میں قدریہ ھ ع توانائی کا تفاوت (تاق - تاو) یا تو خارج کر دیتا ہے یا جذب کر لیتا ہے۔ اور اس طرح ایک دوسرے قدریہ میں تبدیل ہوتا ہے جس کا تعدّد

$$ع_ق = \frac{ھ ع_و - (تا_و - تا_ق)}{ھ} = ع_و \pm ع_{و ق} \quad \ldots\ldots (۳)$$

جس میں حروف و اور ق واقع اور منتشر نور سے متعلق ہیں۔

رامن اثر کے خطوط کی حدّتوں میں جو اختلاف مشاہدہ ہوتا ہے اس کی اس طرح توجیہ ہو سکتی ہے۔ ہمیں معلوم ہے کہ مادّی واسطہ کے سالمات تا، تا۲، تا۳ وغیرہ توانائیوں کی قدری حالتوں میں منقسم رہتے ہیں۔ اگر اس تقسیم کو بولٹسمان (Boltzmann) کے کلیہ کے تابع تصور کیا جائے تو ایسے سالمات کی تعداد ن و جو کسی نوعی حالت تا و میں ہوں مساوات ذیل سے دریافت ہوتی ہے:۔

$$ن_و = ن م ا_و \, ^{-\frac{تا_و}{ک ط}} \quad \ldots\ldots (۴)$$

جس میں م ایک مستقل ہے، ن سالمات کی جملہ تعداد، ا و حالت زیرِ بحث کی اعداد و شماری (Statistical) اہمیت یا وزن ہے اور ک بولٹسمان کا مستقل۔ (ط مطلق تپش اور قو نیپیری لوگارثموں کا اساس)۔ اس جملہ سے ظاہر ہے کہ اسٹوکسی خطوط کی حدّت ضد اسٹوکسی کی حدّت سے کس لیے زیادہ ہے۔ اول الذکر خطوط ایسے سالمات کے متناظر ہیں جن کی توانائی کی قیمت گھٹتی ہے اور یہ سالمات زائد توانائی والے سالمات سے تعداد میں بڑھے ہوئے ہوتے ہیں۔ واقعہ یہ ہے کہ تا و کی قیمت جس قدر کم ہو گی $\frac{تا_و}{ک ط}$ کی قیمت زیادہ ہو گی پس اعداد و شماری

توازن کا نتیجہ یہ ہوتا ہے کہ اسٹوکسی مرور کی بہ نسبت ضد اسٹوکسی مرور کم کثرت کے ہوتے ہیں۔

غیر اتصالی افتراق میں خطوط کی حدت کا مسئلہ بڑی اہمیت رکھتا ہے۔ قدری میکانیات اور اور برقی حرکیات سے بکھرے ہوئے نور کے خط کی حدت کے لیے حسب ذیل ضابطہ حاصل ہوتا ہے:۔

$$ع_ق = ع_و \pm ع_{وق}$$

$$\text{حدت}\ ح_ق = \left[ا \sum_{ک} ل_{وک}\, ل_{کق} \left\{ \text{جم}\ ۳۲ \equiv (ع_و \pm ع_{وق}) \right. \right.$$

$$\left. \left. \times \left(\frac{س_و}{ع_ر - ع_{وک}} - \frac{س_و}{ع_و + ع_{وک}} \right) \right\} \right]^{۲} \quad \ldots\ldots (۵)$$

اس ضابطہ میں ا = اولی اشعاع کا حیطۂ ارتعاش ہے، $س_و$ ایک مستقل ہے جو و-ویں حالت میں موجود سالمات کی تعداد کے متناسب ہے۔ $ل_{وک}$ اور $ل_{کق}$ اعداد ہیں جو حالت ک سے و اور ق حالتوں میں از خود مرور کے احتمالات کو تعبیر کرتے ہیں۔

یہ ضابطہ کریمرز (Kramers) اور ہائیزنبرگ (Heisenberg) نے ۱۹۲۵ء میں اپنے نظریۂ انتشار نور سے متعلق اخذ کیا تھا اور اب قدری میکانیات کے ذریعہ زیادہ صحیح اصول پر ثابت ہوا ہے۔ اس ضابطہ میں یہ ندرت ہے کہ اس میں مرور و ← ق کا احتمال شامل نہیں ہے۔ ($ع_و \pm ع_{وق}$) تعدد والے رامن خط کی حدت غیر منعدم ہونے کے لیے اتنا کافی ہے کہ و اور ق حالتیں ایک تیسری حالت ک کے ساتھ مرکب بننے کے قابل ہوں۔ و ← ق مرور ممنوع بھی ہو سکتا ہے۔ اس سے یہ نتیجہ نکلتا ہے کہ اگرچہ ہر ایک رامن خط سالمہ کے طیف کے ایک معین خط کا مناظر ہے۔ تاہم ان دونوں صورتوں میں ان کی حدتیں بالکلیہ مختلف ہو سکتی ہیں۔

سالمات کے خواص اور ان کی ساخت کی تحقیق میں رامن اثر کو بڑی اہمیت حاصل ہے ۔ چنانچہ ستمبر ۱۹۲۹ء میں فیراڈے سوسائٹی کے ایک اجلاس میں اس اثر پر بہت تفصیل کے ساتھ بحث کی گئی اور متعدد مضامین پڑھے گئے ۔ اس اثر کے ذریعہ منجملہ اور امور کے N_2 کی صنف کے دو جوہری سالمات کے جمود کے معیارِ اثر کی بلحاظ "عرضی" محور حسابی تعیین ہو سکتی ہے ۔ سالمات کی ساخت کے متعلق معلوم ہو سکتا ہے کہ آیا وہ اپنے جواہر کی ترتیب کے لحاظ سے متشاکل ہیں یا غیر متشاکل، خطی ہیں یا کروی، وغیرہ وغیرہ ۔

تمام شد

فہرستِ اصطلاحات

طبیعی مناظر

انگریزی	اُردو
A	
Aberration	ضلالت
Absent (spectrum)	مفقود یا غیر موجود (طیف)
Absolute motion	مطلق حرکت
Absorption (spectrum)	انجذابی طیف
Achromatic (curves)	غیر لونی یا بے رنگ (منحنیات)
Aelotropic	غیر مساوی السموت
Analyzer	مشرّح
Anomalous (dispersion)	بیقاعدہ انتشار
Antares	قلب العقرب
Aperture	سہوہ
Astigmatism	عدم ماسکیت
Astrophysics	ہیئتی طبیعیات
Atomic number	جوہری عدد
Azimuthal	السمتی
B	
Band spectrum	بندنما طیف
Betelgeuse	ابط الجوزاء
C	
Canada Balsam	کینیڈا بلسان
Canal rays	نہری شعاعیں
Capella	عیّوق
Cirrus (cloud)	ریشہ نما (ابر)
Class (of spectrum)	(طیف کا) درجہ
Co-efficient	سر
Coherent (scattering)	اتّصالی (افتراق)
Compensator	معاوض
Complex	ملتف
Concave grating	مقعر جالی
Conical refraction	مخروطی انعطاف

اردو	انگریزی
(چار ابعادی) سلسلہ	Continuum (four -dimensional)
(فٹز جیرلڈ لورنٹس) سکڑاؤ	(Fitzgerald-Lorentz) Contraction
متدرق (موج عدد)	Converging (wave number)
اکلیل	Corona
(فضائی) انحنا	Curvature (of space)
D	
لاتقطیبیت	Depolarization
انکسار (نور)	Diffraction (of light)
منتشر سلسلہ	Diffuse Series
سمتی جیوب التمام	Direction cosines
انتشار	Dispersion
ہٹاؤ	Displacement
مضعف	Doubler
دہرا یا دوگنا انعطاف	Double refraction
دہرا (طیفی خط)	Doublet
تنین	Draco
E	
برقیی بند	Electronic band
برقیی گھماؤ	Electron Spin
کرہ نما	Ellipsoid
اخراجی طیف	Emission (spectrum)
امتحانی	Empirical
ازدیادی (خطوط)	Enhanced (lines)
لفافہ	Envelope
ایتھری بہاؤ	Ether drift
واقعہ	Event
بیرونی (مخروطی انعطاف)	External (conical refraction)
F	
میدانِ قوت	Field
(خطوط کی) باریک ساخت	Fine structure (of lines)
فلورسینس یا سیل اسپاری تنزہر	Fluorescence
تعدد	Frequency
اساسی سلسلہ	Fundamental Series
G	
عام نظریہ اضافیت	General Theory of Relativity
جالی	Grating
تجاذبی	Gravitational
H	
ہالہ	Halo

انگریزی	اُردو
Head (of a series)	(سلسلہ کا) سر
I	
Infra-red	پائین سرخ
Integral	تکمل
Interference	تداخل
Interferometer	تداخل پیما
Internal (Conical refraction)	اندرونی (مخروطی انعطاف)
Interval	وقفہ
Inverse (Zeeman Effect)	مقلوب زیمانی اثر
Ion	رواں یا ایون
Isochromatic	ہم لونی
Isotropic	متساوی السمت
L	
Larmor Precession	لارمری استقبال
Lemniscate	ایٹرن یا دوچشمہ منحنی
M	
Magellanic cloud	مجلانی ابر
Magneton	مقنیہ
Magnitude (optical)	(مناظری) قدر
Mechanical pressure	میکانی دباؤ
Meteorology	جوّیات

انگریزی	اُردو
Micron	مائکرون
Mizar	مزر
Molecular scattering	سالمی بکھراؤ یا افتراق
Moment of inertia	جمود کا معیار اثر
Mounting	تنصیب
Multiplet	ضعفی خط
N	
Non-coherent (scattering)	غیر اتصالی (افتراق)
Non-crystalline	بے قلما
Normal	عماد
Nucleus	مرکزہ
O	
Oblate (spheroid)	چپٹا کرہ نما
Orbital motion	مداری حرکت
Order (of spectrum)	(طیف کا) رتبہ
Oscillator	مہتزز
P	
Parameter	مبدل
Parallax	اختلاف منظر
Perihelion	حضیض
Phase integral	ہیئتی تکمل
Phosphorescence	تحزہر

اُردو	انگریزی
تقطیب	Polarization
مقطب	Polarizer
اصول موضوعہ	Postulate
قوّہ	Potential
اوّلی	Primary
صدر (سلسلہ)	Principal (series)
ظل	Projection
سکّان	Puppis
	Q
قدریہ	Quantum
قدریئی عدد	Quantum number
	R
ریڈیامیٹر	Radiometer
نیمقطر سمتی	Radius vector
مستطیل	Rectangular
اضافیت	Relativity
تحلیلی طاقت	Resolving power
گمک	Resonance
(قوتِ) بازدہی	Restitution (force of)
رومب یا مجسم معین	Rhomb
گردشی بند	Rotational band
	S
تابع	Satellite
بکھراؤ یا افتراق	Scattering
انتخابی انعکاس	Selective reflection
سلسلہ	Series
سیٹ	Set
تیز (سلسلہ)	Sharp (series)
اکہرا خط	Singlet
واحد شعاعی رفتار	Singular ray velocity
واحد موجی رفتار	Singular wave velocity
شعرا	Sirius
جھری	Slit
فضائی انحنا	Space curvature
اختصاصی نظریۂ اضافیت	Special theory of relativity
طیف نگار	Spectrograph
لولبی	Spiral
افتراقی جزو ضربی	Splitting factor
اسٹارک اثر	Stark Effect
طبق نما ابر	Stratus cloud
مماسی زور	Stress
ترتیبی (خطا)	Systematic (error)
	T
استحالہ	Transformation
مبدل	Transformer

اُردو	انگریزی
مرور	Transition
تہرا خط	Triplet
	U
غیر معیّن ضارب	Undetermined multiplier
نامتغیر	Unvariant
	V
گرفتی برقیہ	Valency electron
زُہرا	Venus
اہتزازی گردشی	Vibro-rotatory
	W
ناصیۂ موج	Wave front
موجی میکانیات	Wave mechanics
	Z
زیمانی اثر	Zeeman Effect
منطقی تختی	Zone plate

غلط نامہ

طبیعی مناظر

صفحہ	سطر	غلط	صحیح
۸	۸	شالوی	شالوی
۲۰	شکل ۱۱	سپکٹرم پر چھوٹے چھوٹے خط کے نشان ہونے چاہئیں	
۲۸	۱۰	مجازی	مجازی
۲۹	۴	مر ۲	م ۲
۳۵	۳	فرینیل	فرینیل
۳۶	۲۳	(بکھو	(دیکھو
۳۷	۹	=	—
۳۹	۲۰	متوازی	متوازی
۴۰	شکل نمبر ۲۰	عاو	س ۲
״	״	ع ۲	ع ۳
״	״	ع ۱	ع ۲
۴۲	۱۳	وچ تہ	وخ تہ
۴۳	۶	۱-۱ ع ۲	۱-۲ عہ ۲

صفحہ	سطر	غلط	صحیح
۴۹	شکل ۲۲	د	و
״	۷	وطرفطری	قطرفطری
۵۵	۷	Brewster	Breust-
۵۶	۱	وَو	د دَ
״	۴	صلیبی	صلیبی
״	۱۰	قانند	قلمبند
۵۸	۲۳	د / ت	د / ثرت
۶۲	۱۳	ا۱	ا۲
״	״	ا۲	ا۱
۶۹	۲۵	ھ۱	ھ۱
۷۷	۳۰	بہ	بچ
۸۱	۷	قریب تر	قریب
۸۹	شکل ۴۳	۲ فہ	۳ فہ
۹۶	۲	جب	جب
۱۰۴	۱۴	منفقہ	منشقہ

صفحہ	سطر	غلط	صحیح
۱۱۳	۷	زیادہ درجوں	زیادہ رتبوں
〃	〃	دو درجہ	دو رتبوں
〃	۱۳	درجہ	رتبہ
۱۱۵	۵	کا درجہ	کا رتبہ
〃	۱۸	درجہ	رتبہ
۱۱۶	۷	کے درجہ	کے رتبہ
۱۳۳	۴		H_β
۱۴۱	۱۳	متعلق ر	متعلق ر
۱۴۴	۲۰	H ایکھرے	He ایکھرے
۱۴۶	۱۵ تا ۱۷	———	
۱۵۶	۷	h	$\hbar$
۱۶۱	۱۴	ایسی	ایسے
۱۸۶	۱۴	ر	ر
۲۱۶	۱	H انگسٹروں	H انگسٹرموں
۲۲۰ / ۲۲۱	۲۳ / ۴	لیفی درجوں	طیفی رتبوں
۲۲۲	۱۱	کی تخصیص	کی تخصیص
۲۳۸	۳	میدان	میدان
۲۵۶	۱	شوارتشلڈ	شوارتشیلڈ
۲۵۸	شکل ۵۸ کے نیچے	H	$H\gamma$
۲۶۵	۱۲	منعطف	منعطف
۲۷۱	۱۷	اثیر	ایتھر
۲۹۰	۳	گلیز برک	گلیز بروک
۳۰۵	۱۴	ک/ط	ط/ک
۳۰۹	۱۹	رفتا (ر)	رفتار (ر)
۳۲۱	۴	نقطہ	نقطے
〃	۶	بھول	بھولوں

صفحہ	سطر	غلط	صحیح
۳۲۳	۵	سیم²	سم²
〃	۱۲	تفاوت	تفاوت
۳۲۷	۳	تقطیبی	تقطیبی
۳۴۸	۷	انی	اتنی
۳۴۹	۱۰	پیدا	پیدا
۳۵۱	۲	پیاری	یساری
۳۶۲	۲	عہ = ۹۰	عہ = ۹۰°
〃	۲۲	۵۵	۵°۵
۳۶۶	۱۶	Becqurel	Becquerel
۳۷۲	۱۳	برھ	بڑھ
〃	۱۳	بین	بین
۳۸۱	۱۲	عاؤ	دباؤ
۳۹۶	۸	مانٹکلس	مانٹگلس
۳۹۸	۵	ا - س²/ع²	ا - ع²/س²
۴۰۶	۱۰	ایتھر	ایتھر
۴۰۸	آخری سطر	عام	عمومی
۴۱۵	۱۰	اضافیت	اضافیت
〃	۱۳	دو عام نظریے	دو عمومی نظریے
۴۱۸	شکل ۳ کے دائیں طرف اوپر		س
۴۲۶	۲۰	تفاات	تفاوت
۴۳۲	۷	زبرودست	زبردست
۴۳۵	۲۲	خطط	خط
۴۴۰	شکل ۱۲۴	۳۴۳	۳۴۳